

Matemática,

Raciocínio Lógico

e suas Tecnologias

**21.** (UFAL 2008) Uma copiadora pratica os preços expressos na tabela a seguir:

Número de cópias	Preço unitário (em reais)
1 a 10	0,20
11 a 50	0,15
51 a 200	0,12

Se um cliente pretende fazer 48 cópias, ao custo de R\$ 0,15 a cópia, quantas cópias adicionais ele poderia fazer, gastando o mesmo valor, se pagasse R\$ 0,12 a cópia?

A) 10

C) 14

E) 18

B) 12

D) 16

## Solução 21:

48 cópias a R\$ 0,15 custam  $48 \times 0,15$ , ou seja, R\$ 7,20.

Com esse mesmo valor a R\$ 0,12 cada cópia, seria possível tirar

$$\frac{7,20}{0,12} = \frac{720}{12} = 60.$$

Ou seja, 12 cópias a mais.

Alternativa B.

## Solução 21:

De outro modo:

48 cópias a R\$ 0,15 custam  $48 \times 0,15$ , ou seja, R\$ 7,20.

Se o preço fosse R\$ 0,12, as 48 cópias custariam  $48 \times 0,12 = R\$ 5,76$ .

Assim sobrariam  $7,20 - 5,76 = 1,44$ , e com essa sobra dá para comprar mais

$$\frac{1,44}{0,12} = \frac{144}{12} = 12$$

Portanto, 12 cópias a mais.

Alternativa B.

**22.** (UFAL 2010) Em uma escola, exatamente  $0,300300300\dots\%$  dos alunos estudam todos os dias, e exatamente  $30,303030\dots\%$  dos alunos estudam somente durante os exames. Se o número total de alunos da escola é inferior a 4.000, quantos são os alunos?

A) 3.661

C) 3.663

E) 3.665

B) 3.662

D) 3.664

## Solução 22:

Embora seja possível trabalhar com os valores aproximados, como aparecem, o ideal mesmo é transformá-los em fração.

Fazendo isso, teríamos:

$$\gg 0,300300300\dots = \frac{300}{999}, \text{ que simplifi-}$$

$$\text{cando por 3, fica: } 0,300300300\dots = \frac{100}{333}$$

$$\gg 30,303030\dots = 30 + \frac{30}{99} = \frac{99 \times 30 + 30}{99} =$$
$$= \frac{3000}{99}, \text{ que simplificando por 3, fica}$$

$$30,303030\dots = \frac{1000}{33}$$

Isso garante, então, que seja qual for o valor, ele é um número que é divisível, ao mesmo tempo por **33** e por **333**.

De forma fácil, neste caso, é o único número divisível por 3, ou seja, 3 663.  
Alternativa C.

**23.** (UFAL 2008) Um atirador de dardos acerta o alvo com probabilidade 0,6. Quantas vezes, no mínimo, ele deve atirar, para que se tenha garantia de que acertará o alvo, pelo menos uma vez, com probabilidade superior a 97%?

A) 3

C) 5

E) 7

B) 4

D) 6



## Solução 23:

O atirador acerta o alvo com probabilidade de 0,6 e, obviamente, erra com probabilidade de 0,4.

Note que, se ele atira o dardo  $n$  vezes, a probabilidade de errar o alvo todas as vezes é  $0,4^n$ , e a probabilidade de **acertar pelo menos uma vez** é de  $1 - 0,4^n$ . Logo esperamos que  $1 - 0,4^n > 0,97$ , o que ocorre se  $0,4^n < 0,03$ .

Veja que:

Para  $n = 2$ :

$$0,4 \times 0,4 = 0,16 > 0,03$$

Para  $n = 3$ :

$$0,4 \times 0,4 \times 0,4 = 0,064 > 0,03$$

Para  $n = 4$ :

$$0,4 \times 0,4 \times 0,4 \times 0,4 = 0,0256 < 0,03$$

Portanto, pelo menos 97% de acerto, ou no máximo 3% de erro ocorrerá para  $n \geq 4$ .

Alternativa B.

**24.** (UFAL 2008) O comitê gestor de uma escola é formado por um diretor, um vice-diretor, um secretário e um tesoureiro. O comitê deve ser escolhido entre os professores da escola, e um mesmo professor não pode ocupar mais de um cargo. Se uma escola tem 15 professores, de quantas maneiras diferentes pode se escolher um comitê gestor?

A) 32.740

D) 33.670

B) 32.750

E) 34.076

C) 32.760

**Solução 24:** Trata-se de uma questão básica de combinatória, que usa o princípio fundamental da contagem. Note que a função é que estabelece o grupo formado.

Se você supõe que os cargos são ocupados pelos professores A, B, C e D, numa das ordens abaixo, então será fácil perceber que a ordem da distribuição é importante.

$\frac{A}{\text{Diretor}}$	$\frac{B}{\text{Vice}}$	$\frac{C}{\text{Sec}}$	$\frac{D}{\text{Coord}}$
$\frac{A}{\text{Diretor}}$	$\frac{C}{\text{Vice}}$	$\frac{D}{\text{Sec}}$	$\frac{B}{\text{Coord}}$

Isso garante que o total de maneiras de se escolher os 4 professores é:

$$15 \times 14 \times 13 \times 12 = 32\ 760$$

Alternativa C

**25.** (UFAL 2010) Uma herança de R\$ 165.000,00 deve ser dividida entre três herdeiros: Álvaro, Beatriz e Carmem. O valor que caberá a Beatriz corresponde à metade da soma do que receberão Álvaro e Carmem. Além disso, a diferença entre o que receberá Carmem e o que receberá Álvaro é de R\$ 20.000,00. Quanto receberá Carmem?

