E.E. Dona Antônia Valadares

MATEMÁTICA

1º ANO

FUNÇÕES

PROFESSOR: ALEXSANDRO DE SOUSA

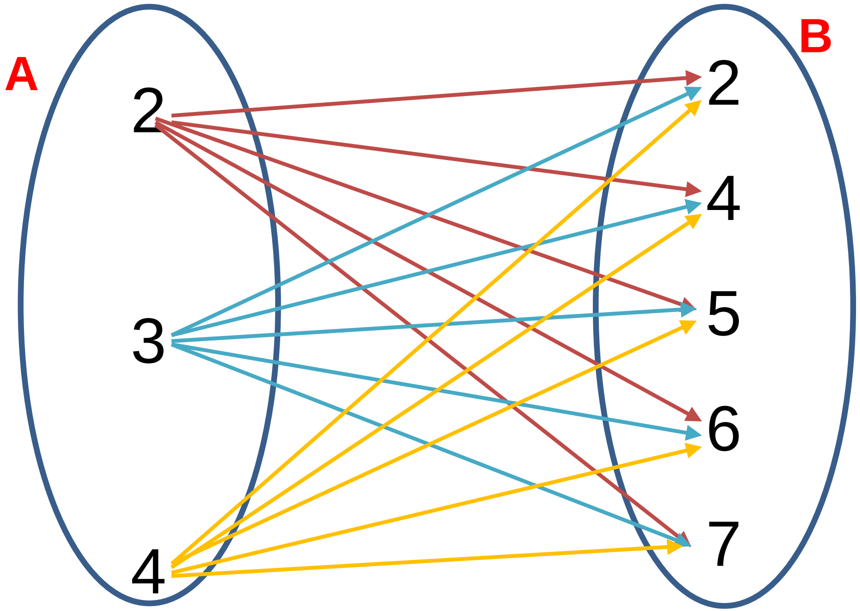
APLICAÇÃO DO CONCEITO

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática e ocupa lugar em destaque em vários de seus ramos, bem como em outras áreas do conhecimento. É muito comum e conveniente expressar fenômenos físicos, biológicos, sociais, etc. por meio de funções.

Cartesiano A x B

Seja A = {2, 3, 4}   e   B = {2, 4, 5, 6, 7}, temos:

A x B = são todo os pares ordenados (x, y) formados sendo x ∈ A e y ∈ B



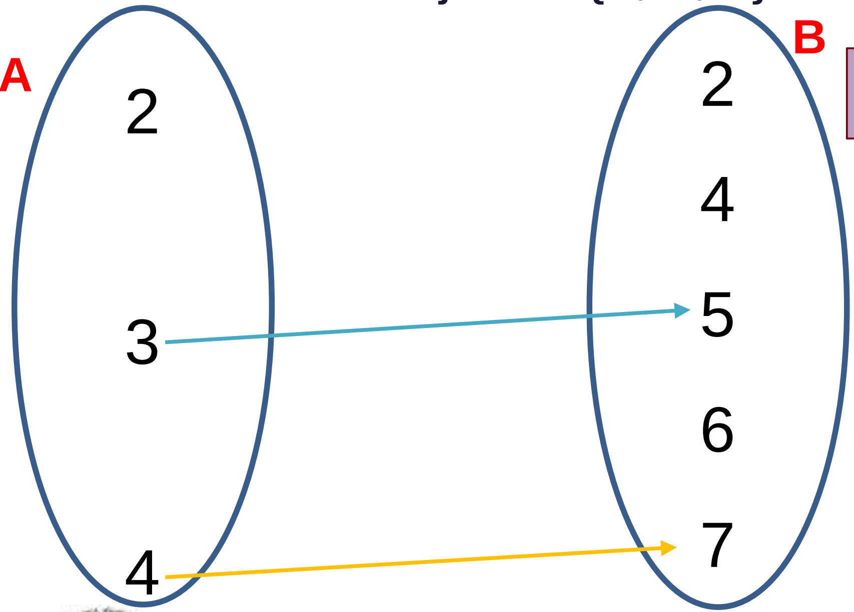
A x B = {(2, 2), (2, 4), (2, 5),
(2, 6), (2, 7), (3, 2),
(3, 4), (3, 5), (3, 6),
(3, 7), (4, 2), (4, 4),
(4, 5), (4, 6), (4, 7)}

Prof: Alexsandro de Sousa

Relação Binária

Chamamos de relação binária de A em B qualquer subconjunto do produto cartesiano A x B.

