Sumário

Questão 1 (Assunto: Equações)

Chamemos de *r* e *s* as raízes da equação $2x^2 - 4x - 1 = 0$. Nessas condições, o valor da expressão $(r + 2)(s + 2)$ é:

a) $\frac{15}{2}$

b) $\frac{7}{2}$

c) $-\frac{15}{2}$

d) -15

e) 15

Resposta **A**

$$\Delta = 16 + 8 = 24 = \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{6}}{2} =$$

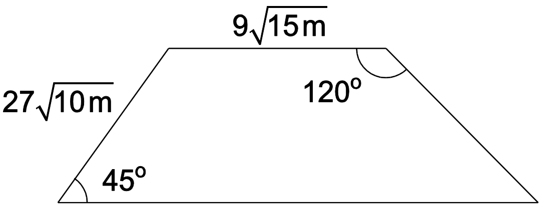
$$= (r+2)(s+2) = \left(\frac{2+\sqrt{6}}{2} + 2\right)\left(\frac{2-\sqrt{6}}{2} + 2\right) =$$

$$= \left(\frac{2+\sqrt{6}}{2} + 2\right)\left(\frac{2-\sqrt{6}}{2} + 2\right)$$

$$= \left(\frac{6+\sqrt{6}}{2}\right)\left(\frac{6-\sqrt{6}}{2}\right) = \frac{36-6}{4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$$

Questão 2 (Assunto: Quadriláteros)

Um determinado terreno tem o formato de um trapézio com as seguintes medidas:



Dessa forma, podemos afirmar que o perímetro desse terreno é igual a:

a) $\left(30\sqrt{10} + 36\sqrt{15}\right)$m

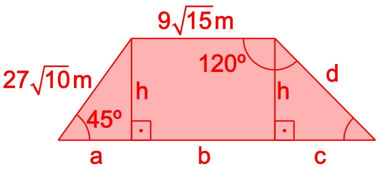
b) $\left(27\sqrt{5} + 27\sqrt{10} + 45\sqrt{15}\right)$m

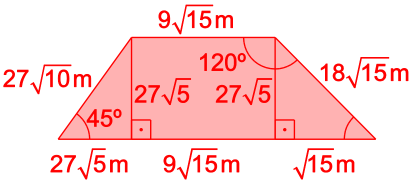
c) $54\sqrt{30}$m

d) $\left(27\sqrt{10} + 9\sqrt{15} + 144\right)$m

e) $\left(40\sqrt{10} + 39\sqrt{15}\right)$m

Resposta **B**





$\text{sen}\,45^{\circ}=\dfrac{h}{27\sqrt{10}}$ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{h}{27\sqrt{10}}$ $\text{h}=27\sqrt{5}\,\text{m}$	$\cos 45^{\circ}=\dfrac{a}{27\sqrt{10}}$ $a=27\sqrt{5}\,\text{m}$ $b=9\sqrt{15}\,\text{m}$
$\text{tg}\,60^{\circ}=\dfrac{h}{c}$ $\sqrt{3}=\dfrac{27\sqrt{5}}{c}$ $b=9\sqrt{15}\,\text{m}$	$\text{sen}\,60^{\circ}=\dfrac{h}{d}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{27\sqrt{5}}{d}$ $d=18\sqrt{15}\,\text{m}$

Perímetro = $27\sqrt{10}+9\sqrt{15}+18\sqrt{15}+27\sqrt{5}+9\sqrt{15}+9\sqrt{15}=27\sqrt{5}+27\sqrt{10}+45\sqrt{15}$

Questão 3 (Assunto: Sistemas de equações)

O conjunto solução do sistema $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ 2x^2-y^2=2 \end{cases}$ é:

a) {(4, 3), (– 4, 3), (4, – 3), (– 4, – 3)}

b) {(4, 4), (– 4, – 4), (3, 3), (– 3, 3)}

c) {(– 4, – 3), (– 4, 3), (4, – 3), (– 3, 4)}

d) {(3, 4), (3, – 4), (– 3, 4), (– 3, – 4)}

e) {(4, 4), (– 4, 4), (4, – 4), (– 4, – 3)}

Resposta **D**

$$\begin{cases} x^2+\cancel{y^2}=25 \\ 2x^2-\cancel{y^2}=2 \end{cases}$$

$3x^2 = 27$
$x^2 = 9$
$x = \pm 3$

Para $x = 3$ ou para $x = -3$

$9 + y^2 = 25$

$y^2 = 16$

$y = \pm 4$

V = {(3, 4) (3, – 4) (– 3, 4) (– 3, – 4)}

Questão 4 (Assunto: Equações fracionárias e equações irracionais)

No universo dos números reais, a equação $\sqrt[3]{2+\sqrt{13+2x}} = \sqrt[3]{\sqrt{5+2x}+4}$:

a) admite duas raízes reais e iguais.

b) tem duas raízes reais e desiguais.

c) não admite raízes reais.

d) possui apenas uma raiz real.

e) uma de suas raízes é nula.

Resposta **D**

$$\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{13+2x}}\right)^3 = \left(\sqrt[3]{\sqrt{5+2x}+4}\right)^3$$

$$2+\sqrt{13+2x} = \sqrt{5+2x}+4$$

$$\left(\sqrt{13+2x}\right)^2 = \left(\sqrt{5+2x}+2\right)^2$$

$$13+2x = 5+2x+4\sqrt{5+2x}+4$$

$$4 = 4\sqrt{5+2x}$$

$$(1)^2 = \left(\sqrt{5+2x}^{\,2}\right)$$

$$1 = 5+2x$$

$$x = -2$$

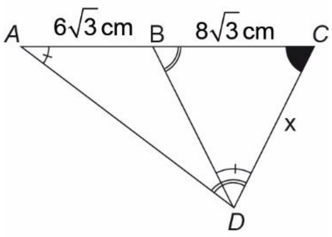
Verificação:

$$\sqrt[3]{2+\sqrt{13-4}} = \sqrt[3]{\sqrt{1}+4}$$

$$\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5}$$

Questão 5 (Assunto: Teorema de Tales e semelhança de triângulos)

O valor de *x* que aparece na figura é igual a:



a) $8\sqrt{3}$ cm

b) $6\sqrt{7}$ cm

c) 12 cm

d) $4\sqrt{21}$ cm

e) $6\sqrt{17}$ cm

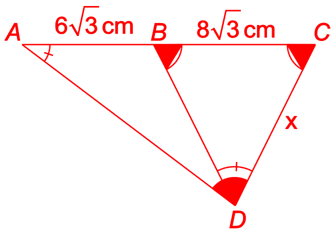
Resposta **D**

Observe que o triângulo *ACD* é congruente ao triângulo *DCB*:

$$\frac{x}{14\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{x}$$

$$x^2 = 8 \cdot 14 \cdot 3$$

$$x^2 = 4\sqrt{21} \text{ cm}$$



Por serem testes, a correção obrigatóriamente é certo ou errado.

As matérias envolvidas são:

Questão 6: Equação do 2º grau: uso da fórmula de Bhaskara e produtos notáveis com radicais.

Questão 7: Trigonometria.

Questão 8: Sistema de equação biquadradas.

Questão 9: Equação irracional.

Questão 10: Semelhança de triângulos.

Questão 6 (Assunto: Notação científica e ordem de grandeza)

Unidade astronômica é a medida de distância usada em Astronomia. Essa medida é definida como a distância média entre a Terra e o Sol. Uma unidade astronômica equivale a 149597870,691 km, ou seja, 150 milhões de quilômetros.

Uma unidade astronômica, expressa em notação científica, é aproximadamente:

a) $1{,}49 \cdot 10^8$

b) $14{,}9 \cdot 10^8$

c) $149 \cdot 10^8$

d) $0{,}149 \cdot 10^8$

e) $0{,}0149 \cdot 10^8$

Resposta **A**
O valor mais próximo de 150.000.000 é $1{,}49 \cdot 10^8$.

Questão 7 (Assunto: Sistemas de equações)

Sabe-se que tanto a soma de dois números quanto a diferença entre os seus quadrados é 15. O produto desses números equivale a:

a) 15

b) –56

c) 54

d) 56

e) 50

Resposta **D**

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x^2 - y^2 = 15 \end{cases}$$

$$x = 15 - y$$

$$(15 - y)^2 - y^2 = 15$$

$$225 - 30y + y^2 - y^2 = 15$$

$$-30y = -210$$

$$y = 7$$

$$x = 8$$

$$x \cdot y = 8 \cdot 7 = 56$$

Questão 8 (Assunto: Sistemas de equações)

Assinale a alternativa que **não** contém a solução do sistema $\begin{cases} x^2 + y^2 = 52 \\ xy = 24 \end{cases}$

a) (6, 4)

b) (4, 6)

c) (– 6, – 4)

d) (– 4, – 6)

e) (4, – 6)

Resposta **E**

Para (6, 4) = 36 + 16 = 52 e 6 · 4 = 24

Para (4, 6) = 16 + 36 = 52 e 4 · 6 = 24

Para (–6, –4) = $(-6)^2 + (-4)^2$ = 36 + 16 = 52 e (–6) · (–4) = 24

Para (–4, –6) = $(-4)^2 + (-6)^2$ = 16 + 36 = 52 e (–4) · (–6) = 24

Para (4, –6) = $(4)^2 + (-6)^2$ = 16 + 36= 52 e (4) · (–6) = –24

Questão 9 (Assunto: Equação fracionária)

O domínio de validade da equação fracionária $\frac{2(x+2)}{x-2} - \frac{3(x-2)}{2x+3} = \frac{-x(x-10)}{2x^2 - x - 6}$

a) $DV = R - \left\{ \pm 2, -\frac{3}{2}, 10 \right\}$

b) $DV = R - \left\{ 2, \frac{3}{2} \right\}$

c) $DV = R - \left\{ 2, -\frac{3}{2} \right\}$

d) $DV = R^* - \left\{ \pm 2, -\frac{3}{2}, 10 \right\}$

e) $DV = R^* - \left\{ 2, -\frac{3}{2} \right\}$

Resposta **C**

$x - 2 \neq 0$

$x \neq 2$

$2x + 3 \neq 0$

$x \neq -\frac{3}{2}$

$2x^2 - x - 6 \neq 0$

$\Delta = 1 + 48 = 49$

$x \neq 2$

$x \neq -\frac{3}{2}$

Questão 10 (Assunto: Semelhança de triângulos)

Andando pelo parque, Vanessa reparou que as sombras das árvores podiam variar de tamanho. Sabia que isso estava relacionado ao fato de cada árvore ter um tamanho diferente. Determinada a descobrir a altura da árvore que tinha a maior sombra, fez o seguinte: mediu a sombra da maior árvore e obteve 150 cm e, em seguida, mediu também o tamanho da sua própria sombra e obteve 60 cm.