A) R\$ 50.000,00

B) R\$ 55.000,00

C) R\$ 60.000,00

D) R\$ 65.000,00

E) R\$ 70.000,00

## Solução 25:

A questão fica fácil de resolver usando ideias de sistemas lineares. Para tal, suponhamos que Álvaro receberá um valor  $A$ , Beatriz, um valor  $B$  e Carmem, um valor  $C$ . Dessa forma, temos:

$$\begin{cases} A + B + C = 165 \\ B = \frac{C + A}{2} \\ C - A = 20 \end{cases}$$

Da segunda equação temos:  $C + A = 2B$

Substituindo isso na primeira equação, temos:

$$3B = 165 \implies B = \frac{165}{3} = 55$$

Como  $C + A = 2B$ , temos um novo sistema:

$$\begin{cases} C + A = 110 \\ C - A = 20 \end{cases}$$

Somando membro a membro, fica:

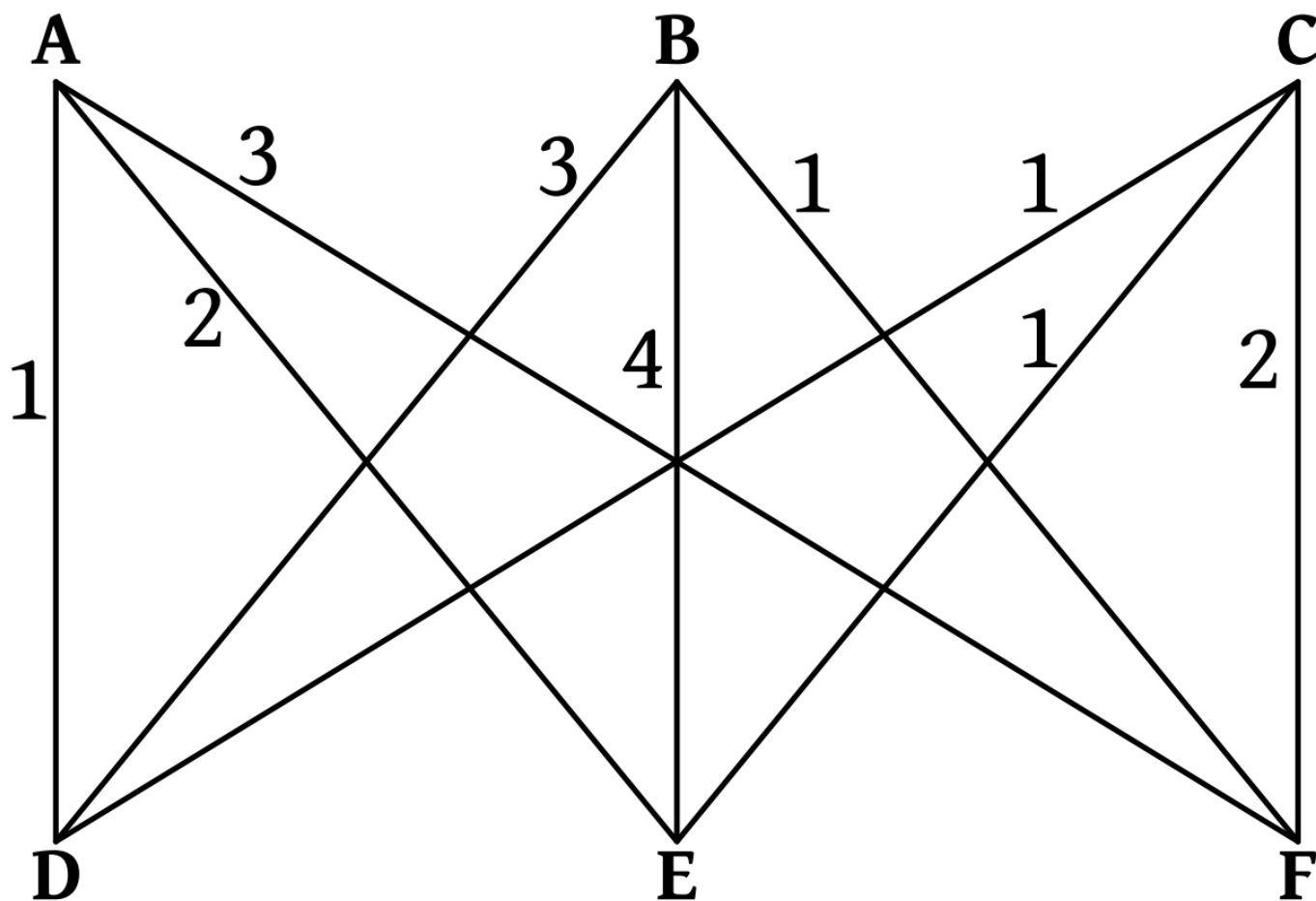
$$2C = 130 \implies C = \frac{130}{2} \implies C = 65.$$

Então Carmem receberá R\$ 65 000,00.

Alternativa D.

**26.** (UFAL 2010) A figura a seguir ilustra a rede de conexões entre os aeroportos A, B e C de uma cidade, e os aeroportos D, E e F de outra cidade. O número sobre a linha unindo os nomes de dois aeroportos representa o número de linhas aéreas voando na rota de um aeroporto ao outro. Podemos representar os aeroportos de uma cidade como as linhas de uma matriz, os aeroportos da outra como as colunas da matriz e em cada interseção linha-coluna o número de conexões entre os dois aeroportos. Qual das matrizes a seguir não contém as informações corretas sobre os voos entre as duas cidades?





## Uma das possibilidades

	A	B	C
D	1	3	1
E	2	4	1
F	3	1	2

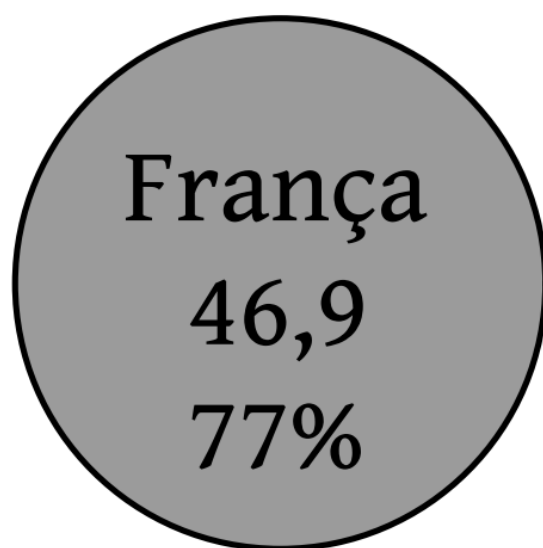
Mas há 36 maneiras de fazer uma tabela dessas.

