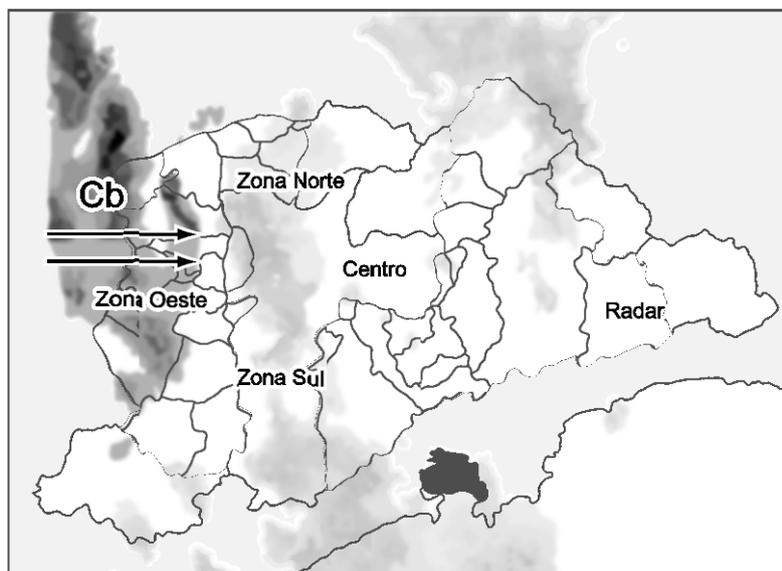


## Sumário

<b>Questão 1</b> (Assunto: Equações; Movimento retilíneo e uniforme) .....	2
<b>Questão 2</b> (Assunto: Ponto médio) .....	3
<b>Questão 3</b> (Assunto: Polinômios; Operações).....	4
<b>Questão 4</b> (Assunto: Conjuntos numéricos) .....	5
<b>Questão 5</b> (Assunto: Expressões algébricas).....	5
<b>Questão 6</b> (Assunto: Polinômio de 1º grau) .....	6
<b>Questão 7</b> (Assunto: Tratamento de informação; Gráficos).....	6
<b>Questão 8</b> (Assunto: Polinômio de 1º grau) .....	8
<b>Questão 9</b> (Assunto: Ângulos entre retas concorrentes) .....	9
<b>Questão 10</b> (Assunto: Ângulos) .....	10
<b>Questão 11</b> (Assunto: Expressões algébricas inteiras) .....	10
<b>Questão 12</b> (Assunto: Operações com polinômios) .....	11
<b>Questão 13</b> (Assunto: Conjunto dos números racionais) .....	12
<b>Questão 14</b> (Assunto: Conjunto dos números racionais; Dízimas periódicas).....	13
<b>Questão 15</b> (Assunto: Ângulos) .....	14
<b>Questão 16</b> (Assunto: Triângulos; Ângulos internos) .....	15
<b>Questão 17</b> (Assunto: Polinômios).....	16
<b>Questão 18</b> (Assunto: Linguagem algébrica) .....	16
<b>Questão 19</b> (Assunto: Noções de conjuntos) .....	16
<b>Questão 20</b> (Assunto: Ângulos suplementares; Triângulos).....	17
<b>Questão 21</b> (Assunto: Semelhança de triângulos) .....	18
<b>Questão 22</b> (Assunto: Contagem; Princípio multiplicativo) .....	19
<b>Questão 23</b> (Assunto: Polígonos regulares e áreas) .....	19
<b>Questão 24</b> (Assunto: Prismas) .....	20
<b>Questão 25</b> (Assunto: Ângulos) .....	21
<b>Questão 26</b> (Assunto: Teorema de Pitágoras) .....	22
<b>Questão 27</b> (Assunto: Sistemas de equações) .....	22
<b>Questão 28</b> (Assunto: Contagem; Princípio multiplicativo) .....	23

**Questão 1** (Assunto: Equações; Movimento retilíneo e uniforme)

**A álgebra e a previsão do tempo**



<www.saisp.br>

Uma das principais funções dos meteorologistas é prever o tempo.

Os meteorologistas também estudam como as nuvens se formam, a poluição atmosférica, a camada de ozônio e as variações climáticas em um ecossistema.

Para prever o tempo usam modelos matemáticos, fórmulas, que envolvem o conhecimento de dados e de conceitos numéricos para representar a atmosfera.

A figura é uma imagem da Região Metropolitana de São Paulo, de um radar meteorológico localizado em Salesópolis, SP.

O vento em altos níveis da atmosfera é de oeste com velocidade ( $c$ ) constante de 5 m/s (metros por segundo).

Nesta questão, você fará a previsão da localidade de uma nuvem Cb (Cumulonimbus), que provoca chuva e ventos torrenciais principalmente na estação de verão na capital.

A nuvem Cb está a uma distância de 1.500 m do centro. Em quantos minutos estará chovendo no centro?

Para a resolução desta questão use o modelo matemático:  $\frac{\Delta x}{\Delta t} = c$

Em que:  $\Delta x$  = distância       $\Delta t$  = tempo       $c$  = velocidade

### Gabarito

$$\frac{1.500}{\Delta t} = 5$$

$$1.500 = 5\Delta t$$

$$1.500 : 5 = \Delta t$$

$$300 = \Delta t \text{ (tempo)}$$

$$\Delta t = 300 \text{ s}$$

Convertendo para minutos, temos:

$$300 : 60 = 5 \text{ minutos}$$

A questão tem por objetivo avaliar a capacidade de leitura e interpretação do aluno, assim como a capacidade de calcular o valor numérico de uma expressão quando são dados sua fórmula e seus valores.

O aluno mediano talvez não faça a transformação de segundos para minutos. Cabe ao professor decidir se vale a pena considerar apenas as substituições feitas. Já o aluno acima da média não só fará a transformação necessária como também as substituições e os cálculos corretamente.

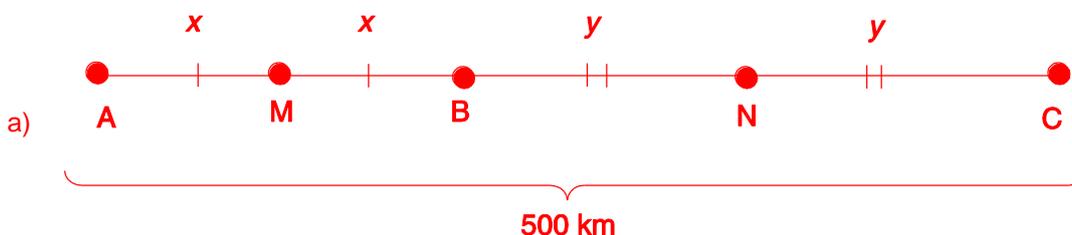
### Questão 2 (Assunto: Ponto médio)

Três cidades podem ser representadas pelos pontos A, B e C, colocados nessa ordem sobre uma linha reta. Sabe-se que:

- existe uma cidade M situada na metade do percurso da cidade A até a cidade B;
- existe uma cidade N situada na metade do percurso da cidade B até a cidade C;
- a distância entre as duas cidades mais afastadas é igual a 500 km.