Sabendo que sua altura é 1,62 m, Vanessa conseguiu determinar qual era, aproximadamente, a altura da árvore. Considerando que as medições foram feitas na mesma hora do dia e que o terreno do parque era plano, podemos dizer que a altura da árvore é, aproximadamente, igual a:

a) 3 m

b) 4 m

c) 5 m

d) 6 m

e) 7 m

Resposta **B**

Seja x a altura da árvore. Usando a semelhança de triângulos, temos:

$$\frac{1{,}62}{60\text{ cm}} = \frac{x}{150\text{ cm}}$$

$x = 4{,}05$ m

Questão 11 (Assunto: Soma de raízes da equação)

Sabendo que a soma das raízes da equação $(2m - 5)x^2 - 4mx + 3$ é $\frac{1}{3}$, o valor numérico do coeficiente *a* é:

a) $-\frac{1}{2}$

b) 6

c) – 6

d) $-\frac{11}{2}$

e) $\frac{11}{2}$

Resposta **C**

$$x' + x'' = \frac{1}{3}$$

$$\frac{-b}{a} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{4m}{2m-5} = \frac{1}{3}$$

$$12m = 2m - 5$$

$$10m = -5$$

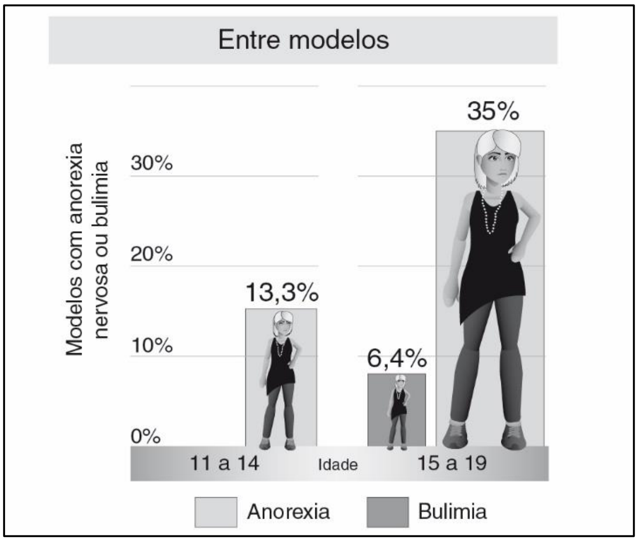
$$m = \frac{-1}{2}$$

Substituindo $2m - 5 = 2\left(\frac{-1}{2}\right) - 5 = -1 - 5 = -6$

Questão 12 (Assunto: Estatística; Gráficos)

A anorexia nervosa e a bulimia nervosa são doenças psiquiátricas, que podem causar sérias complicações no organismo, e acometem, principalmente, jovens do sexo feminino. A anorexia envolve uma intensa busca pela manutenção da magreza, mesmo quando se está abaixo do peso saudável. A bulimia envolve a alimentação excessiva seguida de atitudes que visam anular a possibilidade do aumento de peso.

O gráfico a seguir apresenta um estudo realizado com 110 modelos de 11 a 19 anos para identificar o comportamento de risco para desenvolver bulimia ou anorexia.



De acordo com as informações apresentadas no gráfico, é **incorreto** afirmar que:

a) 13,3% das modelos de 11 a 14 anos têm anorexia.

b) 6,4% das modelos de 15 a 19 anos têm bulimia.

c) As modelos mais velhas têm maior porcentagem de anoréxicas comparado com as modelos mais novas.

d) As modelos mais novas parecem não ter bulimia.

e) As modelos de 15 a 19 anos têm a metade da porcentagem de bulímicas em relação às modelos de 11 a 14.

Resposta **E**

Para que a alternativa e estivesse correta, seria necessário que a porcentagem de modelos de 11 a 14 anos com bulimia fosse de aproximadamente 12,8%. Contudo, as modelos mais novas não apresentam porcentagem de pessoas com bulimia.

Questão 13 (Assunto: Equações)

A solução da equação $\sqrt{3+4x}-2x=0$ é:

a) $V=\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\}$

b) $V=\left\{\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right\}$

c) $V=\left\{-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right\}$

d) $V=\left\{-\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right\}$

e) $\varnothing$

Resposta **C**

$\sqrt{3+4x}-2x=0$

$\left(\sqrt{3+4x}\right)^2=(2x)^2$

$3+4x=4x^2$

$4x^2-4x-3=0$

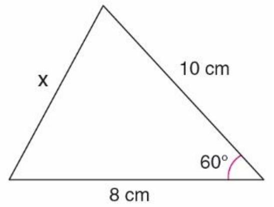
$\Delta=16+48=64$

$$x=\frac{4\pm 8}{8}\begin{cases}\frac{12}{8}=\frac{3}{2}\\ \frac{-4}{8}=\frac{-1}{2}\end{cases}$$

$V=\left\{-\frac{1}{2},\ +\frac{3}{2}\right\}$

Questão 14 (Assunto: Trigonometria; Lei dos cossenos e dos senos)

Veja a figura a seguir.



Assinale a alternativa que contém o valor de x.

a) 18 cm

b) $\sqrt{2}$ cm

c) $2\sqrt{21}$ cm

d) $3\sqrt{6}$ cm

e) $4\sqrt{7}$ cm

Resposta **C**

$x^2 = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 60º$

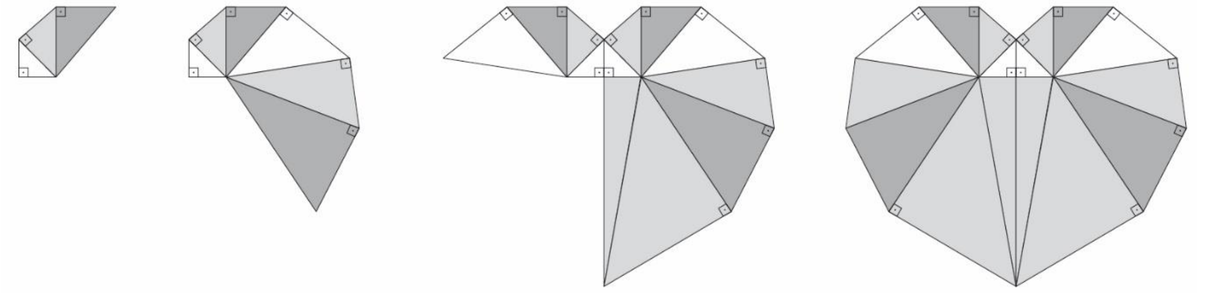
$x^2 = 64 + 100 - 160 \cdot \frac{1}{2}$

$x^2 = 84$

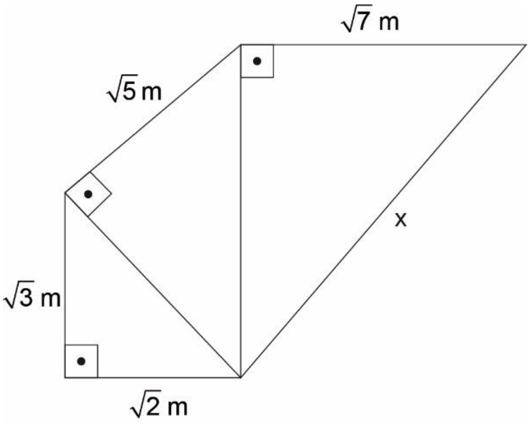
$x = 2\sqrt{21}$ cm

Questão 15 (Assunto: Teorema de Pitágoras)

João começou desenhando um triângulo retângulo e, depois, outro e mais outro. Quando se deu conta, tinha obtido uma figura que o surpreendeu. Observe a sequência a seguir.



Calcule o valor de x que aparece na composição de triângulos a seguir.



a) $2\sqrt{2}$

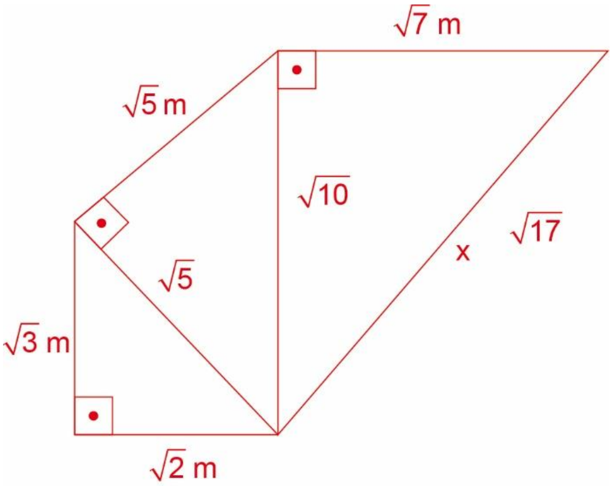
b) $\sqrt{7}$

c) $\sqrt{10}$

d) $3\sqrt{3}$

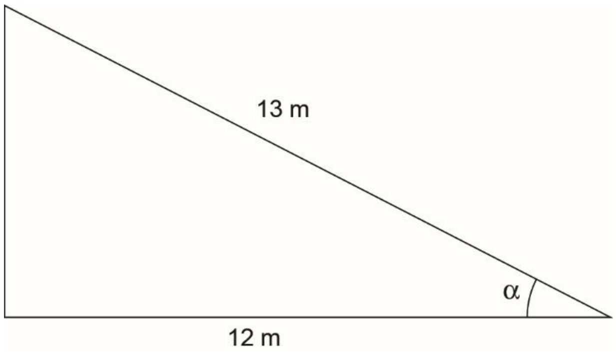
e) $\sqrt{17}$

Resposta **E**
Utilizando Pitágoras três vezes, temos:



Questão 16 (Assunto: Teorema de Pitágoras)

No triângulo a seguir, qual é o valor do seno do ângulo α?



a) 1,2

b) 1,3

c) $\dfrac{5}{13}$

d) $\dfrac{13}{12}$

e) $\dfrac{12}{13}$

Resposta **C**

Aplicando o teorema de Pitágoras para descobrir o valor do cateto oposto ao ângulo α, temos:

$$x^2 + 12^2 = 13^2$$

$$x^2 = 169 - 144 = 25$$

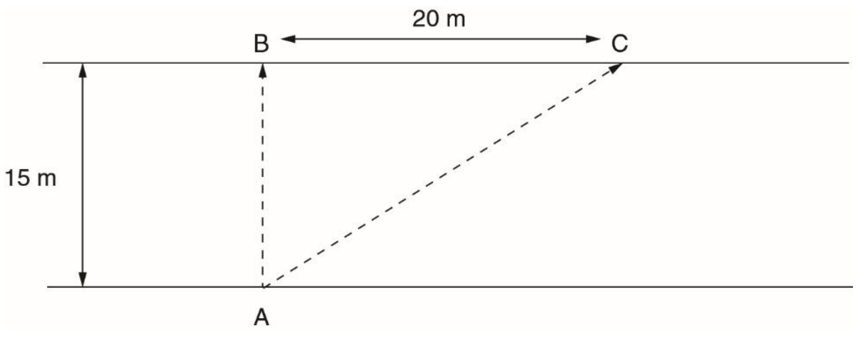
$$x = 5 \text{ m}$$

O seno do ângulo α é a razão entre a medida do cateto oposto e a hipotenusa.

$$\text{sen}\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{5}{13}$$

Questão 17 (Assunto: Relações métricas)

Em uma tentativa de cruzar um rio, Janjão parte de uma margem em um ponto A e tenta alcançar a margem oposta em um ponto B. Porém, devido à correnteza do rio, acaba por atingir o ponto C, na margem oposta.