Agora note a quantidade de vezes que cada número aparece.

E olhe o que ocorreu com 1 e o 4 na 5ª matriz...

**Alternativa E.**

**27.** (UFABC 2009) Os países Inglaterra e França estão representados por círculos proporcionais ao tamanho de sua população urbana. O nome do país é acompanhado pelo número absoluto (em milhões) de habitantes urbanos, e pela porcentagem da população total que mora nas cidades.



Comparando-se as populações totais desses dois países, pode-se afirmar, com base nessas informações, que, aproximadamente, a população da

- A) Inglaterra é 15% maior que a da França.
- B) Inglaterra é 13% maior que a da França.
- C) Inglaterra é 7,5% maior que a da França.
- D) França é 5% maior que a da Inglaterra.
- E) França é 1,5% maior que a da Inglaterra.

## Solução 27

Inglaterra

$$\frac{54}{90} = \frac{x}{100} \implies x = \frac{5400}{90} = 60 \text{ milhões}$$

França:

$$\frac{46,9}{77} = \frac{x}{100} \implies x = \frac{4690}{77} \approx 60,9 \text{ milhões}$$

Como a França tem mais habitantes, resta-nos analisar apenas as opções D e E. Como são valores muito próximos, a lógica nos leva a pensar que é 1,5% e não 5%.

Calculando 1,5% de 60, temos:

$$\frac{1,5}{100} \times 60 = \frac{90}{100} = 0,9$$

Esse valor indica que a França tem 1,5% mais habitantes que a Inglaterra.

Alternativa E

**28.** (UFABC 2009) Um século atrás, as maiores cidades concentravam-se nas nações mais ricas. Hoje, quase todas as megalópoles (aglomerados urbanos com mais de 10 milhões de habitantes) estão localizadas em países em desenvolvimento. O quadro lista alguns valores das populações nas grandes áreas metropolitanas das dez maiores cidades, em milhões de habitantes, em 2007.

1º	Tóquio, Japão	35,7
2º	Nova York, EUA	$x$
3º	Cidade do México, México	$x$
4º	Mumbai, Índia	$x$
5º	São Paulo, Brasil	18,8
6º	Nova Délhi, Índia	15,9
7º	Xangai, China	15
8º	Calcutá, Índia	14,8

9º	Daca, Bangladesh	13,5
10º	Buenos Aires, Argentina	12,8

Sabendo-se que em 2007 Nova York, Cidade do México e Mumbai tinham as populações iguais, e que a média aritmética das populações das cinco maiores megalópoles era igual a 22,3 milhões de pessoas, pode-se concluir que a população de Mumbai, na Índia, era, em 2007, de

- A) 18,9 milhões de habitantes.
- B) 19,0 milhões de habitantes.
- C) 19,8 milhões de habitantes.
- D) 20,3 milhões de habitantes.
- E) 20,7 milhões de habitantes.



## Solução 28:

$$\frac{35,7 + 3x + 18,8}{5} = 22,3$$

$$3x + 54,5 = 111,5$$

$$3x = 111,5 - 54,5$$

$$3x = 57$$

$$x = \frac{57}{3}$$

$$x = 19$$

Alternativa B

29. (UFC 2010) João escreveu o número 10 como soma de duas parcelas inteiras positivas, cujo produto é o maior possível. O valor desse produto é:

A) 9.

C) 21.

E) 27.

B) 16.

D) 25.

## Solução 29:

É fácil constatar que o produto máximo vai ocorrer quando as duas parcelas tiverem valores iguais. Então como a soma é 10, o produto que queremos deve ser formado por dois números iguais que somados resultem em 10. Ou seja, 5 e 5.

Logo o produto é  $5 \times 5 = 25$

Alternativa D

**30.** (UFAL-UAB 2013) O resultado de uma pesquisa realizada com alunos da Universidade Aberta do Brasil sobre a utilização dos navegadores Internet Explorer e Mozilla Firefox mostrou que dos 200 alunos entrevistados 160 usavam o primeiro e 115 usavam o segundo. Qual o número de alunos entrevistados que utilizam ambos os navegadores?

A) 40

C) 75

E) 200

B) 45

D) 85

### **Solução 30:**

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$200 = 160 + 115 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 160 + 115 - 200$$

$$n(A \cap B) = 75$$

Matemática,

Raciocínio Lógico

e suas Tecnologias

**31.** (ENEM 2011) A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.



Disponível em: <http://mdmat.psico.ufrgs.br>. Acesso em: 1 maio 2010.