- Faça uma figura para representar essa situação.
- Qual é a distância entre as cidades M e N?
- É possível determinar a distância entre as cidades A e M? Em caso afirmativo, escreva qual é o valor numérico que representa essa distância? Em caso negativo, justifique sua resposta.

### Gabarito



b)  $2x + 2y = 500 \rightarrow x + y = 250$

A distância entre as cidades M e N é dada por  $x + y$ .

- c) Não é possível determinar a distância entre as cidades A e M.

Representamos algebricamente esta distância por  $x$ , mas faltam dados no problema para determinar o valor numérico de  $x$ .

Observe que não é dito no enunciado que o ponto B é ponto médio do segmento  $\overline{AC}$ ; dessa forma, não é correto afirmar que  $AB = BC$ . Logo, na figura do aluno já é possível perceber se houve esse erro: fez as mesmas marcas de congruência nos quatro segmentos ou marcou o valor 125 em todos os segmentos. As duas coisas tornam errada a resolução da questão.

Uma solução bastante elegante é fazer:  $MN = \frac{500}{2} = 250$  km. Porém, para ser considerada certa, é necessário que o aluno não cometa os erros descritos.

Alegar que a resposta do item b está correta não é justificativa para que o aluno receba certo nesse item. O mais importante nesta questão é o raciocínio adequado e não a resposta em si.

Do aluno acima da média, espera-se que acerte todos os itens; do aluno mediano, ao menos os itens a e b.

### Questão 3 (Assunto: Polinômios; Operações)

Dividindo-se um polinômio  $P$  por  $x^2 - 1$ , vamos obter quociente  $x + 2$  e resto  $x - 3$ .

Qual é o resto da divisão do polinômio  $P$  por  $x - 2$ ?

#### Gabarito

$$\begin{array}{r}
 P : (x - 2) = \\
 (x^3 + 2x^2 - 5) : (x - 2) = \\
 \\
 \begin{array}{r}
 P = 3x^2 - 5 \\
 (x + 2)(x^2 - 1) + (x - 3) = \\
 x^3 - x + 2x^2 - 2 + x - 3 = \\
 P = x^3 + 2x^2 - 5
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 x^3 + 2x^2 + 0x - 5 \quad | \quad x - 2 \\
 - (x^3 - 2x^2) \quad \quad \quad x^2 + 4x + 8 \\
 \hline
 4x^2 + 0x - 5 \\
 - (4x^2 - 8x) \\
 \hline
 + 8x - 5 \\
 - (8x - 16) \\
 \hline
 - 11
 \end{array}
 \end{array}$$

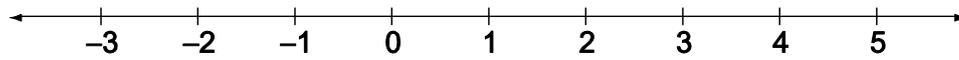
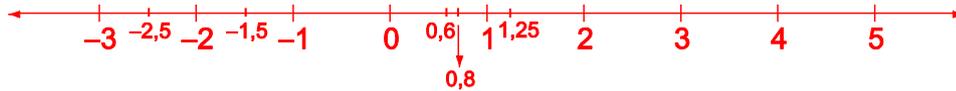
O resto da divisão é 11.

A questão tem como objetivo avaliar a capacidade do aluno de interpretar a questão, lembrar os termos de uma divisão e a operação inversa, que é o caminho da resolução.

O aluno mediano pode errar nos cálculos, apesar de ter compreendido que a operação inversa é o caminho da resolução. O aluno acima da média conseguirá resolvê-la corretamente.

**Questão 4** (Assunto: Conjuntos numéricos)

Na reta numérica abaixo, localize os números:  $-2,5$ ;  $0,666\dots$ ;  $0,8$ ;  $\frac{5}{4}$ ;  $-\frac{3}{2}$

**Gabarito**

$$\frac{5}{4} = 1,25$$

$$\frac{-3}{2} = -1,5$$

**Questão 5** (Assunto: Expressões algébricas)

Resolva a expressão a seguir.

$$\frac{1}{2} - \left\{ 0,33\dots - 1\frac{1}{3} + \left[ -3 + \frac{1}{2} \left( \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \right) \right] - 0,66\dots + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \right\} - \frac{1}{5}$$

**Gabarito**

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} - \left\{ 0,33\dots - 1\frac{1}{3} + \left[ -3 + \frac{1}{2} \left( \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \right) \right] - 0,66\dots + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \right\} - \frac{1}{5} = \\ & = \frac{1}{2} - \left\{ \frac{1}{3} - 1 - \frac{1}{3} + \left[ -3 + \frac{1}{2} \left( \frac{6-5}{15} \right) \right] - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right\} - \frac{1}{5} = \\ & = \frac{1}{2} - \left\{ -1 + \left[ -3 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{15} \right) \right] - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right\} - \frac{1}{5} = \\ & = \frac{1}{2} - \left\{ -1 + \left[ -3 + \frac{1}{30} \right] \cdot \frac{10+3}{15} \right\} - \frac{1}{5} = \\ & = \frac{1}{2} - \left\{ -1 + \left[ \frac{-90}{30} + \frac{1}{30} \right] - \frac{7}{15} \right\} - \frac{1}{5} = \\ & = \frac{1}{2} - \left\{ -1 + \frac{89}{30} - \frac{7}{15} \right\} - \frac{1}{5} = \\ & = \frac{1}{2} - \left\{ \frac{-30 - 89 - 14}{30} \right\} - \frac{1}{5} = \\ & = \frac{1}{2} - \left\{ \frac{-133}{30} \right\} - \frac{1}{5} = \\ & = \frac{1}{2} + \frac{133}{30} - \frac{1}{5} = \frac{15 + 133 - 6}{30} = \frac{142}{30} = \frac{71}{15} \end{aligned}$$

### Questão 6 (Assunto: Polinômio de 1º grau)

#### Os grilos

A partir de pesquisas com grilos, notou-se que a quantidade de cricrilaes está associada à temperatura. Dessa maneira, as grandezas temperatura e cricrilaes foram relacionadas segundo uma expressão algébrica do tipo:  $n = 7t - 30$ , em que  $n$  indica a quantidade de cricrilaes por minuto; e  $t$ , a temperatura em graus Celsius.