Sabendo que o rio possui largura de 15 m e que o ponto que Janjão atingiu dista 20 m do ponto B, qual o deslocamento real percorrido por ele na travessia? Isto é, qual o comprimento do segmento AC?

a) 35 m

b) 25 m

c) 20 m

d) 15 m

e) 10 m

Resposta **B**

Para calcular o deslocamento real percorrido por Janjão, basta aplicar o teorema de Pitágoras:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{AC}^2 = 15^2 + 20^2$$

$$\overline{AC}^2 = 225 + 400$$

$$\overline{AC}^2 = 625$$

$$\overline{AC} = \sqrt{625}$$

$$\overline{AC} = 25 \text{ m}$$

Questão 18 (Assunto: Equações fracionárias e equações irracionais)

Qual a solução da equação $\frac{1}{x+1} = \frac{1}{2x+3}$?

a) x = – 2

b) x = – 1

c) x = 0

d) x = 1

e) x = 2

Resposta **A**

Para $x \neq -1$ e $x \neq -\frac{3}{2}$, temos:

$$\frac{1}{x+1} = \frac{1}{2x+3} \Rightarrow 2x+3 = x+1 \Leftrightarrow x = -2$$

Questão 19 (Assunto: Equações fracionárias e equações irracionais)

O conjunto solução da equação $\sqrt{x+1} + x = 5$ é:

a) S = {3, 8}

b) S = {3}

c) S = {8}

d) S = { }

e) S = {11}

Resposta **B**

Resolvendo a equação, temos:

$\sqrt{x+1} + x = 5$

$\sqrt{x+1} = 5 - x$

$\left(\sqrt{x+1}\right)^2 = (5-x)^2$

$x+1 = 25 - 10x + x^2$

$x^2 - 11x + 24 = 0$

$x' = 3$

$x'' = 8$

Testando as raízes:

para x = 3

$\sqrt{x+1} + x = 5$

$\sqrt{3+1} + 3 = 5$

$\sqrt{4} + 3 = 5$

5 = 5 (igualdade verdadeira)

para x = 8

$\sqrt{x+1}+x=5$

$\sqrt{8+1}+8=5$

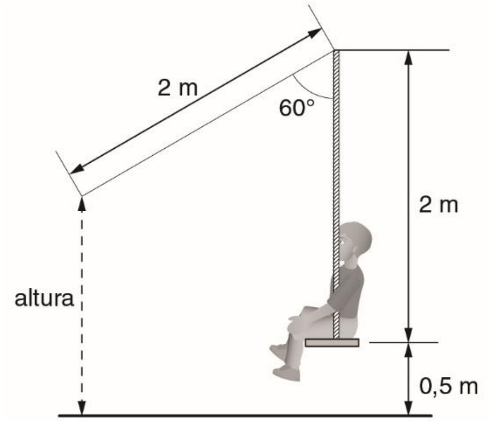
$\sqrt{9}+8=5$

11 = 5 (igualdade falsa)

Com isso, temos que apenas 3 é raiz da equação dada. Portanto, S = {3}.

Questão 20 (Assunto: Trigonometria; Lei dos cossenos e dos senos)

Um balanço de parquinho possui comprimento de 2 m e se encontra a 0,5 m do chão.



Supondo que, após alguns impulsos, o balanço forma com a vertical um ângulo de 60°, podemos concluir que a altura em que se encontra a criança sentada nesse balanço em relação ao chão é de:

a) 0,5 m

b) 1,0 m

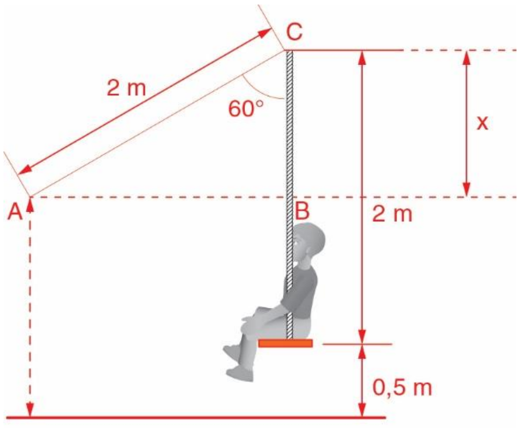
c) 1,5 m

d) 2,0 m

e) 2,5 m

Resposta **C**

Para se calcular a altura em que se encontra a criança nesse balanço, podemos calcular a parte destacada a seguir.



Se analisarmos o esquema, podemos estudar o triângulo ABC. Vemos que x corresponde ao cateto adjacente do ângulo de 60° e que a hipotenusa vale 2 m (que é o próprio balanço). Com o valor de x, podemos encontrar a altura em que se encontra o balanço calculando a diferença entre a altura total e x.

$$\cos 60^o = \frac{x}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{2}$$

$$x = 1 \text{ m}$$

Como a altura total é 2 m + 0,5 m = 2,5 m, podemos concluir que a altura em que se encontra o balanço é de 1,5 m.

Questão 21 (Assunto: Sistemas de equações)

Leia o seguinte trecho de uma notícia.

[...] Poucas coisas são tão caras no Japão quanto frutas. Em Tóquio, não existe feira como no Brasil. A gente encontra frutas no supermercado, com preços um pouco mais razoáveis, ou em lojas, onde nada sai a preço de banana. Nem a banana, que vem embalada e é vendida individualmente. Um artigo de luxo.

Uma banana custa mais de R$ 6. Cada morango é embalado como se fosse uma joia. A variedade branca, típica do Japão, sai por R$ 20 cada um. E o melão, mais de R$ 500. Nada bate a linda caixa de cerejas: mais de R$ 760. [...]

Jornal Nacional, 12 mar. 2009.

Suponha que uma pessoa, ao montar uma cesta com duas mangas e um abacaxi, gaste R$ 28,00. No entanto, ao montar outra cesta, com uma manga e três abacaxis, gasta R$ 44,00.

Dessa forma, podemos afirmar que o preço da manga e do abacaxi, respectivamente, corresponde, em reais, a:

a) 12,00 e 8,00.

b) 14,00 e 22,00.

c) 22,00 e 14,00.

d) 8,00 e 12,00.

e) 20,00 e 6,00.

Resposta **D**

Escrevendo na forma de expressão algébrica as combinações de compra, temos:

$$\begin{cases} 2m + a = 28 \\ m + 3a = 44 \end{cases}$$

onde m é o valor unitário da manga e a o valor unitário do abacaxi. Isolando o termo a da primeira e substituindo-o na segunda equação, temos:

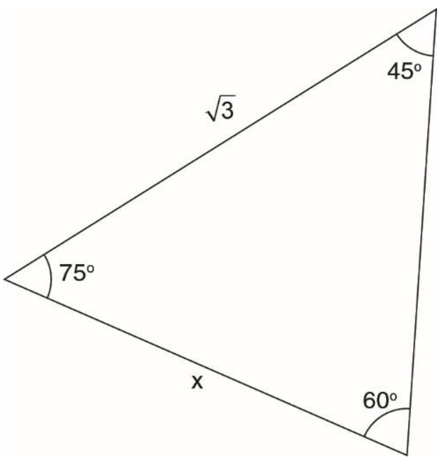
$$a = 28 - 2m \qquad (1)$$
$$m + 3 \cdot (28 - 2m) = 44$$
$$m + 84 - 6m = 44$$
$$-5m = -40$$
$$m = \frac{40}{5}$$
$$m = R\$\ 8$$

Para se calcular o valor do abacaxi, basta substituir o valor de m em (1):

$$a = 28 - 2 \cdot 8$$
$$a = 28 - 16$$
$$a = R\$\ 12$$

Questão 22 (Assunto: Trigonometria; Lei dos cossenos e dos senos)

No triângulo a seguir, determine o valor de x.



a) $\sqrt{5}$

b) $\sqrt{4}$

c) $\sqrt{3}$

d) $\sqrt{2}$

e) 1

Resposta **D**

Aplicando a lei dos senos, temos:

$$\frac{\sqrt{3}}{\text{sen}60^o} = \frac{x}{\text{sen}45^o}$$

$$\sqrt{3}\cdot\text{sen}45^o = x\cdot\text{sen}60^o$$

$$\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \sqrt{2}$$

Questão 23 (Assunto: Sistemas de equações)

Considere o sistema a seguir, em que x, y e z são números positivos.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 14 \\ 2xy + 2yz + 2xz = 22 \end{cases}$$

O valor de $x + y + z$ é:

a) 6

b) 8

c) 14

d) 22

e) 36

Resposta **A**

Somando as duas equações do sistema, temos:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz = 14 + 22$$

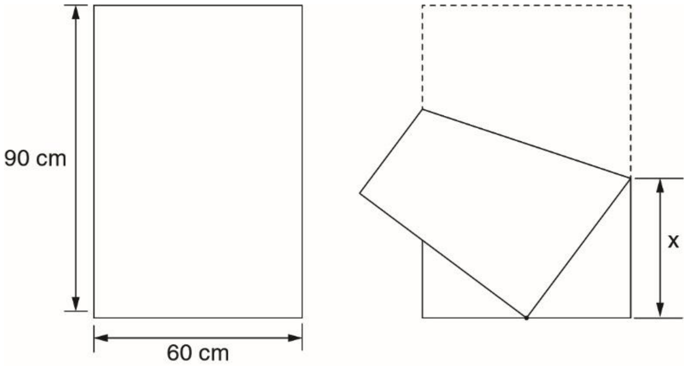
$$(x + y + z)^2 = 36$$

Como x, y e z são positivos, temos que:

$$x + y + z = 6$$

Questão 24 (Assunto: Relações métricas)

Uma folha de papel com dimensões 60 cm $\times$ 90 cm é dobrada de tal maneira que um dos vértices se posiciona no ponto médio de um dos lados da folha, como mostra a figura a seguir.