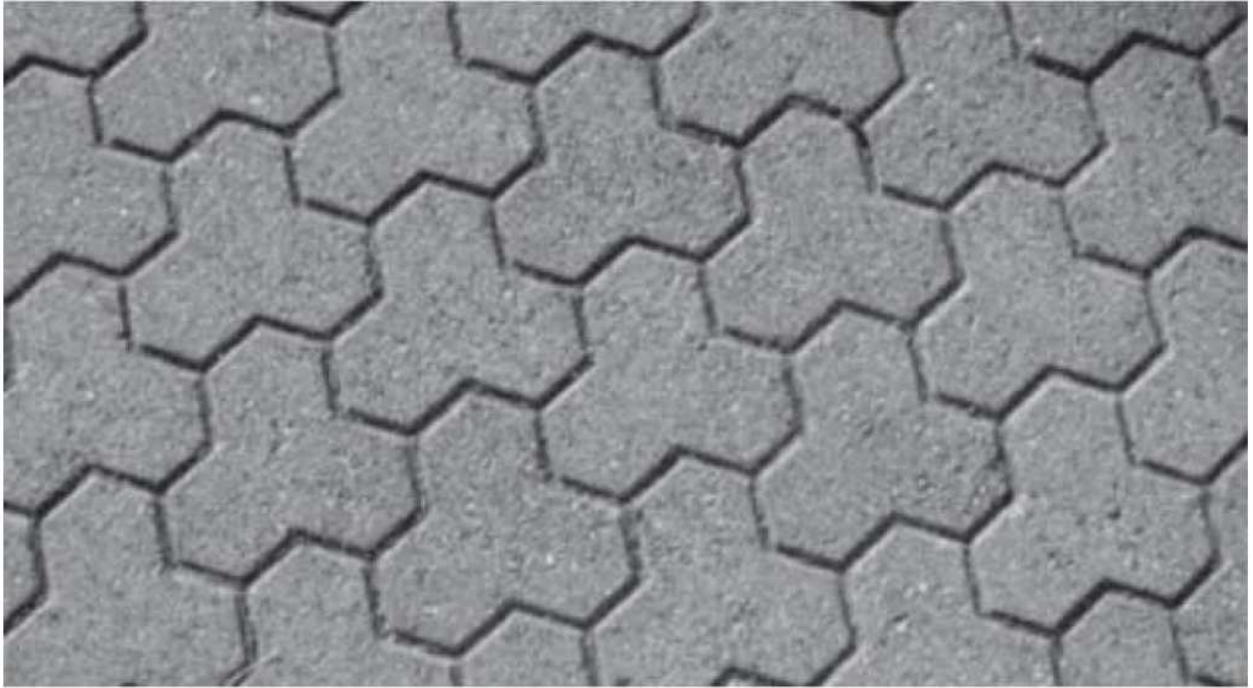
Esta figura é a representação de uma superfície de revolução chamada de

- A) pirâmide.
- B) semiesfera.
- C) cilindro.
- D) tronco de cone.
- E) cone.

### **Solução 31:**

Com vértice e base circular, a figura é um exemplo de cone. Alternativa E.

**32.** (ENEM 2011)



O polígono que dá forma a essa calçada é invariante por rotações, em torno de seu centro, de

A)  $45^\circ$ .

C)  $90^\circ$ .

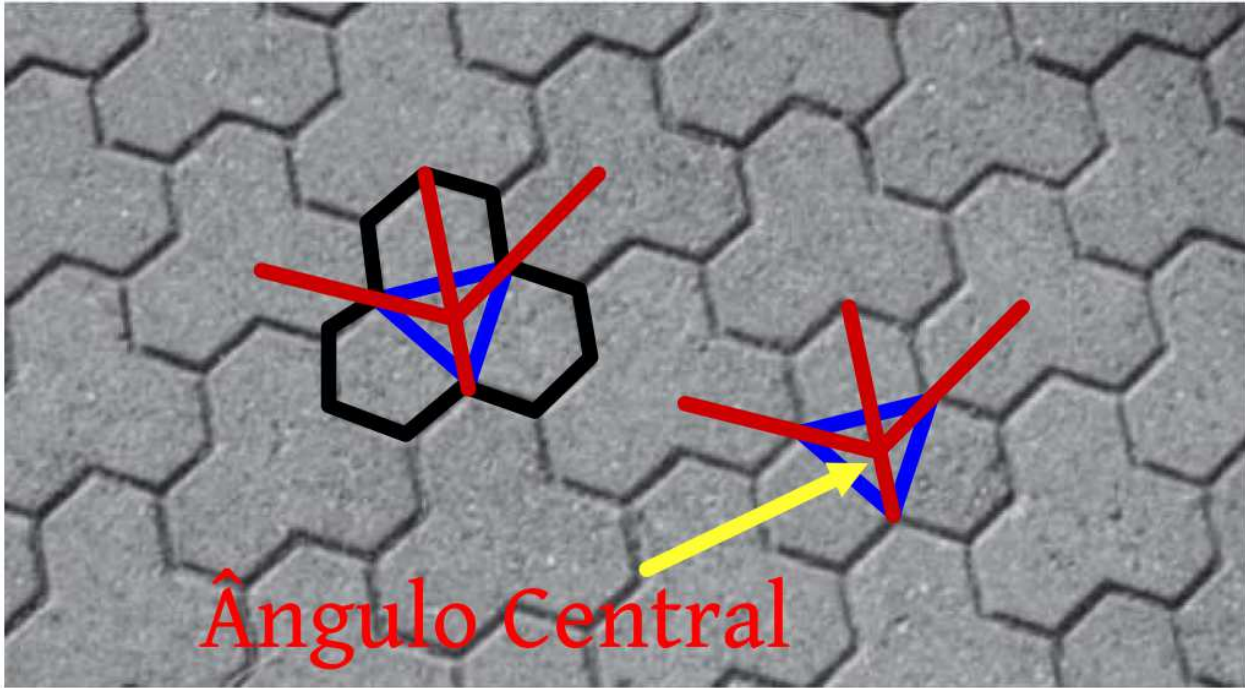
E)  $180^\circ$ .

B)  $60^\circ$ .

D)  $120^\circ$ .



## Solução 32:



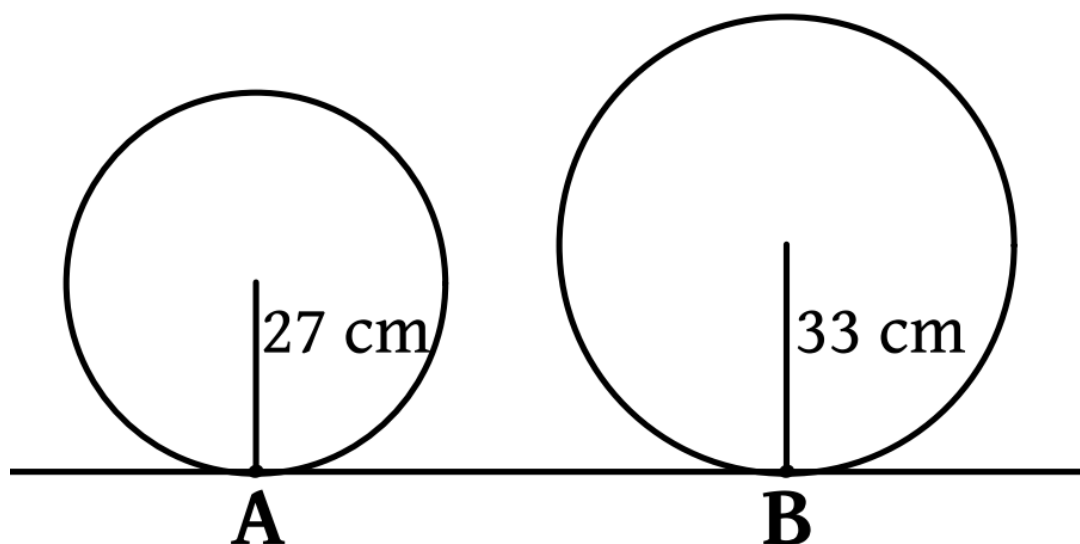
$$\hat{\text{Ângulo Central}} = \frac{360^\circ}{n}$$

