

Professor: Rômulo Garcia

Email: machadogarcia@gmail.com

Conteúdo Programático: Razões e proporções, divisão proporcional, regras de três simples e compostas, porcentagens

Site: matematicaconcursos.blogspot.com

"Seja você quem for, seja qual for a posição social que você tenha na vida, a mais alta ou a mais baixa, tenha sempre como meta muita força, muita determinação e sempre faça tudo com muito amor e com muita fé em Deus, que um dia você chega lá. De alguma maneira você chega lá." Ayrton Senna

Módulo 2 – Números proporcionais

Números diretamente proporcionais:

Dadas duas sucessões de números, quando a razão entre um número qualquer da primeira sucessão e o seu correspondente na segunda sucessão for constante, temos números ditos diretamente proporcionais.

Exemplos:

$$1) \text{ Temos: } \begin{cases} 4, 14, 24 \\ 2, 7, 12 \end{cases}$$

Esses números são diretamente proporcionais, pois:

$$\frac{4}{2} = \frac{14}{7} = \frac{24}{12} = 2 = k$$

Onde k recebe o nome de constante de proporcionalidade.

$$2) \text{ Determine a e b de modo que as duas sucessões sejam proporcionais } \begin{cases} 5, 6, 7, b \\ 15, 18, a, 30 \end{cases}$$

Assim temos:

$$\frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \frac{7}{a} = \frac{b}{30} = k \Rightarrow k = \frac{1}{3}$$

Logo:

$$\frac{7}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 21$$

$$\frac{b}{30} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 10$$

Então $a = 21$ e $b = 10$ e $b = 10$.

Considere as sequências numéricas formadas pelos elementos positivos: $A_1 = (a_1, b_1, c_1)$ e $A_2 = (a_2, b_2, c_2)$. Dizemos que A_1 e A_2 são diretamente proporcionais se $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

Números inversamente proporcionais:

Dadas duas sucessões de números, quando o produto de dois termos correspondentes for constante, temos números ditos inversamente proporcionais.

Exemplos:

$$1) \text{ Temos: } \begin{cases} 20, 40, 2 \\ 10, 5, 100 \end{cases}$$

$$20 \cdot 10 = 40 \cdot 5 = 2 \cdot 100 = 200 = k$$

Como o produto é constante k, temos números inversamente proporcionais. Onde k é a constante de proporcionalidade.

2) Determine a e b de modo que as sucessões sejam inversamente proporcionais.

$$\begin{cases} 5, 2, a \\ 10, b, 50 \end{cases}$$

$$5 \cdot 10 = 2 \cdot b = 50 \cdot a = 50$$

Assim, temos $a = 1$ e $b = 25$.

Considere as sequências numéricas formadas pelos elementos positivos: $A_1 = (a_1, b_1, c_1)$ e $A_2 = (a_2, b_2, c_2)$. Dizemos que A_1 e A_2 são inversamente proporcionais se $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, ou seja, $a_1 \cdot a_2 = b_1 \cdot b_2 = c_1 \cdot c_2$.

Módulo 3 – Divisão em partes diretamente e inversamente proporcionais

1) Dividir um número em partes **diretamente proporcionais** a outros números é decompô-lo em parcelas diretamente proporcionais a esses outros números.

Exemplo:

Divida o número 540 em partes diretamente proporcionais a 3, 4 e 11.

Resolução:

Sejam x, y e z diretamente proporcionais, respectivamente, a 3, 4 e 11 e com $x + y + z = 540$. Sendo assim, segue que: $x = 3k$, $y = 4k$ e $z = 11k$. Com isso, temos que $3k + 4k + 11k = 540$, ou seja, $k = 30$. Logo, as partes diretamente proporcionais a 3, 4 e 11 são, respectivamente, iguais a 90, 120 e 330.

2) Dividir um número em partes **inversamente proporcionais**, é dividi-lo em partes diretamente proporcionais aos inversos dos números dados.

Exemplo:

Divida o número 3410 em partes inversamente proporcionais a 5, 3 e 2.

Resolução:

Sejam x, y e z inversamente proporcionais, respectivamente, a 5, 3 e 2 e com $x + y + z = 3410$. Sendo assim, segue que: $x = \frac{1}{5}k$, $y = \frac{1}{3}k$ e $z = \frac{1}{2}k$. Com isso, temos que $\frac{1}{5}k + \frac{1}{3}k + \frac{1}{2}k = 3410$, ou seja, $\frac{6k+10k+15k}{30} = 3410$, isto é, $k = 3300$. Logo, as partes inversamente proporcionais a 5, 3 e 2 são, respectivamente, iguais a 660, 1100 e 1650.

3) Divisão em partes **diretamente e inversamente proporcionais** em um mesmo problema:

Exemplo:

Divide-se R\$315,00 em três partes a, b e c, que são diretamente proporcionais a 3, 2 e 5, e inversamente proporcionais a 5, 3 e 6, respectivamente. Qual é a menor dessas partes?