Dessa forma, podemos afirmar que o valor de x é:

a) 10 cm

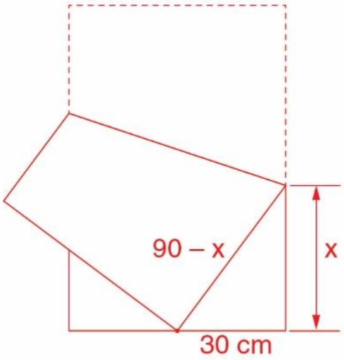
b) 20 cm

c) 30 cm

d) 40 cm

e) 50 cm

Resposta **D**



Aplicando-se o teorema de Pitágoras, obtemos para o pequeno triângulo formado:

$$(90 - x)^2 = 30^2 + x^2$$

$$8.100 - 180x + x^2 = 900 + x^2$$

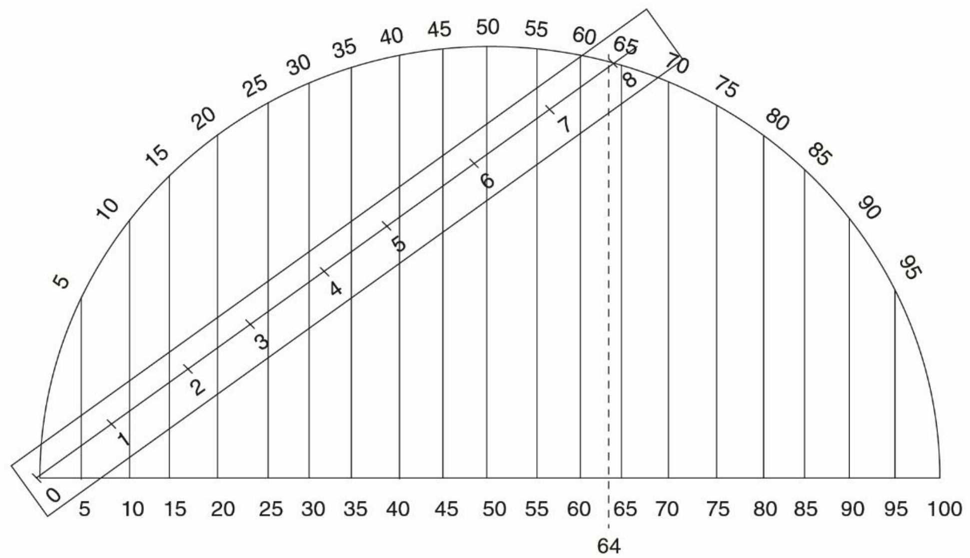
$$180x = 7.200$$

$$x = \frac{7.200}{180}$$

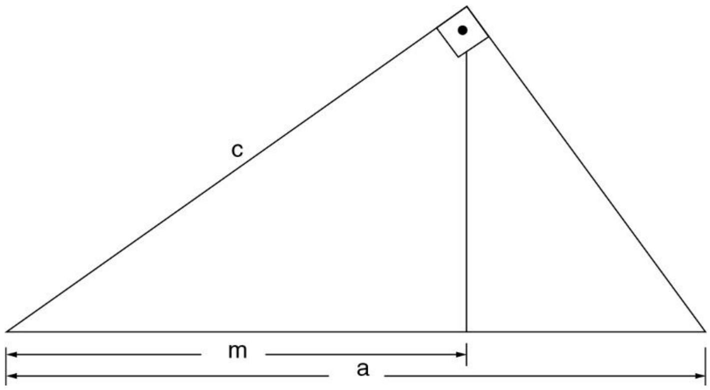
$$x = 40 \text{ cm}$$

Questão 25 (Assunto: Relações métricas)

A figura representa um mecanismo utilizado para o cálculo de raízes quadradas, composto de uma semicircunferência e uma régua presa em uma das extremidades do diâmetro. Por exemplo, para calcular a raiz quadrada de 64, basta encontrarmos o número 64 na reta horizontal, localizar o correspondente desse ponto na semicircunferência e depois girar a régua até o ponto. A medida sobre a régua, que corresponde ao ponto da semicircunferência, será a raiz de 64. Note que neste caso o valor é 8.



Podemos representar o mecanismo utilizando um triângulo retângulo, em que a = 100 e m = 64.



Nessas condições, avalie os itens a seguir.

I. Se m = 64, então c = 8

II. $c = 10\sqrt{m}$

III. $c = \sqrt{m}$

IV. Se m = 64, então c = 80

Está(ão) correta(s) apenas:

a) I.

b) II.

c) III.

d) I e III.

e) II e IV.

Resposta **E**

Como c^2 = am, então c = 10 $\sqrt{m}$. Dessa maneira, somente os itens II e IV estão corretos.

Questão 26 (Assunto: Sistemas de equações)

A irmã de Jéssica pagou R$ 7,00 por dois copos de refrigerante e um lanche, enquanto seu irmão pagou R$ 8,00 por um copo de refrigerante e dois lanches. Se Jéssica comprasse um copo de refrigerante e um lanche, ela pagaria o valor de:

a) R$ 2,00

b) R$ 3,00

c) R$ 4,00

d) R$ 5,00

e) R$ 6,00

Resposta **D**

Chamando o valor do copo de refrigerante de x e o valor do lanche de y, tem-se:

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

Somando as equações, tem-se:

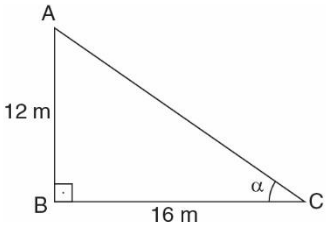
3x + 3y = 15

Dividindo a equação por 3, conclui-se que:

x + y = 5

Questão 27 (Assunto: Teorema de Pitágoras)

Observe o triângulo a seguir.



Neste triângulo, o valor de *cos* α é:

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{4}{3}$

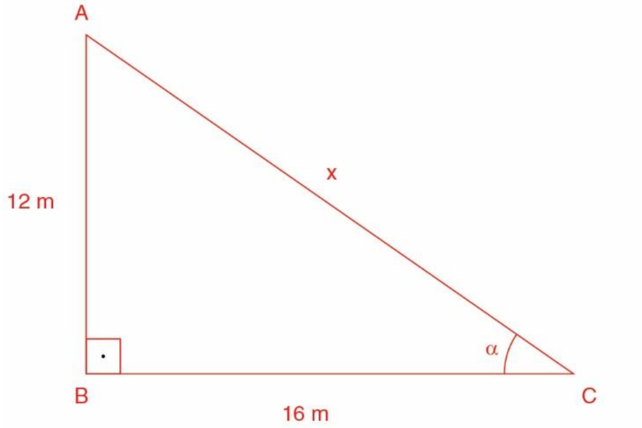
c) $\frac{5}{3}$

d) $\frac{3}{5}$

e) $\frac{4}{5}$

Resposta **E**

Aplicando o teorema de Pitágoras, descobre-se a hipotenusa desse triângulo.



$x^2 = 12^2 + 16^2$

$x = 20$ m

Como o cosseno de um ângulo é a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa, tem-se:

$\cos \alpha = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$

Questão 28 (Assunto: Média geométrica)

A média geométrica M_g entre dois números reais positivos, x e y, é dada pela fórmula $M_g = \sqrt{x \cdot y}$.

Se a média geométrica entre dois números é $2\sqrt{15}$, e se a diferença entre eles é igual a 4, é correto concluir que a soma desses números é:

a) 6

b) 10

c) 16

d) 24

e) 26

Resposta **C**

Chamando de x e y os números reais positivos solicitados no enunciado, tem-se:

$x - y = 4$

$y = x - 4$

Como a média geométrica é $2\sqrt{15}$, pode-se escrever:

$\sqrt{xy} = 2\sqrt{15}$

Substituindo y por x – 4:

$\sqrt{x(x-4)} = 2\sqrt{15}$

Resolvendo a equação irracional, tem-se:

$\sqrt{x(x-4)} = 2\sqrt{15}$

$\sqrt{x^2 - 4x} = 2\sqrt{15}$

$\left(\sqrt{x^2 - 4x}\right)^2 = \left(2\sqrt{15}\right)^2$

$x^2 - 4x = 4 \cdot 15$

$x^2 - 4x - 60 = 0$

$x' = -6$

$x'' = 10$

Como a resposta negativa não convém, tem-se que x = 10. Sabe-se que y = x –10; então, conclui-se que y = 6. Dessa forma, x + y = 16.

Questão 29 (Assunto: Sistemas de equações; Equação fracionária)

Para chegar ao trabalho, Renata percorre exatamente 18 km. Certo dia, ela foi ao trabalho de moto, mas, por causa de uma forte tempestade, teve que voltar de carona no carro de um amigo. No dia seguinte, Renata utilizou seu carro para ir ao trabalho, porém, voltou de moto, visto que um de seus colegas se comprometeu a levar o seu carro de volta. Se o percurso leva 6 minutos a menos quando ela o faz de moto, se a velocidade média do carro (em km por minuto) é x, e a da moto é $x+\frac{1}{2}$, quanto tempo de viagem ela gastará para ir de carro e voltar de moto? Considere que a velocidade média de um móvel é dada pela razão entre o deslocamento e o tempo.

a) 12 min.

b) 18 min.

c) 24 min.

d) 30 min.

e) 36 min.

Resposta **D**

Do enunciado, tem-se:

Velocidade do carro: x.

Tempo que o carro leva para completar o percurso: t.

Velocidade da moto: $x+\frac{1}{2}$

Tempo que a moto leva para completar o percurso: t – 6.

Considerando que a velocidade média é a razão entre o deslocamento e o tempo:

$$\begin{cases} x=\dfrac{18}{t} & \text{(Carro)} \\ x+\dfrac{1}{2}=\dfrac{18}{t-6} & \text{(Moto)} \end{cases}$$

Substituindo a primeira equação na segunda:

$$\frac{18}{t}+\frac{1}{2}=\frac{18}{t-6}$$

$$\frac{36}{t}+1=\frac{36}{t-6}$$

$$\frac{36+t}{t}=\frac{36}{t-6}$$

$$(36+t)(t-6)=36t$$

$$36t-216+t^2-6t=36t$$

$$t^2-6t-216=0$$

$$t'=-12$$

$$t''=18$$

Como a resposta negativa não convém, pode-se concluir que o tempo que o carro leva para completar o percurso é 18 minutos.

O tempo gasto pela moto será 18 – 6 = 12 minutos. Dessa forma, o tempo gasto para ir de moto e voltar de carro é igual a 18 + 12 = 30 minutos.

Questão 30 (Assunto: Teorema de Pitágoras)

Seja ABC um triângulo retângulo em B, cujos catetos medem $\sqrt{3}$ e $\sqrt{5}$, respectivamente. Nessas condições, o valor da hipotenusa é:

a) $\sqrt{36}$

b) $\sqrt{10}$

c) $\sqrt{9}$

d) $\sqrt{8}$

e) $\sqrt{7}$

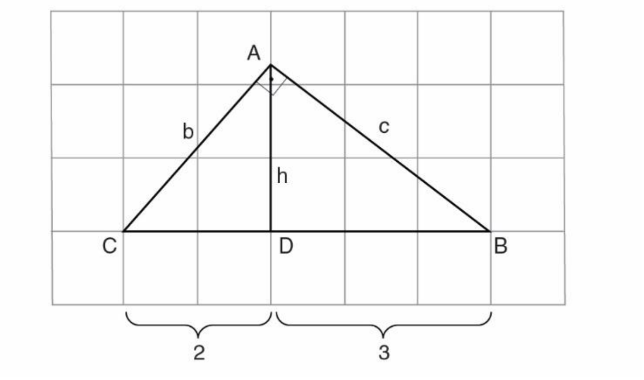
Resposta **D**

Do teorema de Pitágoras, tem-se que:

$h^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2 \Rightarrow h^2 = 8 \Rightarrow h = \sqrt{8}$

Questão 31 (Assunto: Média geométrica)

Pedro desenhou, em uma folha quadriculada, um triângulo ABC retângulo em A, de lados AB = c, BC = 5 e AC = b e altura AD = h, relativa ao lado BC. Observe a representação a seguir.