Edwald Bianchini e Herval Accola. *Curso de Matemática*. 3 ed. São Paulo: Moderna. p. 89.

Determine a quantidade de cricrilaes de um grilo por minuto se a temperatura em que ele estiver for de 30 °C.

#### Gabarito

$$n = 7t - 30$$

$$n = 210 - 30$$

$$n = 180$$

180 cricrilaes por minuto.

### Questão 7 (Assunto: Tratamento de informação; Gráficos)

Luciano saiu de casa com R\$ 140,00, comprou um fichário de R\$ 30,00 e outros itens de papelaria que o fizeram gastar mais R\$ 20,00. Passou na casa de um amigo e pagou uma dívida de R\$ 30,00. Em seguida, comprou um ursinho de pelúcia de R\$ 60,00 para a namorada Vaneska, que logo mais encontraria. Havia combinado de ir ao cinema com ela, mas percebeu que o dinheiro tinha acabado. Sorte a dele que conhecia o moço que vendia os ingressos, ficou de passar no dia seguinte para acertar os R\$ 10,00 que ficou devendo.

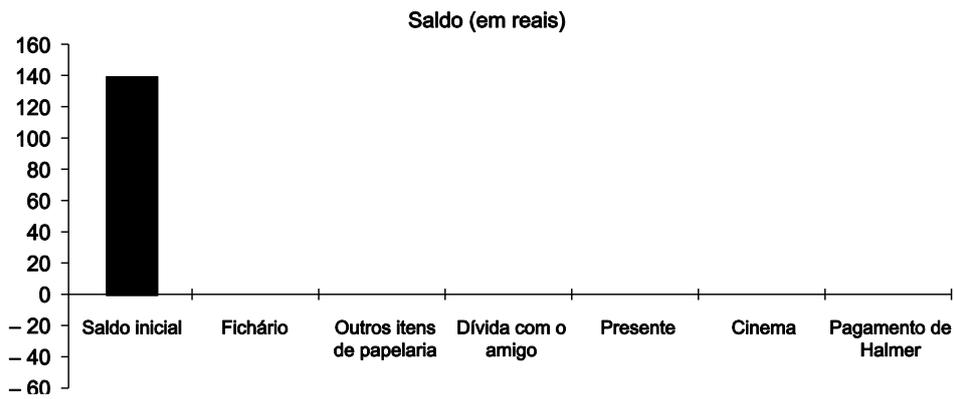
Quando saiu do cinema, ouviu alguém o chamar, era seu amigo Halmer, que lhe entregou R\$ 20,00 que disse estar lhe devendo há tempos.

Antes de sair do *shopping*, Luciano pagou o cinema. Depois disso, convenceu Vaneska a ir embora para casa. Ainda bem que ela aceitou... Depois de um dia como aquele, ele não podia gastar mais nada!

a) Complete a tabela a seguir com as informações do texto.

Gastos e ganhos de Luciano em um dia		
Gastos e ganhos	Valor (em reais)	Saldo (em reais)
Saldo inicial	140	140
Fichário	30	110
Outros itens de papelaria		
Dívida com o amigo		
Presente		
Cinema		
Pagamento de Halmer		

b) Complete o gráfico a seguir.



**Gabarito**

a)

Gastos e ganhos de Luciano em um dia		
Gastos e ganhos	Valor (em reais)	Saldo (em reais)
Saldo inicial	140	140
Fichário	30	110
Outros itens de papelaria	20	90
Dívida com o amigo	30	60
Presente	60	0
Cinema	10	-10
Pagamento de Halmer	20	10



### Questão 8 (Assunto: Polinômio de 1º grau)

Luciana, Simone e Kelry moram na mesma rua. A rua delas é tão retinha que é possível uma ver a outra quando as três estão na calçada em frente as suas casas.

A distância entre a casa de Luciana e a casa de Kelry é o quádruplo da distância entre a casa de Kelry e a de Simone, e a distância entre a casa de Simone e a de Luciana é igual a 480 metros.

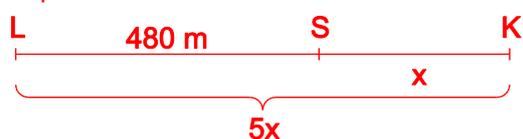
- Sabendo que a casa de Luciana é a primeira da rua, faça um esboço para representar a situação descrita.
- Quais são as possíveis distâncias entre as casas de Kelry e Simone?

#### Gabarito

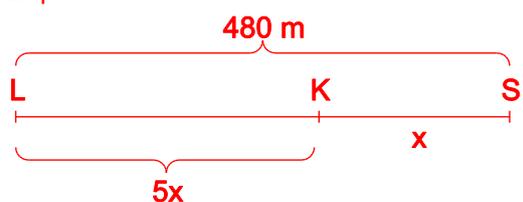
- Vamos chamar de L, S e K os pontos que representam a casa das três amigas e usar uma reta para representar a rua onde elas moram.

Assim, temos duas possibilidades:

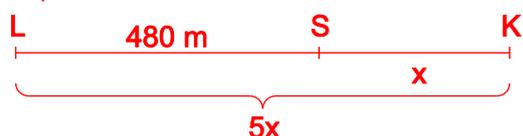
1ª possibilidade:



2ª possibilidade:



- 1ª possibilidade:

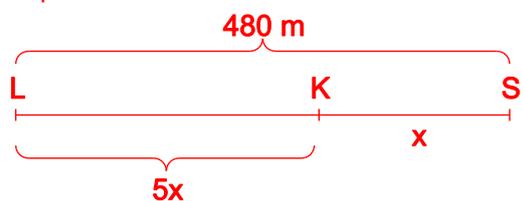


$$5x = x + 480$$

$$4x = 480$$

$$x = 120 \text{ m}$$

2ª possibilidade:



$$5x + x = 480$$

$$6x = 480$$

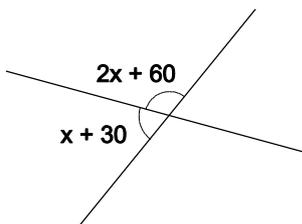
$$x = 80 \text{ m}$$

As possíveis distâncias entre as casas de Kelry e Simone são: 120 m ou 80 m.