$n \rightarrow$  N<sup>o</sup> de lados.

$$\hat{\text{Ângulo Central}} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

Alternativa D.

**33.** (USP 2010) Uma bicicleta tem a roda dianteira com raio 27 cm e a roda traseira com raio 33 cm. Estando a bicicleta parada, dois pontos A e B são marcados, nas rodas dianteira e traseira, nos respectivos pontos de contato com o solo, conforme a figura.



Depois de a bicicleta percorrer uma distância  $d$ , os pontos A e B voltam a ficar, simultaneamente, em contato com o solo. Assumindo que não há escorregamento das rodas da bicicleta, o menor valor de  $d$ , **em metros**, para o qual essa situação acontece, é

A)  $1,98 \pi$

C)  $5,94 \pi$

E)  $17,82 \pi$

B)  $2,97 \pi$

D)  $8,91 \pi$

### Solução 33:

O Comprimento de uma roda circular é dado por  $C = 2\pi r$ , onde  $r$  é a medida do raio da roda.

Assim o comprimento da roda menor é  $C = 2\pi \times 27 = 54\pi$

O comprimento da roda maior será  $C = 2\pi \times 33 = 66\pi$

Como as rodas giram em valores diferentes, basta a cada quantos centímetros estes valores se encontram. Isso é feito calculando o MMC dos valores dados. Calculando o MMC (54,66) obtemos 594, o que nos garante que o primeiro encontro entre as rodas ocorrerá após terem andado  $594\pi$  cm, ou seja,  $5,94\pi$  metros.

Alternativa C

**34.** (USP 2010) Maria vai à feira e, após um breve levantamento de preços, verifica que a quantia que ela possui pode ser usada para comprar qualquer uma das três combinações de frutas seguintes, sem levar troco para casa:

I. 1 maçã, 2 peras e 18 laranjas.

II. 5 maçãs, 5 peras e 8 laranjas.

III. 8 maçãs, 7 peras e 1 laranja.

Pode-se concluir, corretamente, a partir desses dados, que o preço de

A) 1 maçã é igual ao de 2 laranjas.

B) 1 pera é igual ao de 2 laranjas.

C) 1 pera é igual ao de 1 laranja.

D) 1 maçã é igual ao de 1 pera.

E) 1 pera mais o de 1 maçã é igual ao de 4 laranjas.

Representando o problema algebricamente, temos que:

$$\begin{cases} V = 1m + 2p + 18l \\ V = 5m + 5p + 8l \\ V = 8m + 7p + 1l \end{cases}$$

Igualando (1) e (2), fica:

$$1m + 2p + 18l = 5m + 5p + 8l$$

$$18l - 8l = 5m - 1m + 5p - 2p$$

$$10l = 4m + 3p \text{ (A)}$$

Igualando agora (2) e (3), temos:

$$5m + 5p + 8l = 8m + 7p + 1l$$

$$8l - 1l = 8m - 5m + 7p - 5p$$

$$7l = 3m + 2p \text{ (B)}$$

**Multiplicando A por 7 e B por 10, teremos:**

$$\begin{cases} 70l = 28m + 21p \\ 70l = 30m + 20p \end{cases}$$

Como o valor  $70l$  é o mesmo nas duas equações, podemos igualar, ou seja,

$$28m + 21p = 30m + 20p$$

$$21p - 20p = 30m - 28m$$

$$1p = 2m$$

Trocando cada pera por duas maçãs, fica, na equação (A):

$$10l = 4m + 3p \text{ (A)}$$

$$10l = 4m + 6m$$

$$10l = 10m \implies 1l = 1m$$

Como 1 laranja equivale a uma maçã,  
então 1 pera equivale a duas laranjas.

Alternativa B.



**35.** (FUVEST 2012) Em um plano, é dado um polígono convexo de seis lados, cujas medidas dos ângulos internos, dispostas em ordem crescente, formam uma progressão aritmética. A medida do maior ângulo é igual a 11 vezes a medida do menor. A soma das medidas dos quatro menores ângulos internos desse polígono, em graus, é igual a

A) 315

C) 325

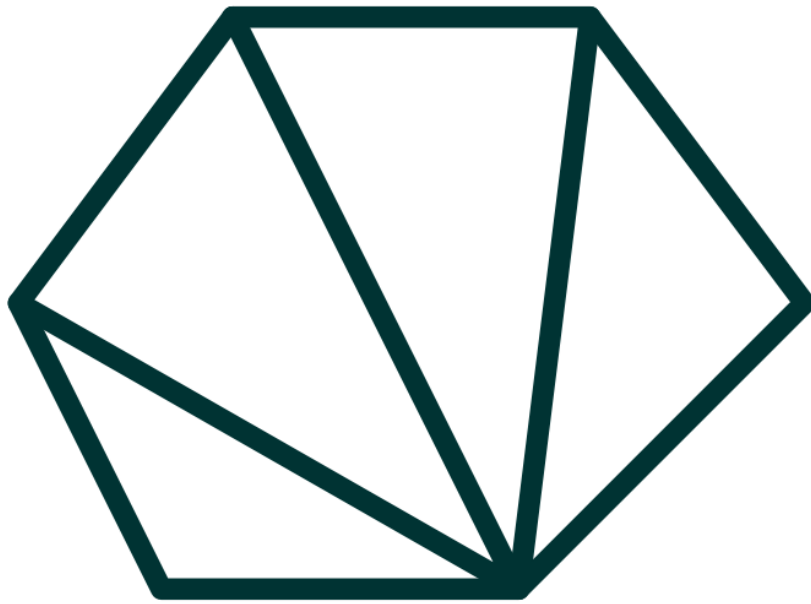
E) 335

B) 320

D) 330

### Solução 35:

Como temos um polígono de seis lados, então são seis ângulos. É possível, então dividir esse polígono em quatro triângulos e a soma dos seis ângulos será  $4 \times 180^\circ = 720^\circ$



Notemos ainda que são seis ângulos em PA, então as medidas podem ser representadas por  $x$ ,  $x + r$ ,  $x + 2r$ ,  $x + 3r$ ,  $x + 4r$ ,  $x + 5r$ .