Seja A = {2, 3, 4}   e   B = {2, 4, 5, 6, 7}, temos:



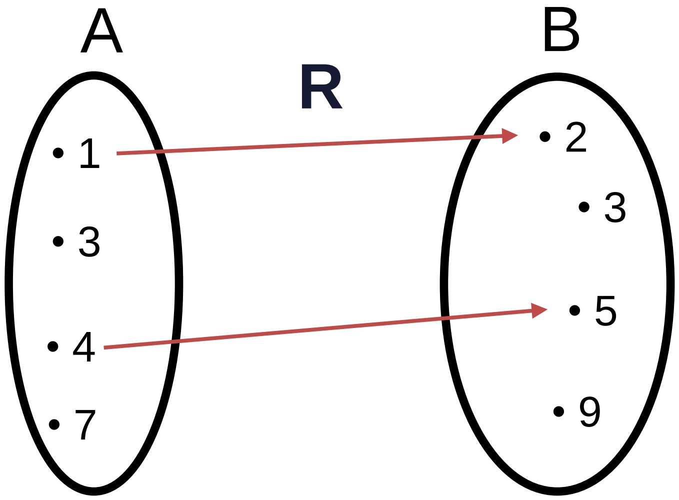
R = {(x,y) / A x B/ y = 2x – 1}

R= { (3, 5), (4, 7)}

Prof: Alexsandro de Sousa

$A = \{1, 3, 4, 7\}$ e $B = \{2, 3, 5, 9\}$

A relação $R = \{(x,y) / \in A \times B / y = x + 1\}$ em diagramas de flechas.



$R = \{(1, 2),(4, 5)\}$

Prof: Alexsandro de Sousa

FUNÇÃO

Substantivo feminino que:

- Caracteriza obrigação: função da polícia civil;
- Define aquilo com o qual se trabalha: função de padeiro;
- Expressa serventia: A função do coração é bombear o sangue para o corpo;

- **Expressa dependência: Você ganhará seu salário em função das horas trabalhadas.**

FUNÇÃO

Na matemática, **FUNÇÃO** é uma relação de dependência entre duas grandezas, na qual uma está em função da outra.

FUNÇÃO

Por exemplo:
O valor cobrado na bomba depende da quantidade de combustível com a qual se abasteceu o carro.

Suponha que o preço do litro de combustível seja**: R$ 5,10**

FUNÇÃO

Se o preço do litro de combustível for: **R$ 5,10.**

Qual é a expressão matemática que define o valor pago P (em R$) em função da quantidade de litros abastecida.

FUNÇÃO

Vamos fazer uma tabela:

QUANTIDADE ABASTECIDA	VALOR PAGO (EM R$)
1 litro	5,10 . 1 = 5,10
5 litros	5,10 . 5 = 25,50
10 litros	5,10 . 10 = 51,00
...	
x litros	5,10 . x = p

Prof: Alexsandro de Sousa

FUNÇÃO

A expressão **p = 5,10 . x** demonstra a **dependência** entre as grandezas x e p, pois **o valor pago p, depende da quantidade abastecida x .**

Quando existe uma função?

Quando uma grandeza variável **depende** de outra.

O que é a função?

A “regra” que associa essas duas grandezas.

Na matemática, FUNÇÃO é uma relação de dependência entre duas grandezas. Mas o que é uma grandeza?