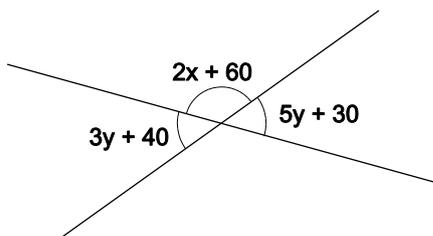
**Questão 9** (Assunto: Ângulos entre retas concorrentes)

Determine a medida dos ângulos agudos formados em cada caso.

a)



b)



**Gabarito**

a) Observando a figura, temos:

$$2x + 60^\circ + x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$3x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$3x = 90^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

Portanto, temos como ângulos  $30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$  e  $2 \cdot 30^\circ + 60^\circ = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ . Como o exercício pede a medida do ângulo agudo, a resposta é  $60^\circ$ .

b) Observando a figura, temos que os ângulos  $3y + 40^\circ$  e  $5y + 30^\circ$  são opostos pelo vértice; assim:

$$3y + 40^\circ = 5y + 30^\circ$$

$$3y - 5y = 30^\circ - 40^\circ$$

$$-2y = -10^\circ$$

$$2y = 10^\circ$$

$$y = 5^\circ$$

Também podemos montar a seguinte equação para descobrirmos  $x$ :

$$2x + 60^\circ + 5y + 30^\circ = 180^\circ$$

$$2x + 60^\circ + 5 \cdot 5^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

$$2x + 90^\circ + 25^\circ = 180^\circ$$

$$2x + 115^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 115^\circ$$

$$2x = 65^\circ$$

$$x = 32,5^\circ$$

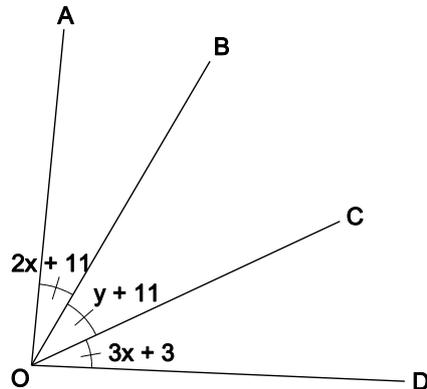
Dessa maneira, os ângulos serão  $2 \cdot 32,5^\circ + 60^\circ = 125^\circ$  e  $3 \cdot 5^\circ + 40^\circ = 55^\circ$ .

Portanto, o ângulo agudo será  $55^\circ$ .

---

**Questão 10** (Assunto: Ângulos)

Em relação à figura a seguir, responda:



- Quais os valores de  $x$  e  $y$ ?
- Qual a medida do ângulo  $D\hat{O}B$ ?

**Gabarito**

- a) Como  $A\hat{O}B \equiv B\hat{O}C \equiv C\hat{O}D$ , temos que:

$$2x + 11^\circ = 3x + 3^\circ$$

$$2x - 3x = 3^\circ - 11^\circ$$

$$-x = -8^\circ$$

$$x = 8^\circ$$

Dessa forma:

$$2x + 11^\circ = y + 11^\circ$$

$$2 \cdot 8^\circ = y$$

$$16^\circ = y$$

- b) A medida de  $D\hat{O}B$  será dada pela soma das medidas dos ângulos  $D\hat{O}C$  e  $C\hat{O}B$ , assim:

$$D\hat{O}B = 3x + 3^\circ + y + 11^\circ$$

$$D\hat{O}B = 3 \cdot 8^\circ + 16^\circ + 14^\circ$$

$$D\hat{O}B = 54^\circ$$

**Questão 11** (Assunto: Expressões algébricas inteiras)

Analise os passos a seguir.

- Pense em um número.
- Multiplique-o por dois.
- Acrescente 10 ao resultado.
- Divida por dois.
- Subtraia o número que você pensou.
- O resultado é cinco.

- a) Verifique se os mesmos passos funcionam se o número pensado for zero.  
 b) Mostre também como funciona se o número pensado for  $x$ .

**Gabarito**

a) Executando os passos, temos:

- 1) 0
- 2)  $2 \cdot 0 = 0$
- 3)  $0 + 10 = 10$
- 4)  $\frac{10}{2} = 5$
- 5)  $5 - 0 = 5$

b) Se o número pensado for  $x$ , então:

- 1)  $x$
- 2)  $2 \cdot x$
- 3)  $2x + 10$
- 4)  $\frac{2x+10}{2} = x + 5$
- 5)  $x + 5 - x = 5$

Portanto, a brincadeira funciona independente do número pensado.

**Questão 12** (Assunto: Operações com polinômios)

Em uma bela manhã de um domingo qualquer, Janjão começou a refletir sobre o conteúdo que cairia em sua prova de Álgebra, os elegantes polinômios! Lembrou que certa vez seu professor disse-lhe que aquela letra  $x$ , que tanto aparecia, era simplesmente um símbolo sem significado. Foi então que teve a ideia de abandonar o pobre  $x$  e utilizar a seguinte notação:

- Para  $P(x) = 3$  ele usaria a notação  $P = (3)$
- Para  $H(x) = 2x + 1$  ele usaria a notação  $H = (2;1)$
- Para  $G(x) = 5x^2 - 7x + 4$  ele usaria  $G = (5; -7;4)$
- Para  $I(x) = x^3 + x^2 + x + 1$  ele usaria  $I = (1;1;1;1)$

Calcule as operações a seguir e coloque a resposta na notação utilizada por Janjão.

- a)  $P(x) + H(x) + G(x) + I(x)$   
 b)  $P(x) \cdot x$

**Gabarito**

- a)  $P + H + G + I = 3 + 2x + 1 + 5x^2 - 7x + 4 + x^3 + x^2 + x + 1$   
 $P + H + G + I = x^3 + 6x^2 - 4x + 9$

A notação de Janjão faz equivalência entre o expoente do termo do polinômio com a posição dentro dos parentes, de modo que o termo de expoente zero ocupe a primeira posição da esquerda para direita dentro dos parênteses, o termo de expoente 1 ocupe a segunda posição e assim sucessivamente. Assim, teremos que tal soma na notação dele será:

$$P(x) + H(x) + G(x) + I(x) = (1;6; -4;9)$$

- b)  $P(x) \cdot x = 3 \cdot x = 3x$

Como a notação de Janjão faz equivalência entre o expoente do termo do polinômio com a posição dentro dos parênteses, devemos reescrever o resultado da seguinte maneira:

$$P(x) \cdot x = 3x = 3x^1 + 0x^0$$

Assim, utilizando a notação de Janjão, temos:

$$P(x) \cdot x = (3;0)$$

### Questão 13 (Assunto: Conjunto dos números racionais)

Leia o texto abaixo para responder às questões.