Resolução:

Sejam a, b e c as partes que são diretamente proporcionais a 3, 2 e 5 e inversamente proporcionais a 5, 3 e 6, respectivamente. Assim, segue:

$a = 3 \cdot \frac{1}{5}k$, $b = 2 \cdot \frac{1}{3}k$ e $c = 5 \cdot \frac{1}{6}k$. Com isso, temos que $\frac{3}{5}k + \frac{2}{3}k + \frac{5}{6}k = 315$, ou seja, $\frac{18k+20k+25k}{30} = 315$, isto é, $k = 50$. Logo, as partes diretamente proporcionais a 3, 2 e 5 e inversamente proporcionais a 5, 3 e 6, são, respectivamente, iguais que $\frac{3}{5} \cdot 150$, $\frac{2}{3} \cdot 150$ e $\frac{5}{6} \cdot 150$, isto é, R\$90,00, R\$100,00 e R\$125,00. Portanto, a menor parte é igual a R\$90,00.

Exercícios de fixação:

- 1- Dividir 180 em partes diretamente proporcionais a 3,4 e 5.
- 2- Dividir o número 184 em partes diretamente proporcionais a $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{2}$.
- 3- Dividir o número 273 em partes inversamente proporcionais a $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{7}$.
- 4- Dividi-se um número em três partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 7. A primeira parte vale 45. Achar o número e as outras duas partes .
- 5- Certo valor foi distribuído entre duas pessoas em partes diretamente proporcionais a 3 e 4, a segunda recebeu R\$ 2000,00 mais que a primeira . Qual a quantia distribuída e qual é a parte de cada pessoa?
- 6- Um pai quer dividir R\$ 4500,00 entre seus três filhos de modo que o segundo receba o dobro do primeiro e o terceiro o triplo do segundo. Quanto cada filho receberá ?
- 7- Certo valor foi distribuído entre três pessoas em partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 4, a terceira recebeu R\$ 800,00. Qual a quantia distribuída e qual é a parte de cada uma das outras pessoas?
- 8- Repartiu-se certa quantia entre três pessoas em partes proporcionais a 5, 7 e 9. A terceira recebeu R\$ 1000,00 mais que a segunda. Qual a quantia repartida?
- 9- Dividiu-se 22 kg de açúcar em duas partes, cuja a razão é $\frac{3}{8}$. Quanto pesa cada parte?
- 10- Ao dividir R\$ 234,00 entre seus três filhos, um pai o fez inversamente proporcional às idades de cada um. Sabendo-se que as idades eram 2, 3 e 4 anos, calcular a parte de cada um.
- 11- (CN) Sabendo-se que a, b e c são inversamente proporcionais a 3,4 e 5, respectivamente, e que $a + b = 70$, calcular $a - b + c$.
- 12- (CN) Dividindo-se 660 em partes inversamente proporcionais aos números $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{6}$ obtém-se que números?
- 13- (EPCAR) Certo concreto é obtido misturando-se uma parte de cimento, dois de areis e quatro de pedra. Qual será (em m^3) a quantidade de areia a ser empregada, se o volume a ser concretado é $378 m^3$?
- 14- Em uma sociedade entre três irmãos a, b e c, os capitais que cada um investiu são diretamente proporcionais aos números 2, 3 e 5, respectivamente. Se, no final de 1 mês, a sociedade apresentar R\$ 1.000.000,00, qual será o lucro daquele que investiu menos?
- 15- (CN) Um conjunto P é formado por três elementos respectivamente proporcionais a 2,3 e 7. Sabendo-se que o menor mais o triplo do maior, menos o dobro do outro, é igual a 34, qual é a soma desses três elementos?
- 16- (CN) Sendo $x + y + z = 201$, onde x é diretamente proporcional a 2 e inversamente proporcional a 5; y é diretamente proporcional a $\frac{1}{2}$ e z é inversamente proporcional a $\frac{3}{4}$. O menor desses números é .
- 17- Para incentivar com a quantia de R\$ 600,00 três jogadores X, Y e Z, o tesoureiro de um Clube determinou que a mesma fosse diretamente proporcional ao número de gols e inversamente proporcional ao número de faltas. Sabendo-se que X,Y e Z fizeram 2, 3 e 4 gols, e 4, 2 e 3 faltas, respectivamente, calcular, em reais, quando receberá cada deles.

18- Suponha que y varie diretamente com o quadrado de x e inversamente com a raiz quadrada de z , e $y = 20$ quando $y = 4$ e $z = 9$. Ache y quando $x = 5$ e $z = 16$.

19- (CN) A herança de R\$ 30.000,00 deve ser repartida entre Antonio, Bento e Carlos. Cada um deve receber em partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 6, respectivamente, e inversamente proporcionais às idades de cada um. Sabendo-se que Antonio tem 12 anos, Bento tem 15 anos e Carlos 24 anos, qual será a parte recebida por Bento?

Gabaritos:

1- 45, 60 e 75

2- 64,72 e 48

3- 78,104 e 91

4- 225, 75 e 105

5- R\$ 14000,00; R\$ 6000,00; e R\$ 8000,00

6- R\$ 500,00; R\$ 1000,00 e R\$ 3000,00

7- R\$ 1800,00; R\$ 400,00 e R\$ 600,00

8- R\$ 10500,00

9- 6kg e 16kg

10- R\$ 108,00 ; R\$ 72,00 e R\$ 54,00.

11- 34

12- 30;20 e 10

13-108 m³

14- R\$ 200.000,00

15- 24

16- 36

17- X = R\$ 90,00; Y = R\$ 270,00 e Z = R\$ 240,00

18- 375/16

19- R\$ 12.000,00