Depois disso, Pedro determinou que a medida da projeção do lado AC seria CD = 2 e que a medida da projeção do lado AB seria BD = 3. Nessas condições, sabendo que a média geométrica M_g entre dois números reais positivos, x e y, é dada pela fórmula $M_g = \sqrt{x \cdot y}$, Pedro concluiu corretamente que a média geométrica entre 2 e 3 seria a medida do segmento:

a) AC

b) AB

c) CD

d) BD

e) AD

Resposta **E**

Das relações métricas do triângulo retângulo, tem-se que:

$$AD^2 = CD \cdot BD$$

$$AD = \sqrt{CD \cdot BD}$$

Dessa forma, AD é a média geométrica entre as projeções CD e BD.

Questão 32 (Assunto: Sistemas de equações)

Pedro contou ao seu filho Pedrinho que ele e seu pai, Pedrão (avô de Pedrinho), possuíam cada um uma chácara, cujo terreno tinha formato de quadrado, e que cada uma delas era completamente cercada por quatro voltas de arame. Apesar de não se lembrar da área de cada uma das chácaras, Pedro lembrava-se que as duas chácaras juntas tinham 3.400 m², justamente a data de nascimento de Pedrinho, 3 de abril de 2000, e que o total de arame gasto foi de 1.280 m, justamente a idade de Pedrinho e a de seu avô, 12 e 80 anos, respectivamente.

Depois de ouvir esta história, Pedrinho descobriu a área de cada uma das chácaras, encontrando os valores:

a) 2.000 m^2 e 1.400 m^2.

b) 2.500 m^2 e 900 m^2.

c) 1.500 m^2 e 1.900 m^2.

d) 2.700 m^2 e 700 m^2.

e) 3.000 m^2 e 400 m^2.

Resposta **B**

Chamando de x o lado de um dos terrenos e y o lado do outro, tem-se que:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3.400 \\ 16x + 16y = 1.280 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3.400 \\ x + y = 80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3.400 \\ y = 80 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + (80 - x)^2 = 3.400 \\ y = 80 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 80x + 1.500 = 0 \\ y = 80 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 50 \text{ e } y = 30 \\ \text{ou} \\ x = 30 \text{ e } y = 50 \end{cases}$$

Dessa forma, a área de cada um dos terrenos será 2.500 m^2 e 900 m^2.

Questão 33 (Assunto: Equação fracionária)

Considere a equação a seguir.

$$\frac{1}{2x+1}=\frac{1}{4x+5}$$

Assinale a alternativa que corresponde à correta solução da equação.

a) – 4

b) – 2

c) 0

d) 2

e) 5

Resposta **B**

Considerando a equação dada no enunciado, segue a resolução.

$$\frac{1}{2x+1}=\frac{1}{4x+5}$$

$$4x+5=2x+1$$

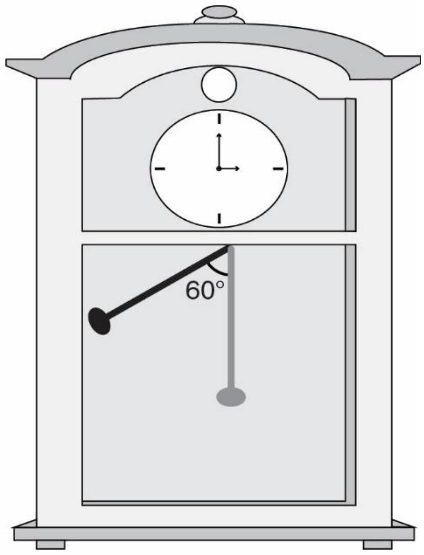
$$4x-2x=1-5$$

$$2x=-4$$

$$x=-\frac{4}{2}\Rightarrow x=-2$$

Questão 34 (Assunto: Trigonometria; Lei dos cossenos e dos senos)

Analise o seguinte relógio de pêndulo.



Ao oscilar o pêndulo, de 50 cm de comprimento, desloca-se 60° em relação à vertical, no máximo. Nessa situação, é correto afirmar que a base do pêndulo sobe, em relação à posição mais baixa, cerca de:

a) 15 cm

b) 25 cm

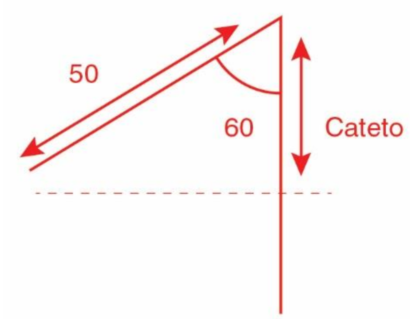
c) 50 cm

d) $25\sqrt{3}$ cm

e) $50 - 25\sqrt{3}$ cm

Resposta **B**

Como o comprimento do pêndulo é de 50 cm, a altura que a base do pêndulo atinge será o comprimento do pêndulo menos a projeção vertical do pêndulo quando ele estiver inclinado a 60°, como na figura a seguir.



Nota-se que a altura será o comprimento do pêndulo menos o comprimento do cateto adjacente do triângulo formado. Assim, é necessário encontrar o valor do cateto adjacente.

$$\cos\ \theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\ 60^{\circ} = \frac{\text{cateto adjacente}}{50}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\text{cateto adjacente}}{50}$$

$$\text{cateto adjacente} = 25\ \text{centímetros}$$

Dessa forma, a altura que o pêndulo atinge será: altura = 50 – 25 = 25 centímetros.

Questão 35 (Assunto: Sistemas de equações)

Os movimentos de dois corpos que se movem no espaço são representados pelas expressões a seguir. Considere que s representa a posição e que t é o instante de tempo.

$$\begin{cases} S_A = 15 + 2t \\ S_B = 5 + 7t \end{cases}$$

As duas expressões estão baseadas na mesma unidade de medida. Pode-se afirmar corretamente que o instante de tempo e a posição em que ocorre o encontro serão, respectivamente:

a) 2 e 19.

b) 19 e 2.

c) 4 e 23.

d) 23 e 4.

e) 5 e 40.

Resposta **A**

Resolvendo o sistema por substituição, tem-se:

$$15 + 2t = 5 + 7t$$
$$15 - 5 = 7t - 2t$$
$$10 = 5t$$
$$t = \frac{10}{5}$$
$$t = 2$$

Substituindo em qualquer uma das equações, tem-se:

$$s = 15 + 2(2)$$
$$s = 15 + 4$$
$$s = 19$$

Questão 36 (Assunto: Inequações)

Analise os itens a seguir.

I. Se $x < y$, então $a \cdot x < a \cdot y$, para qualquer $a \in \mathbb{R}$.

II. Se $x > y$, existe $a \in \mathbb{R}$, tal que $x = y + a$.

III. Se $x < y < 0$, então $0 < y^2 < x^2$.

Está(ão) correto(s) apenas:

a) II.

b) III.

c) I e II.

d) I e III.

e) II e III.

Resposta **E**

Item I: incorreto. Se $a < 0$, $ax > ay$.

Questão 37 (Assunto: Inequações)

Qual é a soma dos elementos inteiros do conjunto-solução da inequação $4x^2 + 5x - 6 < 0$?

a) –2

b) –1

c) 0

d) 1

e) 2

Resposta **B**

O conjunto-solução da inequação $4x^2 + 5x - 6 < 0$ é $S = \left]-2; \frac{3}{4}\right[$.

Logo, a soma dos inteiros pertencentes a esse intervalo é –1.

Questão 38 (Assunto: Linearidade; Função afim)

Os planos de serviço de duas empresas de telefonia estão demonstrados na tabela a seguir.

	Valor fixo (R$)	**Valor por minuto (R$)**
Empresa A	20,00	0,05
Empresa B	15,00	0,10

Cada cliente paga, ao final do mês, o valor fixo acrescido do preço gasto em minutos de ligação referente ao mês. Por exemplo, um cliente da empresa A que utilizou o telefone por 30 minutos pagará ao final do mês R$ 20,00 + R$ 1,50 = R$ 21,50. A partir de quantos minutos é mais vantajoso o plano oferecido pela empresa A?

a) 101

b) 102

c) 103

d) 104

e) 105

Resposta **A**

O preço P pago para utilizar x minutos em cada um dos planos das empresas A e B pode ser modelado por meio das seguintes expressões:

Empresa A: P = 0,05x + 20

Empresa B: P = 0,10x + 15

Logo, a empresa A terá vantagem quando:

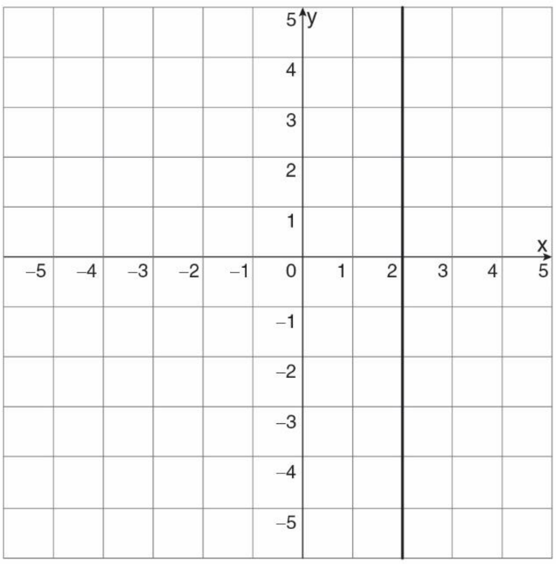
$0{,}10x + 15 > 0{,}05x + 20 \Leftrightarrow x > 100$

ou seja, a partir de 101 minutos.

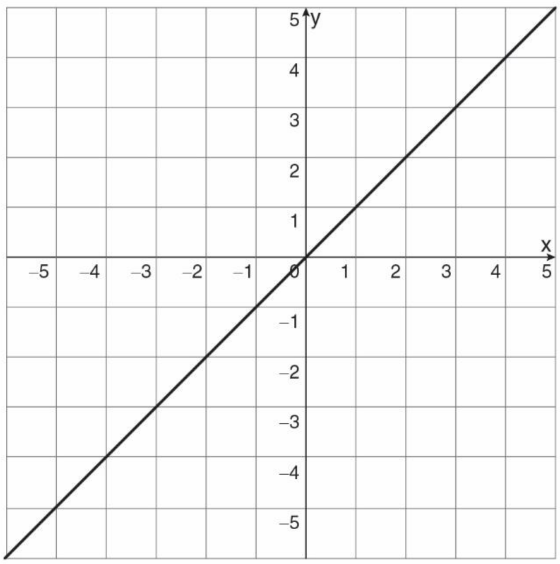
Questão 39 (Assunto: Inequação do 2º grau)

Qual dos gráficos a seguir não representa uma função afim, f: $x \rightarrow f(x)$, em que f(x) = ax + b, $a \in \mathbb{R}$ e $b \in \mathbb{R}$?