Em uma bela manhã de sábado, Joãozinho estava fazendo sua tarefa de Aritmética. Um dos exercícios pedia para escrever a representação decimal da fração  $\frac{1}{23}$ . Joãozinho, muito esperto, pensou: “Bom, basta dividir o número 1 pelo número 23”. Como estava com muita preguiça de efetuar a divisão “no lápis”, decidiu utilizar uma calculadora. Depois de muito procurar, não conseguiu achar nenhuma! Frustrado só de pensar em efetuar a divisão “no lápis”, teve a ideia: “Já sei, o Google responde!”. Prontamente dirigiu-se ao computador, abriu a página do Google, digitou no campo de pesquisa  $1/23$  e clicou em “Pesquisar”. Como em um passe de mágica, apareceu o resultado  $1/23 = 0,0434782609$ . Não houve alegria maior para Joãozinho nesse momento!

Abaixo segue uma imagem ilustrativa da tela do computador de Joãozinho no ato de sua felicidade!



- A fração  $\frac{2}{3}$  gera a dízima periódica  $0,6\bar{}$ . Se Joãozinho colocasse no Google  $\frac{2}{3}$ , qual resultado ele iria obter?
- Se Joãozinho levar para o professor a resposta  $0,0434782609$ , sabendo que o professor irá avaliar apenas o resultado e não os meios pelos quais a obteve, ele irá acertar? Explique sua resposta.

#### Gabarito

- a) Note que o Google trabalha com 10 casas decimais; portanto, ele teria como resultado:

$$\frac{2}{3} = 0,6666666666.$$

- b) Não, como o Google trabalha com um número limitado de casas decimais, a representação decimal da fração  $\frac{1}{23}$  aparece como um decimal exato e não como uma dízima periódica.

**Questão 14** (Assunto: Conjunto dos números racionais; Dízimas periódicas)

Dado um número racional qualquer  $\frac{a}{b}$ , pode-se encontrar a sua forma decimal por meio do algoritmo usual da divisão. Por exemplo, a forma decimal do número racional  $\frac{1}{7}$  pode ser obtida efetuando a divisão do número 1 pelo número 7, o que nos levará ao resultado 0,142857142857...

Segue abaixo uma demonstração dessa divisão utilizando o algoritmo usual.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 30 \\ 20 \\ 60 \\ 40 \\ 50 \\ 1 \\ \dots \end{array} \quad \begin{array}{r} | 7 \\ \hline 0,142857\dots \end{array}$$

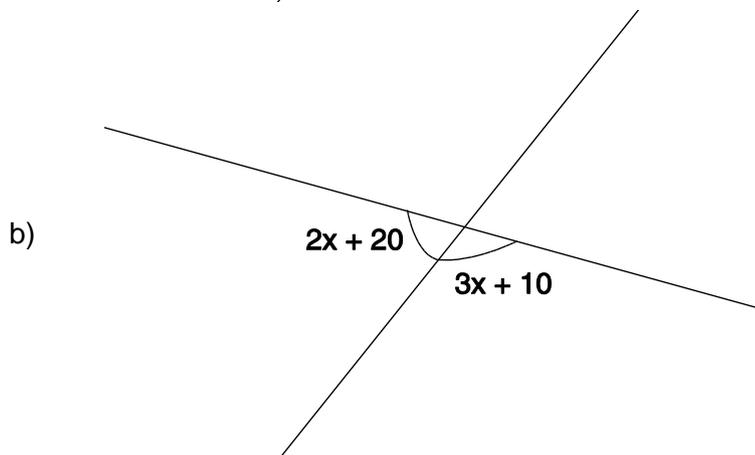
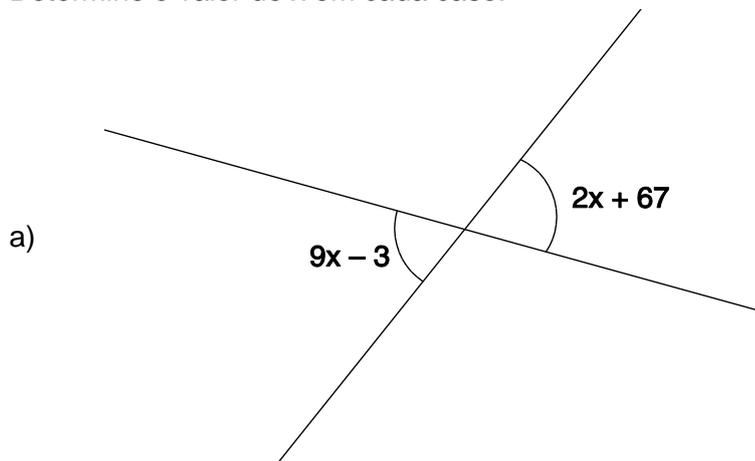
- a) Os números destacados são os restos possíveis da divisão por 7. Em uma divisão qualquer por 11, quais são os restos possíveis?
- b) Se, ao encontrarmos a representação decimal de um número racional  $\frac{a}{b}$ , por meio do algoritmo usual, fosse possível obter como resultado uma dízima não periódica, o que deveria acontecer com a quantidade de restos dessa divisão?

**Gabarito**

- a) Os restos possíveis na divisão por 11 são os números inteiros de 0 até 10.
- b) A quantidade de restos deveria ser infinita, o que é impossível, já que, na divisão por um número inteiro não nulo  $b$ , teremos sempre  $b$  restos possíveis.
-

**Questão 15** (Assunto: Ângulos)

Determine o valor de  $x$  em cada caso.

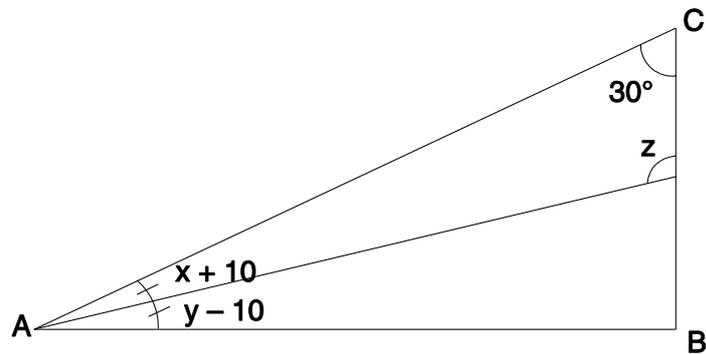


**Gabarito**

- a) Como os ângulos são opostos pelos vértices, então são iguais. Assim:  
 $9x - 3 = 2x + 67$   
 $7x = 70$   
 $x = 10^\circ$
- b) Como os dois ângulos juntos formam um ângulo raso, então:  
 $2x + 20 + 3x + 10 = 180$   
 $5x = 150$   
 $x = 30^\circ$
-

**Questão 16** (Assunto: Triângulos; Ângulos internos)

O triângulo ABC a seguir é retângulo em B.