Tudo aquilo que pode ser contado e medido, como o tempo, a velocidade, comprimento, preço, idade, temperatura entre outros.

Definição de função

Dados dois conjuntos, *A* e *B*, uma função de *A* em *B* é uma regra que indica como associar **cada elemento** ***x*** **∈** ***A*** a **um único elemento** ***y*** **∈** ***B***.

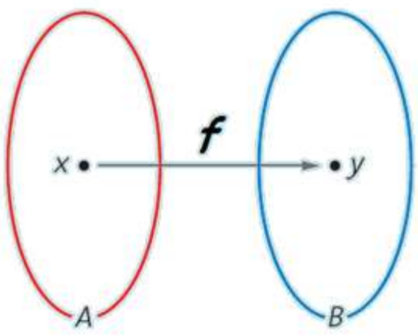
NOTAÇÃO

$$f: A \to B$$

Lê-se: *f* é uma função de *A* em *B*.

SIGNIFICADO

A função ***f*** transforma um elemento ***x*** de ***A*** em um elemento ***y*** de ***B***.



Representação comum: *y* = *f*(*x*)

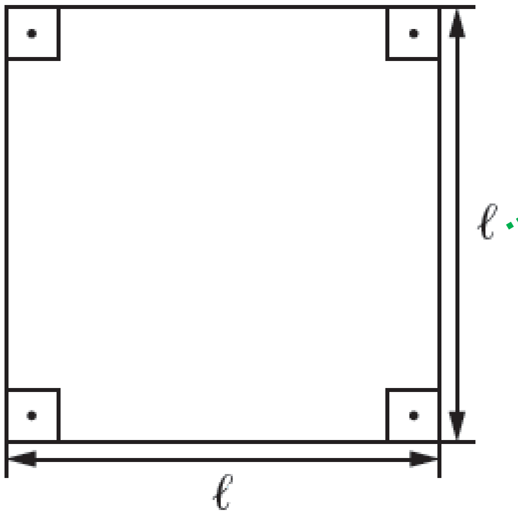
Lê-se: *y* é igual a *f* de *x*.

Prof: Alexsandro de Sousa

Noção intuitiva de funções

Exemplo:

O perímetro (P) do quadrado é **função** da medida do seu lado (ℓ).



ℓ é a medida do lado

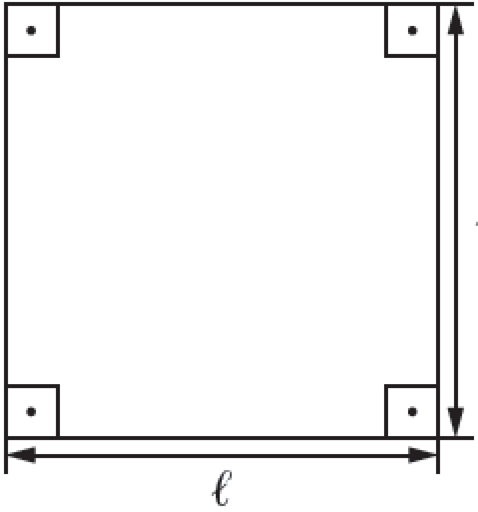
Perímetro: $P = \ell + \ell + \ell + \ell$

Perímetro: $P = 4\ell$

P DEPENDE DE ℓ

Prof: Alexsandro de Sousa

O perímetro (P) é FUNÇÃO da medida (ℓ) do lado.



LEI DA FUNÇÃO

$$\boxed{P = 4\ell}$$

VARIÁVEL DEPENDENTE

VARIÁVEL INDEPENDENTE

Prof: Alexsandro de Sousa

A contém as possíveis medidas para o lado (ℓ) do quadrado.

A

$\ell = 1$
$\ell = 1{,}5$
$\ell = 2$
$\ell = 5$
$\ell = 9$,
etc.

"Entra"

variável INDEPENDENTE

$$P = 4\ell$$

"Sai"

variável DEPENDENTE

B

$P = 4$
$P = 6$
$P = 8$
$P = 20$
$P = 36$,
etc.