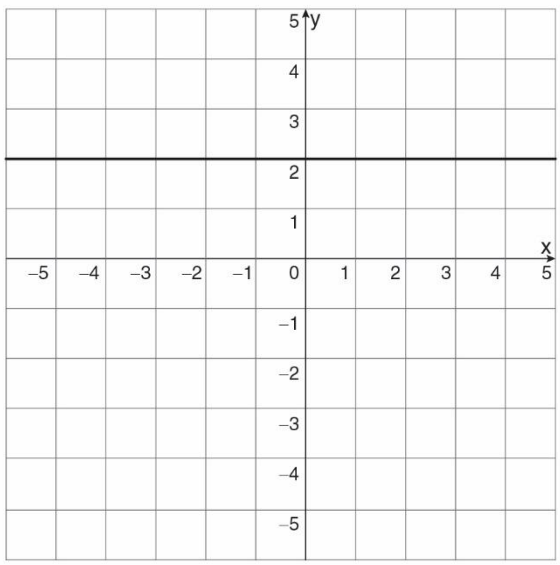
a)



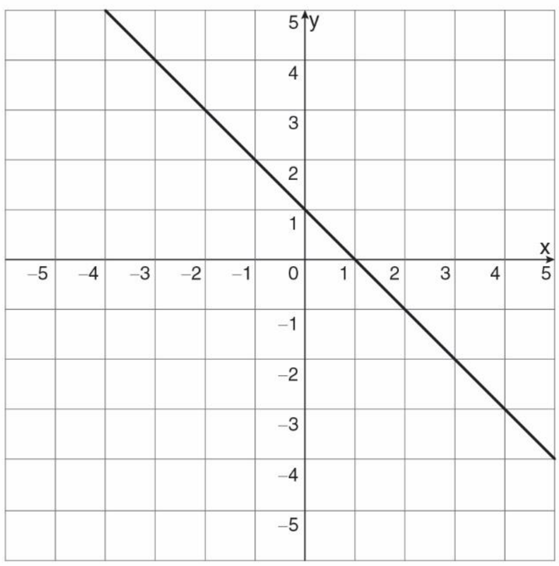
b)



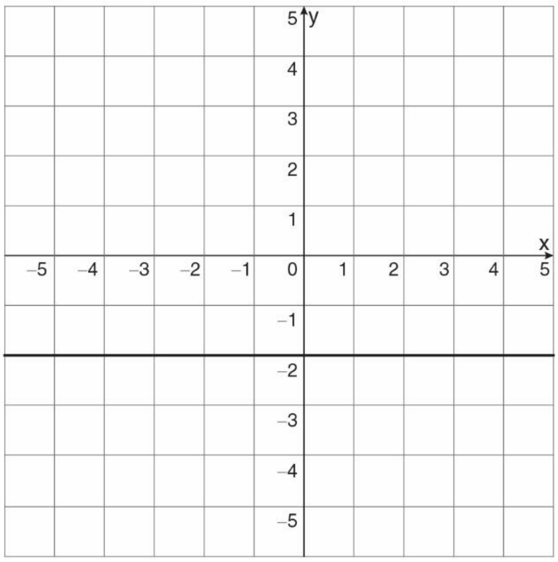
c)



d)



e)

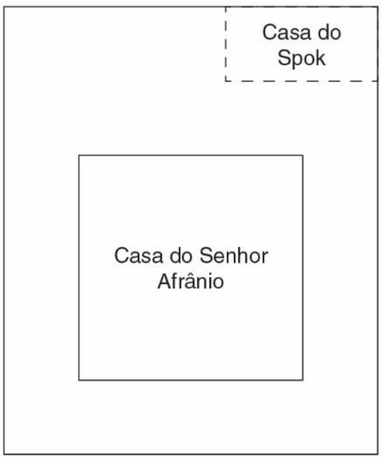


Resposta **A**

Há mais de um valor da imagem se correspondendo com o mesmo valor do domínio, ou seja, para $x = 2$, temos infinitos valores para $f(x)$.

Questão 40 (Assunto: Função afim)

O Senhor Afrânio comprou 5 metros de uma cerca para fazer a casinha do seu cachorro, Spok. Na figura a seguir, o tracejado indica o lugar onde o Senhor Afrânio pretende colocar a cerca.



Se x e y são as dimensões do território onde será construída a casa do Spok e o Senhor Afrânio deseja que a área desse terreno seja de 6,16 m², o valor de $x – y$ é:

a) 0,5 m

b) 0,6 m

c) 0,7 m

d) 0,8 m

e) 0,9 m

Resposta **B**

Do enunciado, sabemos que $S = x + y = 5$ m e $P = x \cdot y = 6{,}16$ m^2.

Logo, podemos associar os valores de x e de y às soluções da equação $x^2 - 5x + 6{,}16 = 0$. Então, temos:

$$\Delta = 25 - 4 \cdot 6{,}16 = 0{,}36$$

$$x_1 = \frac{5 - 0{,}6}{2} = 2{,}2 \text{ m}$$

$$x_2 = \frac{5 + 0{,}6}{2} = 2{,}8 \text{ m}$$

Portanto, $x_2 - x_1 = 0{,}6$ m.

Questão 41 (Assunto: Tangência; Área de polígonos)

Ana encontrou uma régua diferente das tradicionais, como mostra a imagem a seguir.

Ela notou que 0 unidade dessa régua correspondia ao número 20, e 11 unidades ao número 29. Curiosa, Ana descobriu qual número corresponderia a 22 unidades dessa régua. Qual foi o número encontrado por ela?

a) 28

b) 38

c) 58

d) 68

e) 78

Resposta **B**

Utilizando a notação de funções, de acordo com o enunciado, f(0) = 20 e f(11) = 29.

Logo, a expressão que representa f(x) é dada por:

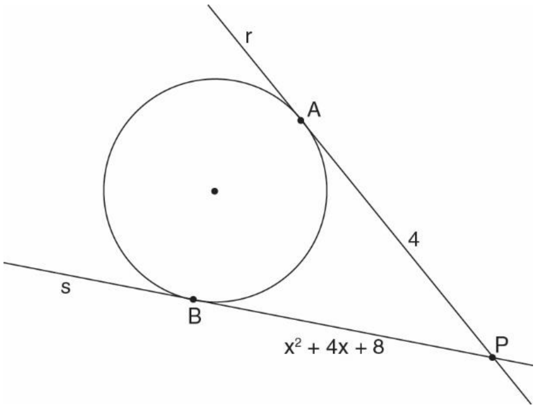
$$f(x) = \frac{9}{11}x + 20$$

Tomando x = 22, temos imediatamente que f(22) = 38.

Portanto, Ana encontrou o número 38.

Questão 42 (Assunto: Relações métricas do triângulo retângulo)

As retas r e s são tangentes à circunferência nos pontos A e B e se intersectam no ponto P.



Se m(AP) = 4 e m(BP) = $x^2 + 4x + 8$, o valor de x é:

a) –3

b) –2

c) 0

d) 2

e) 3

Resposta **B**

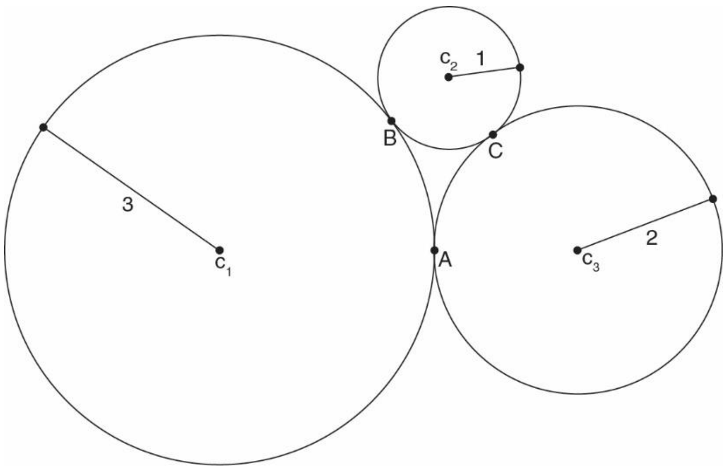
Como r e s tangenciam a circunferência em A e B e se intersectam no ponto P, devemos ter:

m(BP) = m(AP)

Daí: $x^2 + 4x + 8 = 4 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Questão 43 (Assunto: Circunferências e tangências)

A seguir, há três circunferências, de raios 1 cm, 2 cm e 3 cm, tangentes duas a duas nos pontos A, B e C.



Passando por C, traça-se uma reta r, paralela ao segment $\overline{C_1C_2}$, que intersecta o segmento $\overline{C_1C_3}$ no ponto P. Qual a área do triângulo PCC_3 em cm^2?

a) 1

b) $\frac{4}{3}$

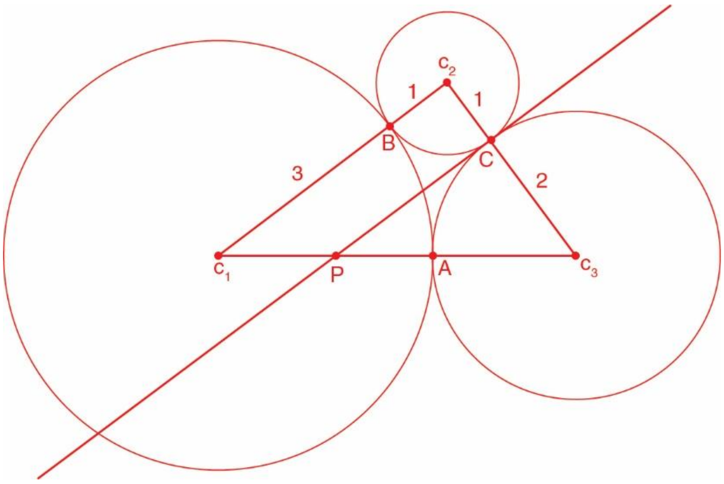
c) $\frac{8}{3}$

d) $\frac{16}{3}$

e) 8

Resposta **C**

Fazendo a construção mencionada no enunciado, temos:



O triângulo $C_1C_2C_3$ é semelhante ao triângulo PCC_3, pelo caso AAA, e retângulo em C_2; logo:

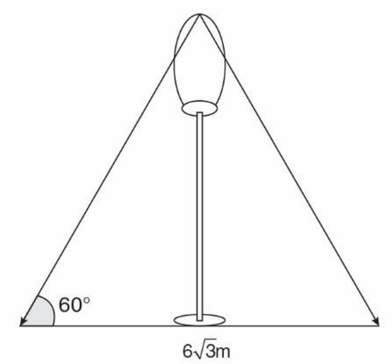
$$\frac{PC}{4} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow PC = \frac{8}{3}$$

Portanto, a área do triângulo PCC_3 retângulo em C é dada por:

$$A\Delta_{PCC_3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot 2 = \frac{8}{3}\ cm^2$$

Questão 44 (Assunto: Triângulo; Tangente)

A luz de um poste cobre uma região do solo plano correspondente a $6\sqrt{3}$ m. Um dos feixes de luz forma um ângulo de 60° com o solo, conforme mostra a figura a seguir.