- a) Determine os valores de x e y.
- b) Determine o valor da soma  $x + y + z$ .

**Gabarito**

- a) Como o triângulo é retângulo, o ângulo em A mede  $60^\circ$ . Dessa maneira:

$$x + 10 = 30$$

$$x = 20^\circ$$

Assim como:

$$y - 10 = 30$$

$$y = 40^\circ$$

- b) Como  $x + 10 = 30^\circ$ , temos que:

$$z + 30 + 30 = 180$$

$$z = 120^\circ$$

$$\text{Logo, } x + y + z = 20 + 40 + 120 = 180^\circ$$

---

**Questão 17** (Assunto: Polinômios)

Sejam os polinômios  $A(x) = x + 1$ ,  $B(x) = x - 1$  e  $C(x) = x^2 + 1$ . Calcule:

- a)  $A(x) \cdot B(x)$
- b)  $A(x) \cdot B(x) \cdot C(x)$

**Gabarito**

- a)  $A(x) \cdot B(x) = (x + 1) \cdot (x - 1)$   
 $A(x) \cdot B(x) = x^2 - x + x - 1$   
 $A(x) \cdot B(x) = x^2 - 1$
  - b)  $A(x) \cdot B(x) \cdot C(x) = (x^2 - 1) \cdot (x^2 + 1)$   
 $A(x) \cdot B(x) \cdot C(x) = x^4 + x^2 - x^2 - 1$   
 $A(x) \cdot B(x) \cdot C(x) = x^4 - 1$
- 

**Questão 18** (Assunto: Linguagem algébrica)

Escreva cada item a seguir na linguagem algébrica.

- a) A soma do dobro de um número com o seu triplo.
- b) O quadrado da soma da terça parte de um número com o dobro de outro número.

**Gabarito**

- a) A expressão "A soma do dobro de um número com o seu triplo" pode ser representada por  $2x + 3x$ .
  - b) A expressão "O quadrado da soma da terça parte de um número com o dobro de outro número" pode ser representada por  $\left(\frac{x}{3} + 2y\right)^2$ , com  $x \neq y$ .
- 

**Questão 19** (Assunto: Noções de conjuntos)

Seja A o conjunto dos divisores positivos do número 150, e B o conjunto dos divisores positivos do número 90, resolva os seguintes itens.

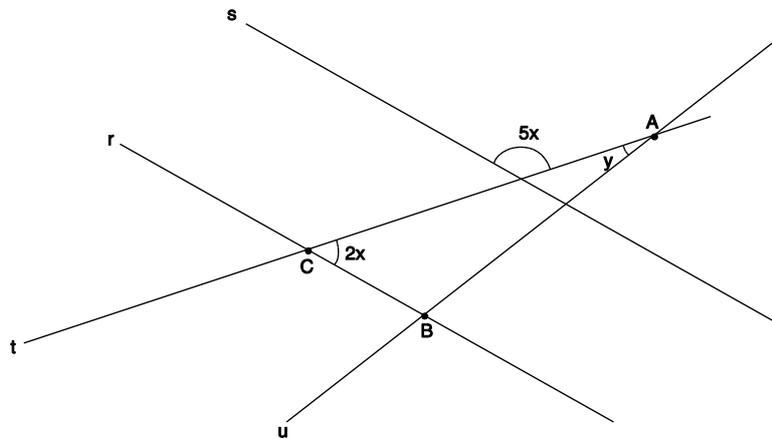
- a) Liste os elementos do conjunto B.
- b) Qual o maior elemento do conjunto  $A \cap B$ ? Justifique.

**Gabarito**

- a)  $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\}$
  - b) O conjunto  $A \cap B$  é composto dos divisores comuns dos números 150 e 90. Portanto, o maior elemento desses conjuntos é o  $MDC(150, 90) = 30$ .
-

**Questão 20** (Assunto: Ângulos suplementares; Triângulos)

Observe a seguir duas retas paralelas, r e s, cortadas pelas transversais t e u.



Responda:

- Qual o valor de  $x$ ?
- Se o triângulo ABC é isósceles de base BC, qual é a medida de  $y$ ?

**Gabarito**

- a) Note que os dois ângulos são suplementares; dessa forma:

$$5x + 2x = 180^\circ$$

$$x = \frac{180^\circ}{7}$$

- b) Se ABC é isósceles de base BC, devemos ter:

$$2x + 2x + y = 180$$

$$y = 180 - 4x$$

Como  $x = \frac{180}{7}$ , então:

$$y = 180 - 4 \cdot \frac{180}{7}$$

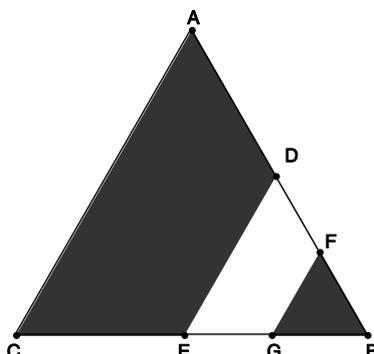
$$y = 7 \cdot \frac{180}{7} - 4 \cdot \frac{180}{7}$$

$$y = 3 \cdot \frac{180}{7}$$

$$y = \frac{540^\circ}{7}$$

**Questão 21** (Assunto: Semelhança de triângulos)

Na figura a seguir, ABC, DBE e FBG são triângulos equiláteros, o lado BC tem o dobro da medida do segmento  $\overline{BE}$ , o qual tem o dobro da medida do segmento  $\overline{BG}$ .



Responda ao que se pede.

- Sabendo que a medida do segmento  $\overline{BC}$  é igual a 1 unidade, qual a razão entre as áreas dos triângulos ABC e DBE?
- Qual a área da região hachurada?

**Gabarito**

- a) A área do triângulo ABC é dada por:

$$\text{Área}(\text{ABC}) = \frac{1^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

A área do triângulo DBE é dada por:

$$\text{Área}(\text{DBE}) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{16}$$

Dessa forma:

$$\frac{\text{Área}(\text{ABC})}{\text{Área}(\text{DBE})} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{16}} = 4$$

Portanto, a razão entre as áreas dos triângulos ABC e DBE é 4.