Assim, temos:

$$\begin{cases} x + 5r = 11x \\ 6x + 15r = 720 \end{cases}$$

Multiplicando por  $-3$  a equação 1, fica:

$$\begin{cases} -3x - 15r = -33x \\ 6x + 15r = 720 \end{cases}$$

E somando, temos:

$$3x = -33x + 720$$

$$3x + 33x = 720$$

$$36x = 720$$

$$x = \frac{720}{36} = 20^\circ$$

Substituindo na primeira equação, fica:  
 $20 + 5r = 220$

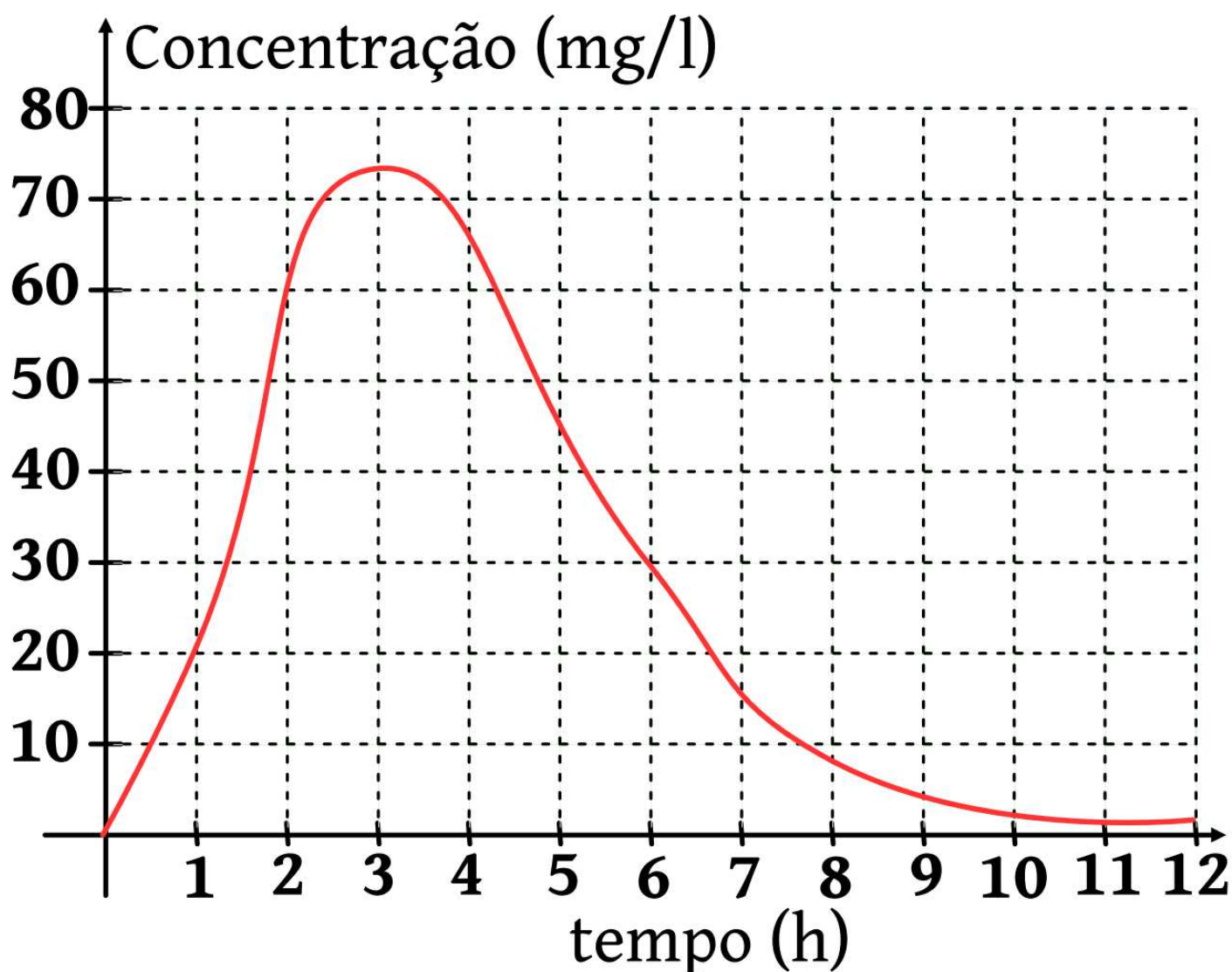
$$r = 40^\circ$$

Logo, os ângulos medem:

$20^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $100^\circ$ ,  $140^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $220^\circ$

E a soma dos quatro menores é  $320^\circ$ .

**36.** (UEL 2010) Uma dose inicial de um certo antibiótico é ingerida por um paciente e, para que seja eficaz, é necessária uma concentração mínima. Considere que a concentração do medicamento, durante as 12 primeiras horas, medida em miligramas por litro de sangue, seja dada pela função cujo gráfico é apresentado a seguir:



Considere as afirmativas a seguir:

I. Se a concentração mínima for de 20 mg/l, então o antibiótico deve ser ingerido novamente após 8 horas.

II. A concentração de antibiótico no sangue cresce mais rápido do que decresce.

III. A concentração máxima de antibiótico ocorre aproximadamente 3 horas após a ingestão.

IV. O gráfico da função, durante essas 12 horas, representa uma função bijetora.

Assinale a alternativa correta.