B contém, entre outros, valores do perímetro (P) do quadrado.

As variáveis independentes são representadas pela letra *x*.

Portanto, a função perímetro pode ser reescrita como:

As variáveis dependentes são representadas pela letra *y*.

$$y = 4x \quad \text{ou} \quad f(x) = 4x$$

Prof: Alexsandro de Sousa

PRATICANDO

Um empreendedor produz salgadinhos para festa, os **PREÇOS DEPENDEM DA QUANTIDADE** que for encomendada, mais uma taxa fixa de **R$ 15,00** para o frete. Sabendo que a cada **100** salgadinhos o valor cobrado é de **R$ 35,00**. Qual é a expressão que nos fornece o valor a ser cobrado P em função da quantidade vendida x.

Resolução

Sabendo que a cada 100 salgadinhos o valor cobrado é de R$ 35,00, mais uma taxa fixa de R$ 15,00 para o frete.

$$P = 15 + 35.x$$

FRETE
VALOR FIXO

CENTO
(CADA 100 UNIDADES)

Situação 2

Em uma cidade, um motorista de táxi cobra R$ 5,00 de bandeirada mais R$ 2,10 por quilômetro rodado. Sabendo que o preço a pagar é dado **em função** do número de quilômetros rodados, calcule o preço a ser pago por uma corrida em que se percorreu 22 quilômetros?

$f(x) = 5 + 2{,}10 \cdot X$ ou $y = 5 + 2{,}10 \cdot x$

$f(x) = 5 + 2{,}10 \cdot 22$

$f(x) = 5 + 46{,}20$

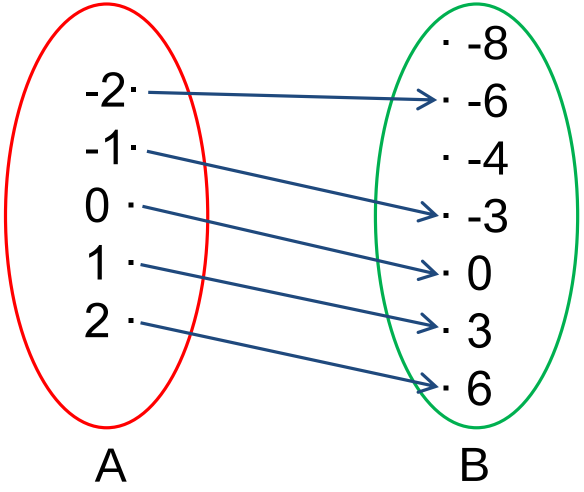
$f(x) = 51{,}20$

O preço a ser pago por uma corrida de 22km é igual a R$ 51,20

Prof: Alexsandro de Sousa

A NOÇÃO DE FUNÇÃO POR MEIO DE CONJUNTOS

01. Observe os conjuntos **A** e **B** relacionados da seguinte forma: em **A** estão os números inteiros e em **B**, outros.
Devemos associar cada elemento de A ao seu triplo em **B**



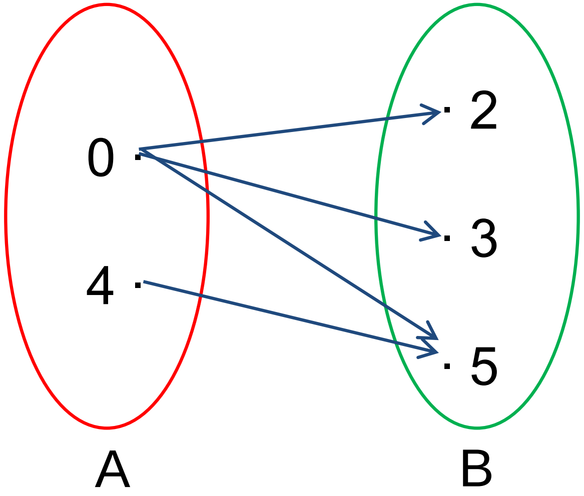
Note que:

- todos os elementos de **A** têm correspondente em **B**;
- a cada elemento de **A** corresponde um único elemento de **B**.