- b) Observe que a área do triângulo ABC é:

$$\text{Área}(\text{ABC}) = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Além disso, do resultado do item a, temos que:

$$\text{Área}(\text{DBE}) = \frac{\text{Área}(\text{ABC})}{4}$$

$$\text{Área}(\text{FBG}) = \frac{\text{Área}(\text{ABC})}{16}$$

Portanto, a área da região hachurada será:

$$\text{Região hachurada} = \text{Área}(ABC) - \text{Área}(DBE) + \text{Área}(FBG)$$

$$\text{Região hachurada} = \text{Área}(ABC) - \frac{\text{Área}(ABC)}{4} + \frac{\text{Área}(ABC)}{16}$$

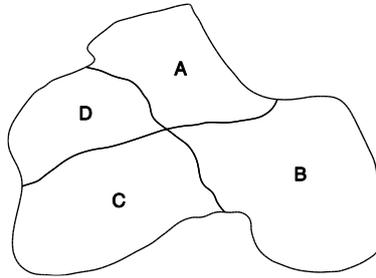
$$\text{Região hachurada} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{16} + \frac{\sqrt{3}}{64}$$

$$\text{Região hachurada} = \frac{16\sqrt{3}}{64} - \frac{4\sqrt{3}}{64} + \frac{\sqrt{3}}{64}$$

$$\text{Região hachurada} = \frac{13\sqrt{3}}{64}$$

**Questão 22** (Assunto: Contagem; Princípio multiplicativo)

Mariana desenhou o seguinte mapa em uma folha de papel.



Nele, A, B, C e D representam países, de maneira que os países A e C são vizinhos dos países B e D, mas não são vizinhos entre si. Nessas condições, de quantas maneiras Mariana poderá pintar o seu mapa:

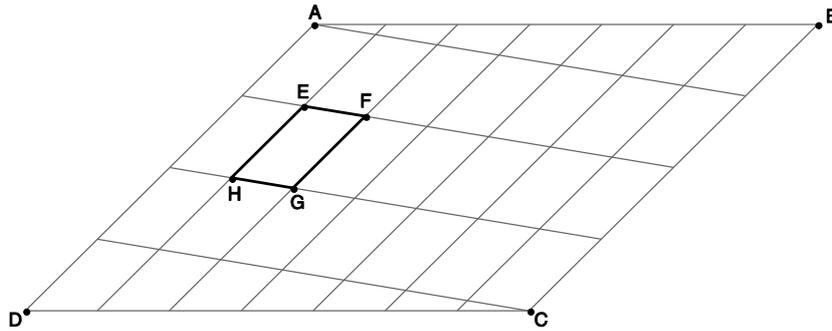
- para que os países A e D não tenham a mesma cor que os países C e B?
- para que países vizinhos não tenham a mesma cor?

**Gabarito**

- Se os países A e D tiverem a mesma cor, Mariana terá um total de  $4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$  maneiras de pintar o mapa, mas, se os países A e D tiverem cores distintas, ela terá um total de  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 48$  maneiras. Sendo assim, ela terá um total de  $36 + 48 = 84$  maneiras de pintar o seu mapa, de modo que os países A e D não tenham a mesma cor que um dos países B e C.
- Se A e C têm cores distintas, ela terá um total de  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 48$  maneiras; porém, se A e C forem da mesma cor, ela terá um total de  $4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$  maneiras de pintá-lo. Sendo assim, ela poderá pintar o mapa de  $48 + 36 = 84$  maneiras, de modo que países vizinhos não tenham a mesma cor.

**Questão 23** (Assunto: Polígonos regulares e áreas)

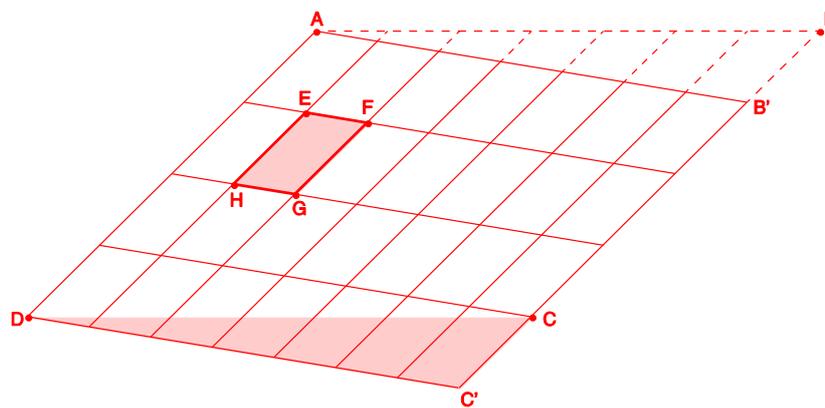
A figura a seguir representa um paralelogramo ABCD. Os lados AB e CD foram divididos em 7 partes iguais, tendo os pontos de divisão conectados por segmentos, e os lados AD e BC foram divididos em 4 partes iguais, também tendo os pontos de divisão conectados por segmentos, como ilustrado.



- a) Se o paralelogramo EFGH tem o lado HG medindo 2 cm, e a altura relativa a esse lado igual a 3 cm, qual a área desse paralelogramo?
- b) Considerando as informações do item a, qual a área do paralelogramo ABCD?

**Gabarito**

- a)  $\text{Área}(\text{EFGH}) = 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^2$
- b) Observe que o paralelogramo ABCD pode ser transformado da seguinte forma:



Dessa forma, note que temos 28 paralelogramos do tamanho de EFGH dentro do paralelogramo ABCD, portanto:

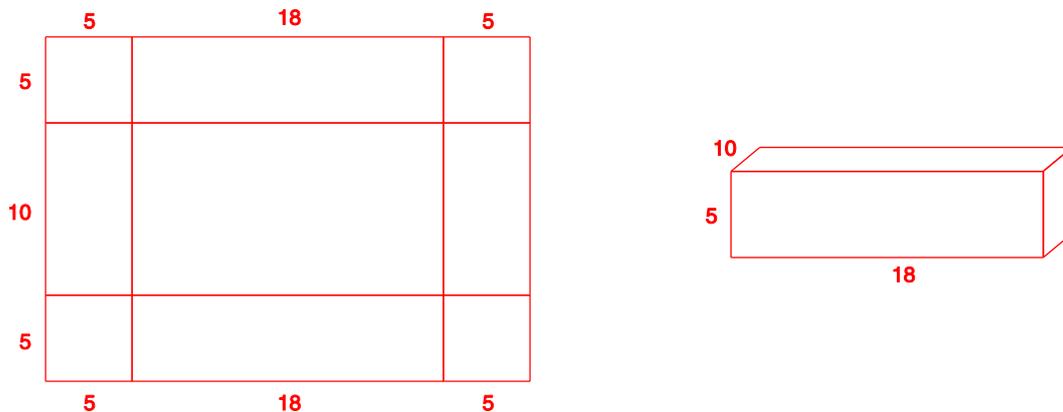
$$\text{Área}(\text{ABCD}) = \text{Área}(\text{AB}'\text{C}'\text{D}') = 28 \cdot \text{Área}(\text{EFGH}) = 28 \cdot 6 = 168 \text{ cm}^2$$

**Questão 24** (Assunto: Prismas)

Isabella resolveu aproveitar uma placa de papelão pintada para fazer uma caixa, sem tampa, para guardar um de seus sapatos preferidos. Ela recortou um quadrado de cada um dos 4 cantos de uma placa retangular, que mede  $28 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ , e dobrou-os convenientemente, colando as bordas laterais para, assim, formar a caixa. Se cada quadrado que ela recortou tem lados de 5 cm, qual é o volume dessa caixa de sapatos?

