

## Atividades de preparação para a Olimpíada de matemática ICSJ

### 1) OBMEP (2013) - Água na medida certa

Fábio precisa obter exatamente quatro litros de água. Para isso ele usará apenas os dois únicos baldes de água que tem em sua casa e uma torneira. Sabendo que um dos baldes que Fábio tem em sua casa tem capacidade de três litros, e outro tem capacidade de cinco litros, determine uma maneira com a qual Fábio pode obter a quantidade de água que necessita.

### 2) OBMEP (2013) - Laranjas e goiabas

Numa quitanda, há três caixas. Uma contém apenas laranjas, outra contém apenas goiabas, e a terceira contém laranjas e goiabas. Ives, que trabalha nesta quitanda, escreveu em uma caixa “Laranjas”, em outra “Goiabas” e em outra “Laranjas e Goiabas”, de maneira que cada nome estivesse na caixa errada. Pedindo a Ives que retire e mostre apenas uma fruta de apenas uma caixa, é possível saber como reescrever todos os nomes nas caixas de maneira correta. Explique como!

### 3) OBMEP (2013) - Soma de felinos

Emílio gosta de propor desafios matemáticos e de animais. Ele escreveu num papel a seguinte soma:

$$\begin{array}{r} \text{G A T O} \\ + \text{P U M A} \\ \hline \text{P U M A S} \end{array}$$

Emílio disse que a soma acima representa uma soma correta de dois números, onde cada letra representa um algarismo distinto.

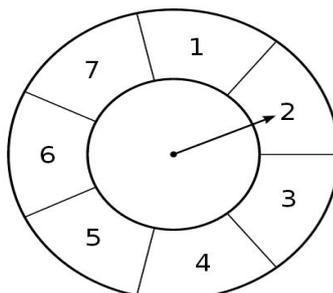
- Qual é o algarismo representado pela letra P?
- Quais são os algarismos representados pelas letras G e U?
- Qual o número representado pela palavra PUMAS?

### 4) OBMEP (2013) - Faltam três

Aureliano escreve uma lista contendo cinco números, sendo o primeiro deles o 6 e o último deles o 8. O produto dos três primeiros números é 648, o produto dos três centrais é 432, e o produto dos três últimos é 288. Qual é a lista de Aureliano?

### 5) OBMEP (2013) - Relógio matemático

No jogo “Relógio Matemático” inicialmente um ponteiro aponta para um dos sete números contidos nas casas do relógio ilustrado na figura abaixo. Em cada rodada, o jogador deve verificar qual o número apontado pela seta e depois deslocá-la, em sentido horário, pela quantidade de casas indicada pelo número para o qual a seta aponta no início da rodada.

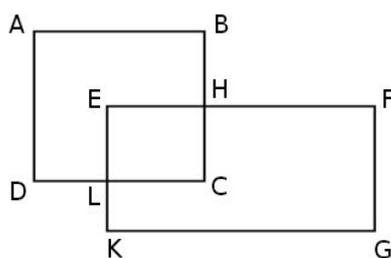


Por exemplo, caso o ponteiro aponte inicialmente para a casa de número 2, o jogador deverá, na primeira rodada, movê-lo duas unidades no sentido horário, de forma que ele passará a apontar para a casa de número 4.

- Iniciando-se na casa de número 1, quantas rodadas são necessárias até que o ponteiro retorne novamente a essa casa pela primeira vez?
- Ao iniciar-se o jogo com o ponteiro inicialmente posicionado na casa de número 6, qual será sua posição após uma rodada?
- Qual é o único número para o qual, ao iniciar-se o jogo a partir dele, a seta apontará novamente para ele em uma rodada?
- O jogador decide trocar o relógio mostrado na figura acima por um relógio contendo 128 casas. Iniciando-se da casa de número 127, quantas rodadas serão necessárias para que o ponteiro atinja a casa de número 128 pela primeira vez?

### 6) OBMEP (2013) - Desenhos bem desenhados

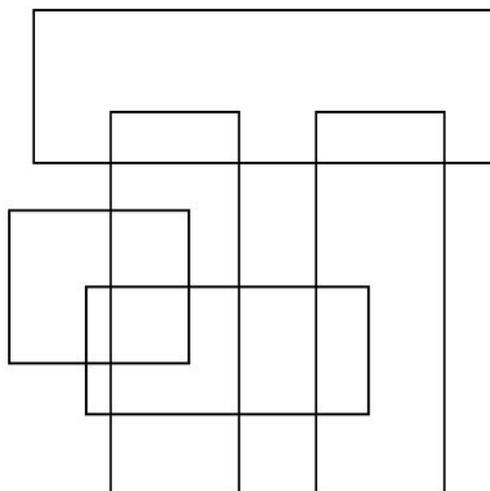
Dizemos que um desenho é bem desenhado quando pode ser feito sem tirar o lápis do papel e sem passar o lápis duas vezes por cima de uma mesma linha. Por exemplo, o desenho abaixo é bem desenhado,