Considerando que o poste está perfeitamente na posição vertical, a sua altura h é igual a:

a) 5 m

b) 6 m

c) 7 m

d) 8 m

e) 9 m

Resposta **E**

Sendo h a altura do poste, temos:

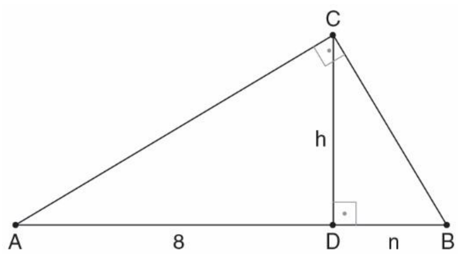
$$\text{tg } 60° = \frac{h}{3\sqrt{3}}$$

$$h = 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$h = 9 \text{ m}$$

Questão 45 (Assunto: Razões trigonométricas)

A seguir, há um triângulo ABC retângulo em C, cuja altura relativa ao vértice C está representada pelo segmento CD.



Dado que m(AD) = 8, m(BD) = n e m(CD) = h, determine o menor valor inteiro divisível por três e não nulo que h pode assumir.

a) 6

b) 9

c) 12

d) 15

e) 18

Resposta **C**

Note que $h^2 = 8 \cdot n$.

Como h é divisível por 3, h^2 é divisível por 9. Além disso, para que h^2 seja o menor quadrado perfeito com essas características, devemos ter $n = 2 \cdot 9$, então:

$$h^2 = 8 \cdot 2 \cdot 9$$

$$h^2 = 16 \cdot 9$$

$$h = 12$$

Observação: Seria possível chegar ao resultado testando os menores valores "possíveis" para h (3, 6, 9, 12).

Questão 46 (Assunto: Conjuntos Numéricos; Números Reais)

A diretora de uma escola precisa agendar uma reunião com os responsáveis de cinco alunos. Porém, cada um deles tem uma agenda diferente e um certo tempo livre para que a diretora possa marcar a reunião. Um dia, ela recebeu as seguintes mensagens:

Responsável 1: "Hoje estou livre entre 19h e 21h".

Responsável 2: "Hoje estou livre a partir das 20h20min, pontualmente, até as 22h".

Responsável 3: "Hoje estou livre até 20h30min, pontualmente".

Responsável 4: "Hoje estou livre, pontualmente, a partir das 19h40min".

Responsável 5: "Hoje estou livre entre as 20h10min e 21h".

Assim, caso ela deseje conversar com os cinco responsáveis ao mesmo tempo, a reunião poderá durar, no máximo:

a) 5 minutos

b) 10 minutos

c) 25 minutos

d) 40 minutos

e) 50 minutos

Resposta **B**
O tempo máximo de reunião é o comprimento do intervalo obtido pela interseção dos cinco intervalos que representam os horários que os responsáveis têm livres. Fazendo a interseção desses horários, obtém-se o intervalo [20h20min, 20h30min], pontualmente, para ambos os extremos. Assim, a reunião poderá durar, no máximo, 10 minutos.

Questão 47 (Assunto: Álgebra x Geometria; Interpretação gráfica)

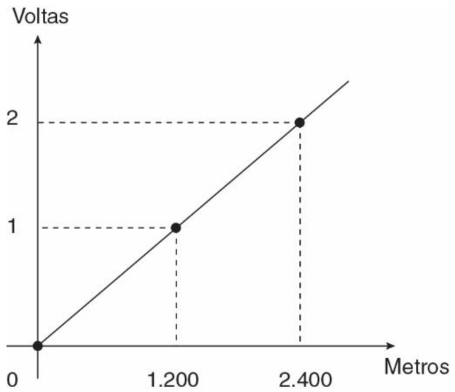
Leia o texto a seguir:

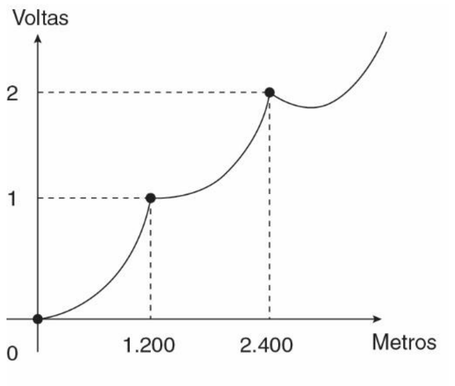
Correr ou caminhar no Ibirapuera?

A pista de cooper é uma trilha com terra batida e pedriscos, muito arborizada e terreno totalmente plano. A volta é curta, 1.200 metros, mas se você fizer uma alça dentro da própria pista pode aumentar 300 metros. A marcação das distâncias acontece a cada 100 metros. Pode ser uma área interessante para "aumentar" treinos longos ou então para iniciantes.

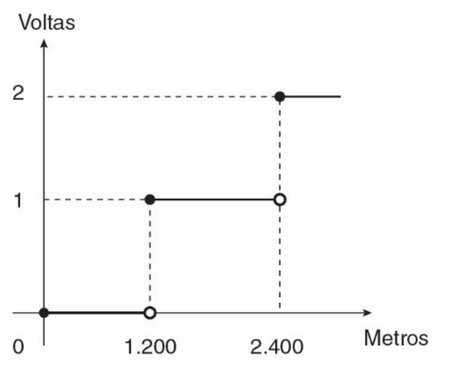
Disponível em: <www.parqueibirapuera.org/carminhar_correr>. Acesso em: 13 ago. 2014.

Se uma pessoa resolve correr na pista de *cooper*, sem fazer a alça citada no texto, o gráfico que representa o número de voltas completas que essa pessoa consegue percorrer, em função da distância (em metros) percorrida por ela, é:

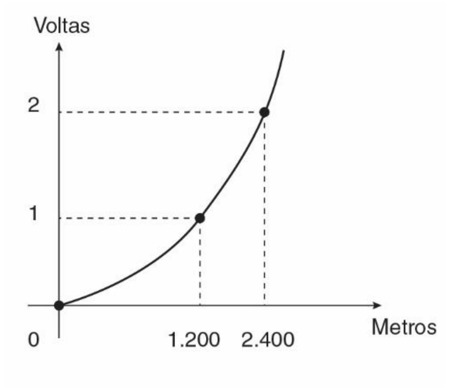
a)


b)


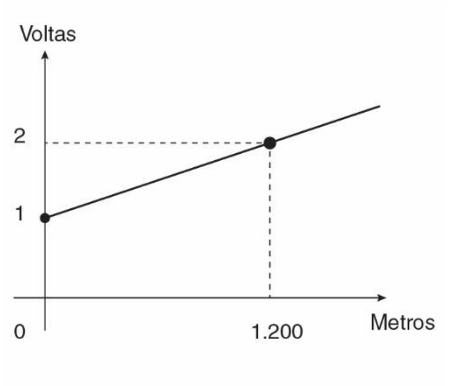
c)



d)



e)



Resposta **C**

Nota-se que:

- para cada distância percorrida maior ou igual a 0 e menor que 1.200, o número de voltas completas dadas é 0.
- para cada distância percorrida maior ou igual a 1.200 e menor que 2.400, o número de voltas completas dadas é 1.
- para cada distância percorrida maior ou igual a 2.400 e menor que 3.600, o número de voltas completas dadas é 2.

Assim, para cada distância percorrida maior ou igual a 1.200·k e menor que 1.200·(k+1), o número de voltas completas dadas é k. Dentre os gráficos apresentados, o que representa essa situação é o apresentado na alternativa c.

Questão 48 (Assunto: Operações básicas; Potenciação)

No YouTube, cada vídeo apresenta um endereço, que é constituído por uma reunião de 11 caracteres. Sabe-se que existem 64 possibilidades para cada caractere, totalizando, assim, 64^{11} vídeos que o *site* consegue armazenar. Atualmente, a cada minuto, são colocados, aproximadamente, 2.048 vídeos novos.

Nessas condições, o YouTube atingirá sua capacidade máxima de armazenamento:

Dado: Considere as aproximações:

1 semana = 2^{13} minutos, 8 semanas = 2^{16} minutos, 16 meses = 2^{18} minutos, 10 anos = 2^{22} minutos, 1 século = 2^{25} minutos.

a) em menos de 8 semanas.

b) entre 8 semanas e 16 meses.

c) entre 16 meses e 10 anos.

d) entre 10 anos e 1 século.

e) em mais de 1 século.

Resposta **E**

O tempo pedido é dado por $\frac{64^{11}}{2048} = \frac{(2^6)^{11}}{2^{11}} = \frac{2^{66}}{2^{11}} = 2^{55}$ minutos.

Note-se que esse tempo é superior a 4 séculos, pois $4 \cdot 2^{25} = 2^2 \cdot 2^{25} = 2^{27}$ minutos e $2^{55} > 2^{27}$.

Assim, o YouTube atingirá sua capacidade máxima de armazenamento em mais de 4 séculos.

Questão 49 (Assunto: Inequação do 1º grau)

Carla está indecisa sobre qual operadora escolher para assinar um plano de internet. A operadora AIO cobra R$ 30,00 a mensalidade, mais R$ 0,60 por minuto completo usado, desprezando os segundos. Já a operadora BIO cobra, por mês, R$ 12,00 mais R$ 1,10 por minuto completo usado, também desprezando os segundos.

A operadora BIO só será vantajosa para Carla se ela utilizar a internet, mensalmente, por, no máximo:

a) 35 minutos completos.

b) 40 minutos completos.

c) 45 minutos completos.

d) 50 minutos completos.

e) 60 minutos completos.

Resposta **A**

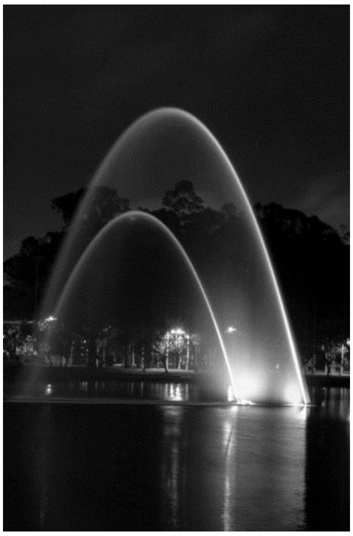
Sendo x a quantidade de minutos usados de internet por mês, para que a operadora BIO seja vantajosa em relação à operadora AIO, deve-se ter:

$$12 + 1{,}10x < 30 + 0{,}60x$$
$$1{,}1x - 0{,}6x < 30 - 12$$
$$0{,}5x < 18$$
$$x < 36$$

Assim, ela deverá gastar, no máximo, 35 minutos de internet mensalmente.

Questão 50 (Assunto: Funções; 2° grau – Quadrática)

Observe a imagem a seguir:



Rodrigo Almeida Prado/Flickr

A foto apresenta a Fonte das Águas do Parque do Ibirapuera, em São Paulo. A trajetória de um jato de água nessa fonte descreve uma parábola, como mostrado na imagem. Suponha que um jato, que saia, originalmente, de um cano na linha da superfície do lago, descreva um arco de parábola e caia no lago novamente após 4 segundos.