### Gabarito

Do enunciado, tem-se a figura que representa a placa e a caixa montada:



Assim, o volume da caixa é dado por  $5 \cdot 10 \cdot 18 = 900 \text{ cm}^3$ .

---

### Questão 25 (Assunto: Ângulos)

Um robô anda em linha reta para a frente e só obedece a dois comandos:

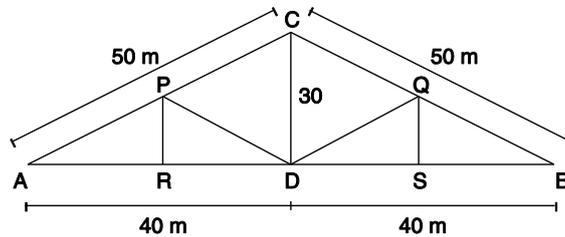
- O comando D faz com que ele vire  $18^\circ$  à direita em relação à direção original em que estava andando.
  - O comando E faz com que ele vire  $20^\circ$  à esquerda em relação à direção em que estava andando.
- a) Se esse robô obedecer à sequência de comandos DEDDED, qual será o ângulo que a direção final do robô formará com a direção e sentido original em que estava andando?
- b) Agora, suponha que o robô só obedeça ao comando D. Sabendo que o robô virou à direita pelo menos uma vez, quantas vezes, no mínimo, esse comando foi dado para que o robô, andando em linha reta, tenha retornado à direção e sentido inicial?
- c) Se o robô obedecer ao comando E 36 vezes, qual será o ângulo que a direção final do robô formará com a direção e sentido originais em que estava andando?

### Gabarito

- a) A sequência dada contém 5 comandos D e 2 comandos E; logo, o ângulo pedido é  $5 \cdot 18^\circ - 2 \cdot 20^\circ = 50^\circ$  para a direita.
- b) Para retornar à direção e ao sentido original, o robô deverá virar  $360^\circ$  à direita, ou seja, o comando D deverá ser dado  $\frac{360}{18} = 20$  vezes.
- c) Ao obedecer o comando E 36 vezes, o robô virará  $36 \cdot 20^\circ = 720^\circ$ , ou seja, o ângulo formado com a direção e sentido original será  $0^\circ$ , pois o robô andarà paralelamente à direção original, no mesmo sentido.
-

**Questão 26** (Assunto: Teorema de Pitágoras)

A estrutura do telhado de um armazém pode ser representada pelo esquema a seguir, sendo P e Q pontos médios dos lados AC e CB, e os segmentos  $\overline{PR}$ ,  $\overline{CD}$  e  $\overline{QS}$  são perpendiculares ao lado AB.

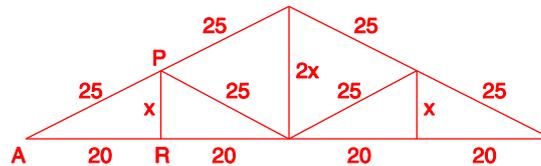


O material utilizado nessa estrutura é o ferro. Sabendo disso, responda:

- a) Quantos metros de ferro serão gastos para construir a estrutura?
- b) Se o custo do ferro é de R\$ 10,00 por metro, qual será o custo total para construir a estrutura?

**Gabarito**

a) Considere a figura:



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo PRA, tem-se  $x^2 + 20^2 = 25^2$  e, portanto,  $x = 15$ . Assim, a quantidade necessária de ferro para construir essa estrutura, em metros, é  $6 \cdot 25 + 4 \cdot 20 + 4 \cdot 15 = 290$ .

b) Como o custo do ferro é de R\$ 10,00 por metro, o custo total será de  $290 \cdot 10 = 2.900$  reais.

**Questão 27** (Assunto: Sistemas de equações)

Carlos e Eduardo estão montando pilhas com peças azuis e vermelhas. Eles perceberam que, ao empilhar 7 blocos azuis e 6 vermelhos, formariam uma pilha com altura 95 cm, a mesma altura da pilha que formariam caso empilhassem 13 blocos azuis e 3 vermelhos. Com base nessas informações, responda:

- a) Qual é a altura de um bloco vermelho?
- b) Quantos blocos azuis são necessários para formar uma pilha com a mesma altura de um bloco vermelho?

**Gabarito**

a) Sendo x a altura de um bloco vermelho e y a altura de um bloco azul, do enunciado tem-se o sistema:

$$\begin{cases} 6x + 7y = 95 \\ 3x + 13y = 95 \end{cases}$$

Multiplicando a segunda equação por  $-2$  e somando à primeira equação, tem-se  $-19y = -95$  e, portanto,  $y = 5$ . Substituindo na primeira equação, obtém-se  $6x + 7 \cdot 5 = 95$  e, assim,  $x = 10$ . Logo, a altura de um bloco vermelho é de 10 cm.

- b) Do item anterior, tem-se que a altura de um bloco vermelho é de 10 cm e que a altura de um bloco azul é de 5 cm. Logo, são necessários 2 blocos azuis para formar uma pilha com a mesma altura de um bloco vermelho.

---

**Questão 28** (Assunto: Contagem; Princípio multiplicativo)

Cada país tem um modelo diferente para placas de veículos. No Brasil, atualmente, as placas são compostas de 3 letras escolhidas do alfabeto e 4 algarismos escolhidos de 0 a 9. Já na Inglaterra, o modelo adotado é de 5 letras e 2 algarismos, como ilustrado nas figuras a seguir:



Modelo brasileiro



Modelo inglês

Suponha que, ao formar qualquer uma das duas placas, seja possível escolher qualquer uma das letras e dos algarismos.

- a) Considerando o alfabeto português com 26 letras, quantas placas do modelo brasileiro é possível formar?
- b) Quantas placas do modelo inglês é possível formar, considerando um alfabeto de apenas 10 letras e os algarismos de 1 a 9?

**Gabarito**

- a) O total de placas do modelo brasileiro é dado por  $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 175.760.000$ .
- b) Considerando as condições do enunciado, tem-se um total de  $10 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 8.100.000$  placas.
-