Nesse caso, **temos uma função** de **A** em **B**, expressa pela fórmula **y = 3x**.

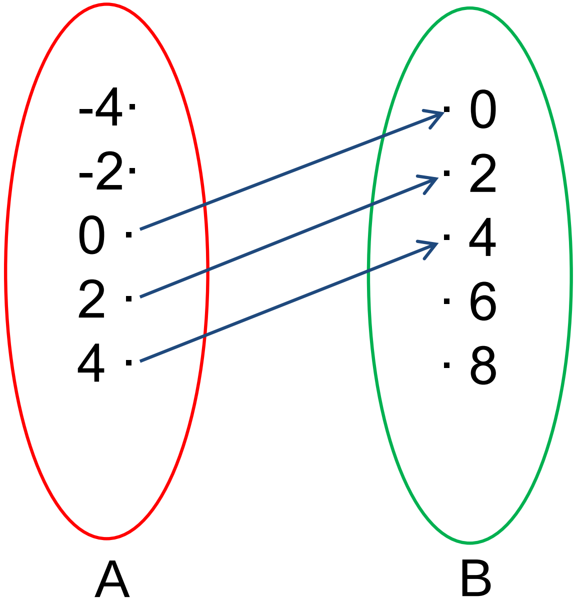
Prof: Alexsandro de Sousa

02. Dados A = {0, 4} e B = {2, 3, 5}, relacionamos A e B da seguinte forma: cada elemento de A é menor do que um elemento de B:



Nesse caso, **não temos uma função** de A em B, pois ao elemento 0 de A correspondem três elementos de B, e não apenas um único elemento de B.

03. Dados **A = {- 4, - 2, 0, 2, 4}** e **B = {0, 2, 4, 6, 8},** associamos os elementos de **A** aos elementos de igual valor em **B**.

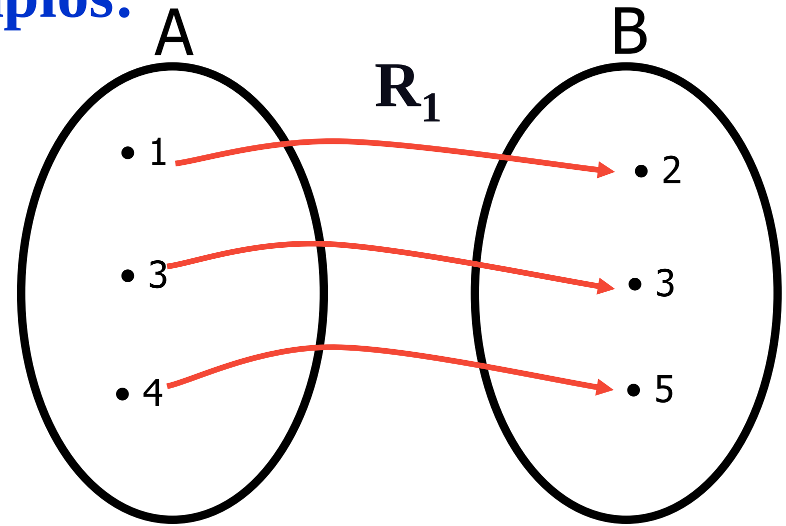


Observe que há elementos em A que não têm correspondente em B. Nesse caso, **não temos uma função** de A em B.