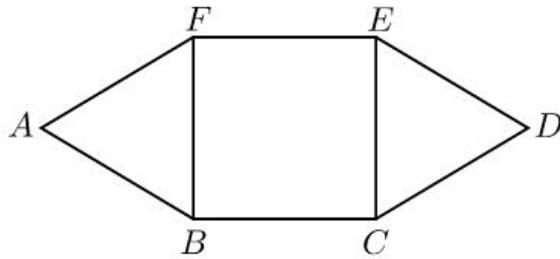
pois pode ser desenhado, por exemplo, seguindo a ordem dos vértices

$$A \rightarrow B \rightarrow H \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow K \rightarrow L \rightarrow C \rightarrow H \rightarrow E \rightarrow L \rightarrow D \rightarrow A$$

- Mostre que o desenho abaixo é bem desenhado:

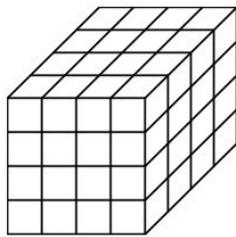


b) O desenho a seguir é bem desenhado? Justifique.



7) OBMEP (2013) – Aline pinta o cubo

Aline ganhou de presente um cubo composto por  $4 \times 4 \times 4$  cubinhos brancos, como na figura a seguir.



Sem separar os pequenos cubinhos, Aline decidiu pintar todas as faces do seu cubo com tinta vermelha.

a) Diga quantos cubinhos ficaram com exatamente uma de suas faces pintada em vermelho.

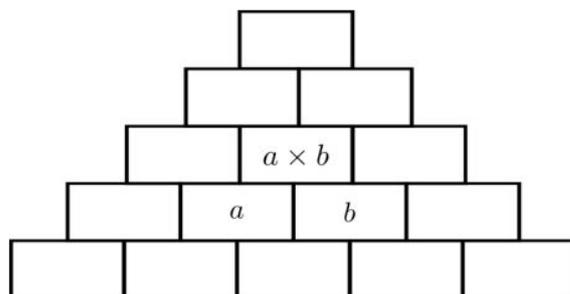
b) Diga quantos cubinhos ficaram com exatamente duas das suas faces pintadas em vermelho.

Tempos depois, Aline pediu ao seu pai um cubo ainda maior para pintar da mesma maneira que ela havia feito com o cubo anterior.

c) Após realizar a pintura, Aline separou os cubinhos. Ela notou que a quantidade de cubinhos que ficaram sem nenhuma face pintada em vermelho é igual ao triplo da quantidade de cubinhos que ficaram com duas faces pintadas em vermelho. Descubra o tamanho do novo cubo que Aline recebeu.

8) OBMEP (2013) – Pirâmide de números

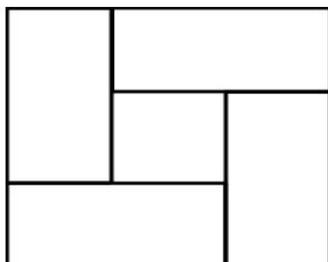
Aline gosta de brincar com números naturais. Em uma de suas brincadeiras, ela coloca um número natural em cada um dos blocos da pirâmide ilustrada abaixo. Além disso os números são colocados de modo que o produto dos números em dois blocos vizinhos do mesmo nível coincida com o número colocado no bloco acima desses. Por exemplo, na figura abaixo, caso Aline coloque os números  $a$  e  $b$  nos blocos vizinhos indicados então ela deverá colocar o número  $a \times b$  naquele bloco que se localiza acima desses.



Encontre uma maneira na qual Aline possa colocar os números de modo que os 5 números colocados na base da pirâmide sejam distintos e o número colocado no bloco do topo seja o 140026320.

9) OBMEP (2013) – Divisão do terreno

Dona Lígia tem um terreno em forma de quadrado. Ela decide dividi-lo em cinco regiões, sendo quatro retângulos e um quadrado como ilustrado na figura abaixo:



Na figura acima temos que:

- O quadrado do centro tem área igual a  $64 \text{ m}^2$ ;
- Os lados maiores dos quatro retângulos têm o mesmo comprimento;
- As cinco regiões têm o mesmo perímetro.

Determine a área do terreno de Dona Lígia.

- 10) Quadrado Mágico  $3 \times 3$  é uma tabela quadrada de lado 3, onde a soma dos números das linhas, das colunas e das diagonais é constante, sendo que os nove números dentro do quadrado não se repetem.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Completar as tabelas com os nove dígitos.

		5
	6	
7		

5	7	9

		7
	8	12

10	5	12

Bons estudos!

Beijos,  
Daniel e Lucimara