A) Somente as afirmativas I e IV são corretas.

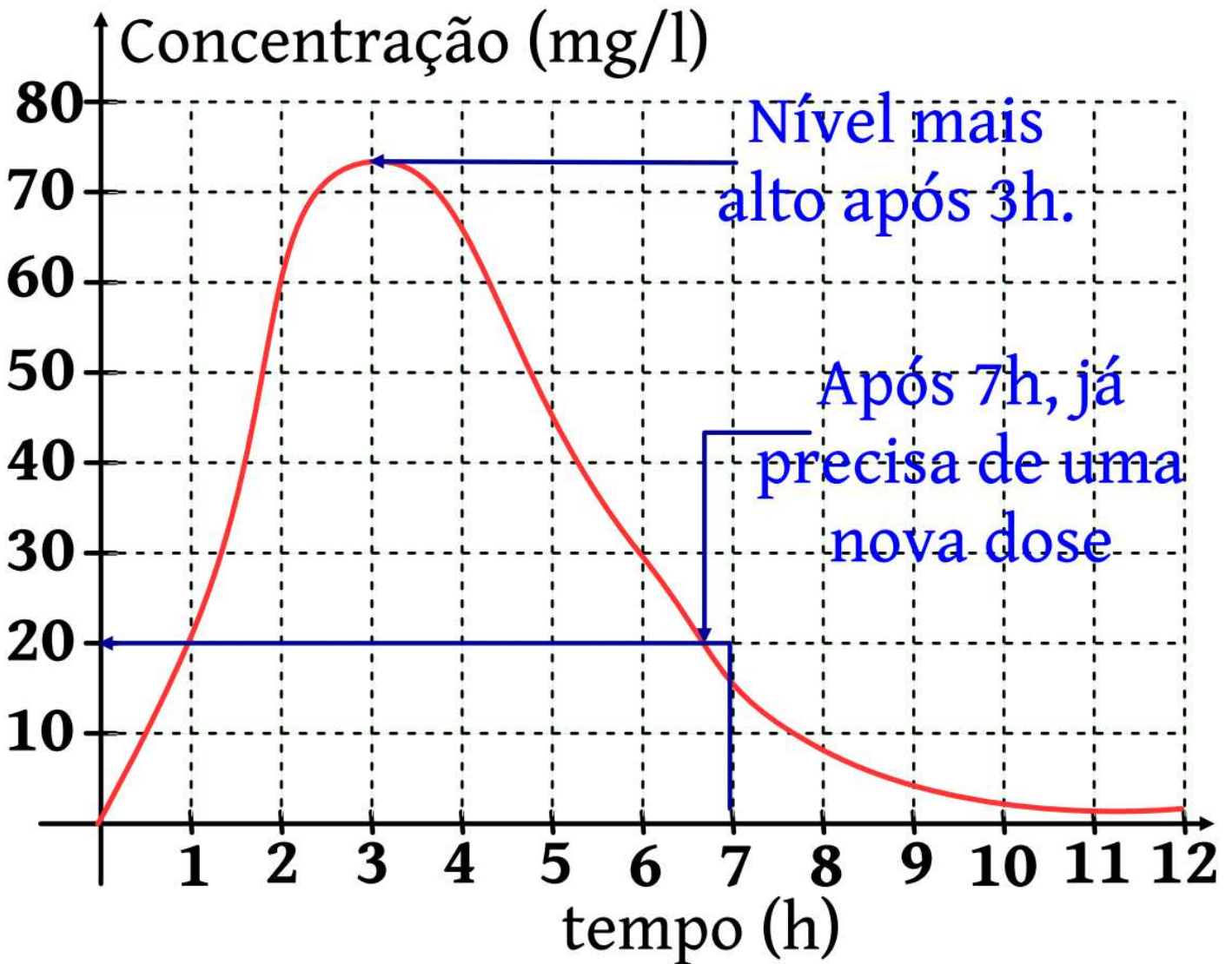
B) Somente as afirmativas II e III são corretas.

C) Somente as afirmativas III e IV são corretas.

D) Somente as afirmativas I, II e III são corretas.

E) Somente as afirmativas I, II e IV são corretas.

## Solução 36



Alternativa B



**37.** (UEL 2010) Observe as figuras a seguir:

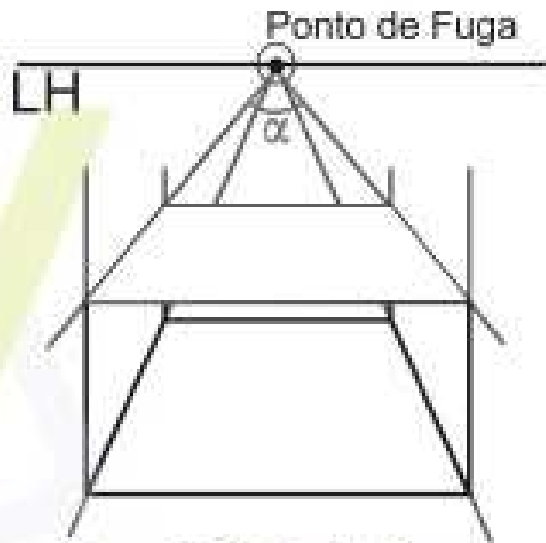


Figura 5: Ponto de fuga

(Disponível em: <http://www.amopintar.com/perspectiva-com-um-ponto-de-fuga>. Acesso em: 20 ago. 2009.)

Considere que você esteja assistindo a um filme no qual um caminhão percorre uma estrada, como a da foto, em direção ao ponto de fuga. Sabe-se que a traseira desse caminhão mede 2 m de largura. Fazendo uma análise quadro a quadro do filme, chega-se às seguintes conclusões:

- uma boa aproximação para o ângulo

formado pelas linhas que partem dos extremos superiores da traseira do caminhão até o ponto de fuga (ângulo  $\alpha$  na figura 5) é de  $5,2^\circ$ .

- após 1 segundo de movimento, o tamanho aparente da traseira do caminhão reduziu-se à metade.