Prof: Alexsandro de Sousa

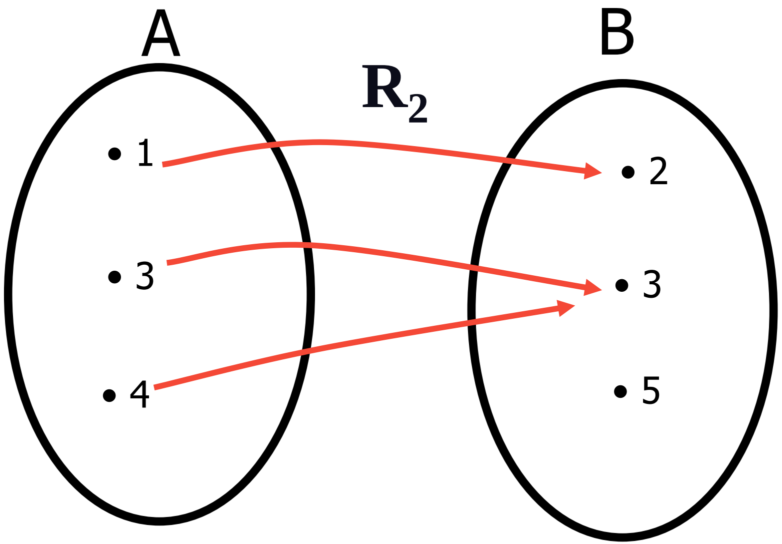
Exemplos:

a)



R_1 é uma função de A em B, pois cada elemento do conjunto A corresponde a um único elemento do conjunto B.

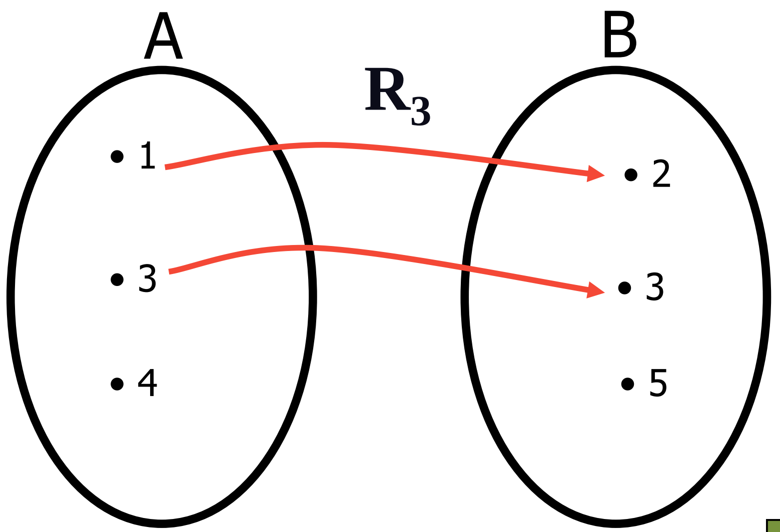
b)



R_2 é uma função de A em B, pois cada elemento do conjunto A corresponde a um único elemento do conjunto B.

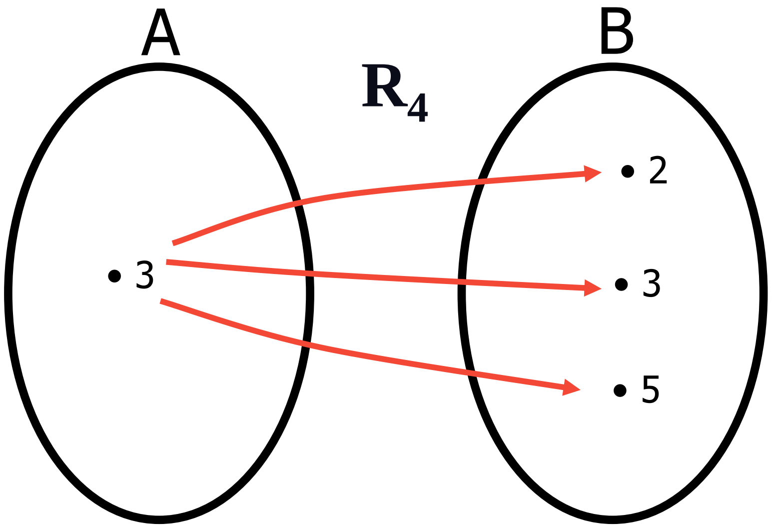
Prof: Alexsandro de Sousa

c)