Se, após 1 segundo da saída de um jato, sua altura é de 2 metros, a altura máxima que ele atingirá:

a) será exatamente 2,5 m.

b) estará entre 2,5 m e 3 m.

c) será exatamente 3 m.

d) estará entre 3 m e 4 m.

e) será maior que 4 m.

Resposta **B**

Do enunciado, tem-se que a trajetória de um jato de água é representada por uma parábola. Sabe-se que o gráfico de uma parábola é dado por uma função quadrática, representada, genericamente, por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a incógnita x com a, b, c coeficientes reais e com $a \neq 0$. Considerando a linha da superfície do lago como o eixo das abscissas, o ponto onde o cano está fixado como a origem do Sistema cartesiano e o momento em que a água sai desse cano como x = 0, tem-se f(0) = 0, f(4) = 0 e f(1) = 2, para uma função que relaciona altura em função do tempo, conforme dados do enunciado. Logo:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} 0 = c \\ 0 = 16a + 4b + c \\ 2 = a + b + c \end{cases}$$

$$a = -\frac{2}{3}; b = \frac{8}{3}; c = 0$$

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x$$

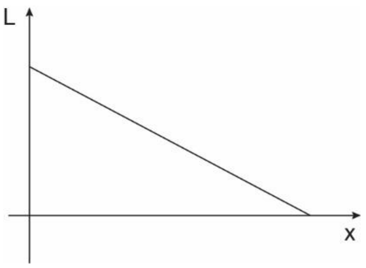
Nota-se que a altura máxima ocorre quando x = 2 (ponto médio entre as raízes x = 0 e x = 4). Assim, $f(2) = \frac{8}{3}$; portanto, a altura máxima que o jato atingirá está entre 2,5 m e 3 m.

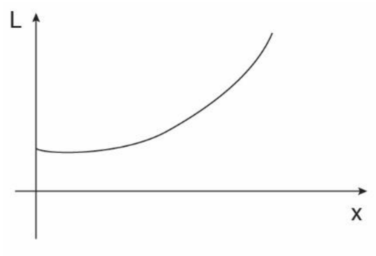
Questão 51 (Assunto: Funções; 2° grau – Quadrática)

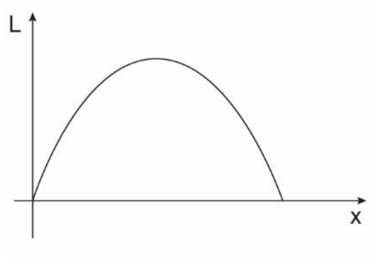
Uma gerente, preocupada em aumentar o lucro com a venda dos artigos da loja em que trabalha, decidiu aumentar o preço dos produtos. No entanto, para sua surpresa, percebeu que um pequeno aumento dos preços fez aumentar o lucro, mas, ao efetuar um grande aumento, o lucro diminuiu!

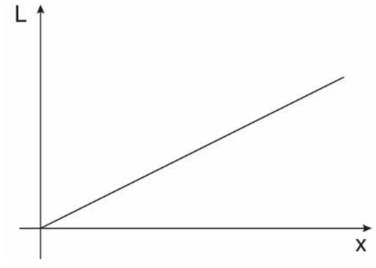
Isso ocorreu, em parte, devido à diminuição da quantidade de unidades vendidas, uma vez que, estando mais caro o produto, muitas pessoas deixaram de comprá-lo. Matematicamente, pode-se descrever esse fato representando a quantidade de unidades vendidas por x e o lucro unitário p desse produto como uma expressão da forma p = ax + b, com a < 0.

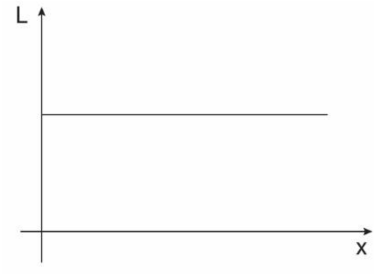
Assim, graficamente, o lucro, L, obtido com a venda dos artigos da loja é representado por:

a)


b)


c)


d)


e) 

Resposta **C**

O lucro – L – pode ser obtido multiplicando-se a quantidade vendida pelo lucro unitário, ou seja, $L = xp$, com $p = ax + b$. Assim, $L = x(ax + b)$ e, portanto, $L = ax^2 + bx$, com $a < 0$.

Nota-se que a função do lucro descreve uma parábola, que passa pela origem e tem concavidade para baixo.

Questão 52 (Assunto: Trigonometria; Lei dos Senos)

Ana, Bianca, Carla e Paula são quatro amigas que estão brincando de estátua em um quintal. Quando uma delas diz “estátua!”, as outras são obrigadas a parar imediatamente, exatamente onde estão.

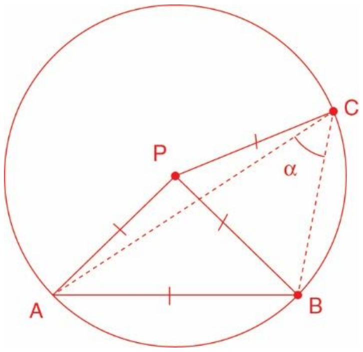
No momento em que Paula grita “estátua!”, ela está a uma mesma distância de Ana, Bianca e Carla, respectivamente. A medida dessa distância também é, coincidentemente, a mesma entre Ana e Bianca.

Se a distância entre Carla e Bianca é maior que a distância entre Paula e Ana, o ângulo que a direção de Carla e Bianca forma com a direção de Carla e Ana vale:

a) 15°
b) 30°
c) 45°
d) 60°
e) 75°

Resposta **B**

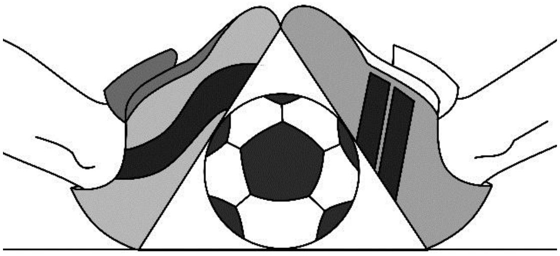
Sendo A, B, C e P, respectivamente, os pontos que representam as posições de Ana, Bianca, Carla e Paula, no momento em que Paula grita “estátua!”, do enunciado, tem-se a seguinte figura:



Aplicando-se o Teorema dos Senos no triângulo ABC, tem-se $\frac{R}{\operatorname{sen}\alpha} = 2R$, ou seja, $\operatorname{sen}\alpha = 0{,}5$, e, como $\alpha < 90^\circ$, tem-se $\alpha = 30^\circ$.

Questão 53 (Assunto: Geometria Plana; Segmentos Proporcionais)

No futebol, uma “dividida” acontece quando dois jogadores chegam para pegar a bola ao mesmo tempo. Isso pode causar contusões caso eles cheguem à bola com muita força. Considere, na figura seguinte, a imagem dos pés de dois jogadores em uma dividida com a bola.



Se a sola da chuteira de um dos jogadores mede 40 cm, a do outro 42 cm e a distância entre o calcanhar de ambos é de 58 cm, a distância do ponto onde a bola toca o chão até o calcanhar de cada um dos jogadores vale, respectivamente:

a) 27 cm e 31 cm.

b) 28 cm e 30 cm.

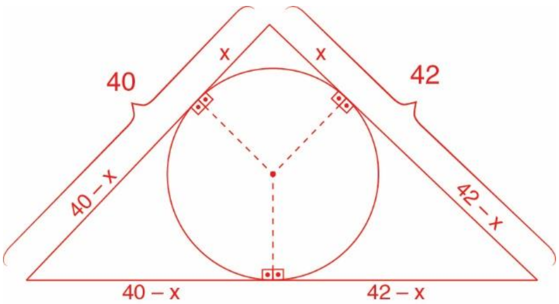
c) 29 cm e 29 cm.

d) 32 cm e 26 cm.

e) 33 cm e 25 cm.

Resposta **B**

Da figura, sendo (40 – x) e (42 – x) as distâncias pedidas, tem-se:



$$40 - x + 42 - x = 58$$

$$82 - 2x = 58$$

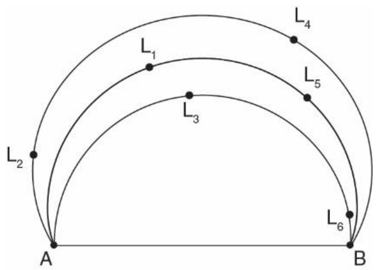
$$2x = 24$$

$$x = 12$$

Assim, (40 – x) = 28 cm e (42 – x) = 30 cm.

Questão 54 (Assunto: Geometria Plana; Arcos na Circunferência)

Um *site* de venda de ingressos disponibilizará as entradas para uma peça de teatro. Foi prometido aos expectadores que, independentemente do lugar escolhido, todos conseguirão enxergar o palco. No local onde será realizada a apresentação, os assentos estão dispostos em forma de arcos, como apresentado na figura a seguir. O arco AL_3B é uma semicircunferência delimitada pelas extremidades A e B do palco.



Camila comprou um ingresso no assento marcado como L_3. Sua prima também irá comprar um ingresso, mas quer um lugar que ofereça o mesmo ângulo de visão que o assento de Camila; portanto, dentre os lugares assinalados na figura, o único que ela poderá escolher será:

a) L_1

b) L_2

c) L_4

d) L_5

e) L_6

Resposta **E**

Dentre os pontos assinalados, o único que oferece o mesmo ângulo de visão do palco que o assento de Camila é o ponto L_6, pois L_6 e L_3 estão sobre a mesma semicircunferência de diâmetro AB.

Questão 55 (Assunto: Trigonometria; Relações no Triângulo)

Uma pessoa atravessou um rio nadando de uma margem à outra. Porém, durante a travessia, a força da correnteza fez com que ela nadasse em uma direção que formou um ângulo de 120° com uma das margens do rio.

Sabe-se que a distância entre as margens é de 100 metros; portanto, pode-se dizer que a pessoa nadou a mais, além dessa distância, aproximadamente:

Dado: Considere $\sqrt{3} = 1,7$.

a) 13 metros.

b) 33 metros.

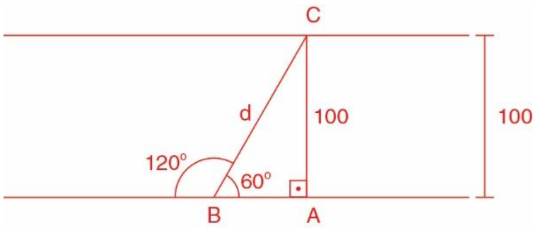
c) 55 metros.

d) 75 metros.

e) 100 metros.

Resposta **A**

Do enunciado, tem-se a figura a seguir:



Sendo d a distância que ela nadou, então, no triângulo retângulo ABC, tem-se $\text{sen}\,60^{\circ} = \frac{AC}{d}$. Logo, $d = \frac{200\sqrt{3}}{3}$; 113 m. Assim, além dos 100 metros, ela nadou, aproximadamente, 13 metros a mais.