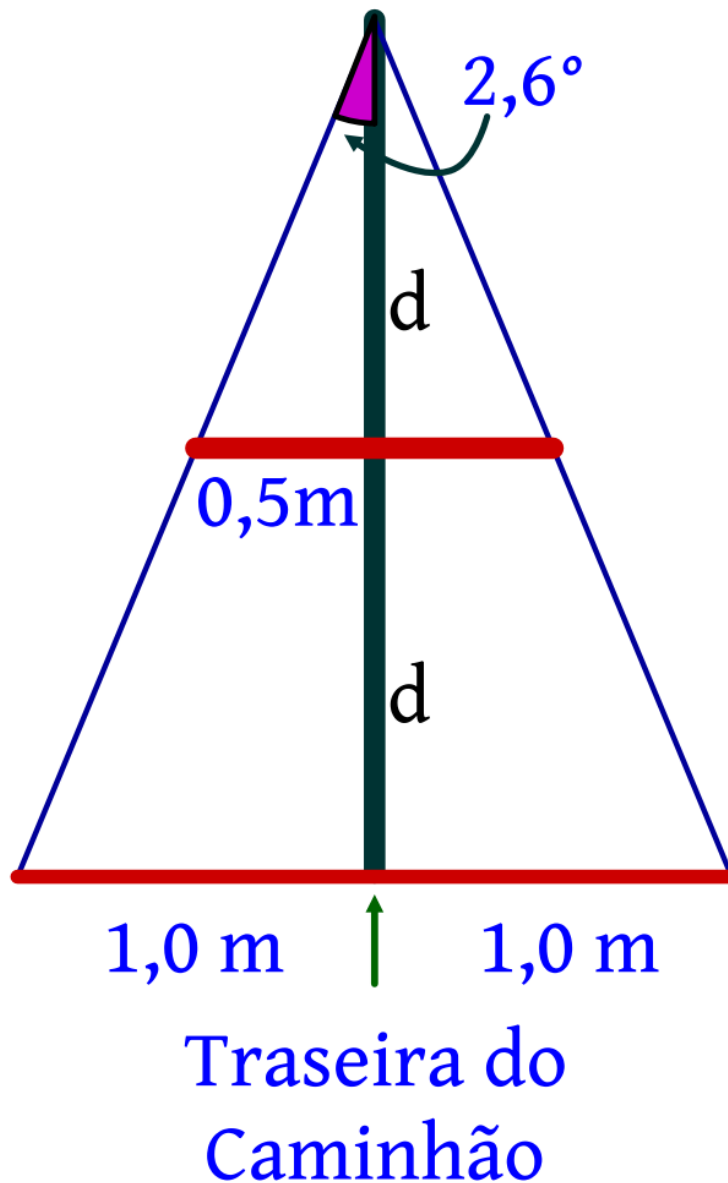
Sabendo que  $\text{tg}(2,6^\circ) \approx 0,045$ , a velocidade média do caminhão nesse intervalo de tempo é de aproximadamente

- A) 12 km/h
- B) 25 km/h
- C) 40 km/h

- D) 59 km/h
- E) 80 km/h

## Solução 37:

A figura ilustra o momento da observação.



No momento em que se visualizou a situação, tem-se:

$$\tan 2,6 = \frac{0,5}{d}$$

$$d = \frac{0,5}{0,045} = 11,11 \text{ m}$$

Logo, o caminhão está percorrendo 11,11 m/s.

Como 1 m/s representa 3,6 km/h, temos uma velocidade de:

$$11,11 \times 3,6 = 39,996$$

Portanto, cerca de 40km/h.

Alternativa C.

**38.** (UEL 2011) De acordo com os dados da tabela e os conhecimentos sobre unidades e escalas de tempo, assinale a alternativa correta.

Prova	Distância	Tempo
Atletismo	100 m	9,69s
Nado Livre	50 m	21,30s
Atletismo	1500 m	4min 01,63s
Nado Livre	1500 m	14min 41,54s
Fórmula 1	5200 m	1min 29,619s

A) A diferença de tempo entre as provas de 1500 m do nado livre e de 1500 m do atletismo é de dez minutos, quarenta segundos e novecentos e dez milésimos de segundo.

**Fazendo  $14'41''54'' - 4'01''63$ . O resultado será 10 min 39,91s. Errada!**

B) O tempo da prova de 50 m do nado livre é de vinte e um segundos e trinta décimos de segundo.

**Não. O correto são 21 segundos e 30 centésimos.**

C) O tempo da prova de 1500 m do nado livre é de quatorze minutos, quarenta e um segundos e quinhentos e quarenta centésimos de segundo.

**Não. Diz-se: quatorze minutos, quarenta e um segundos e quinhentos e quarenta milésimos de segundo.**

D) A diferença de tempo entre as provas de 100 m do atletismo e a de 50 metros do nado livre é de onze segundos e sessenta e um centésimos de segundo.

**Fazendo  $21,30 - 9,69 = 11,61$ . O resultado será 10 min 39,91s. Correta!**

E) A volta de classificação da Fórmula-1 é de um minuto, vinte e nove segundos e seiscentos e dezanove **centésimos** de segundo.

**40.** (UEL 2012) A dendrocronologia é a técnica que possibilita estimar a idade das árvores através da contagem dos anéis de crescimento. Cada anel do tronco corresponde a um ano de vida de uma árvore.



Na primavera de 2011, uma árvore que foi plantada na primavera de 1991 apresenta 16 centímetros de raio na base do seu tronco. Considerando uma taxa de crescimento linear, o raio da base desse tronco, na primavera de 2026, será de:

- A) 22 cm                      C) 28 cm                      E) 44 cm  
B) 25 cm                      D) 32 cm

### Solução 40:

Como o crescimento é linear, ou seja, proporcional, podemos montar a seguinte proporção:

$$20 \text{ anos} \text{ ————— } 16 \text{ cm}$$

$$35 \text{ anos} \text{ ————— } r$$

$$20r = 560$$

$$r = 28 \text{ cm}$$

Alternativa C.