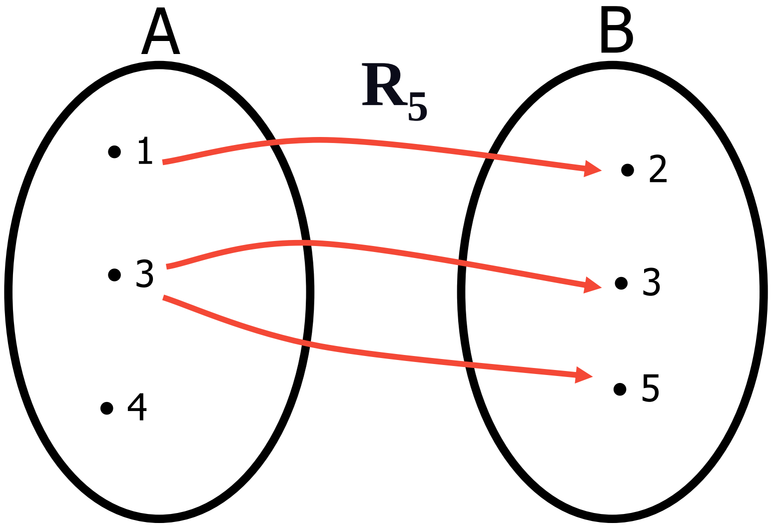
R_3 não é uma função de A em B, pois o elemento 4 do conjunto A não corresponde a um elemento do conjunto B.

d)



R_4 não é uma função de A em B, pois o elemento 3 do conjunto A corresponde a três elementos do conjunto B.

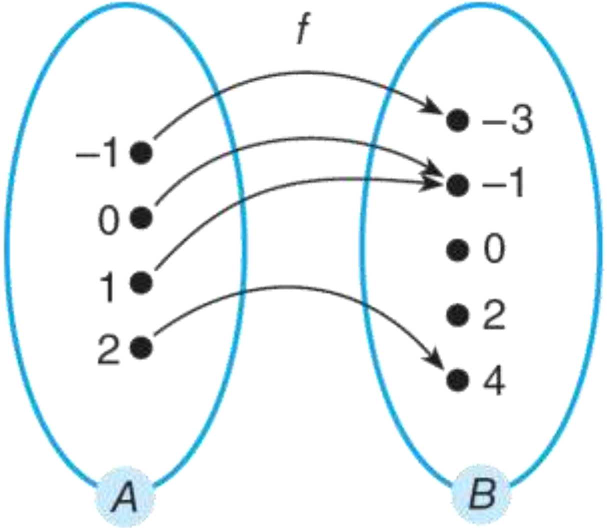
e)



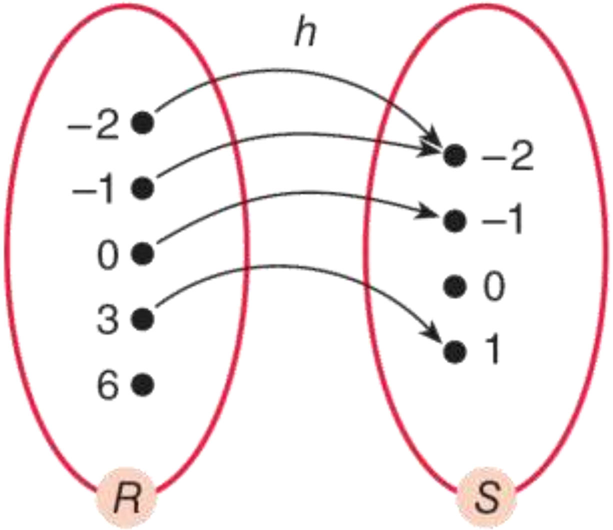
R_5 não é uma função de A em B, pois o elemento 4 do conjunto A não corresponde a um elemento do conjunto B.

Qual diagrama representa uma função?

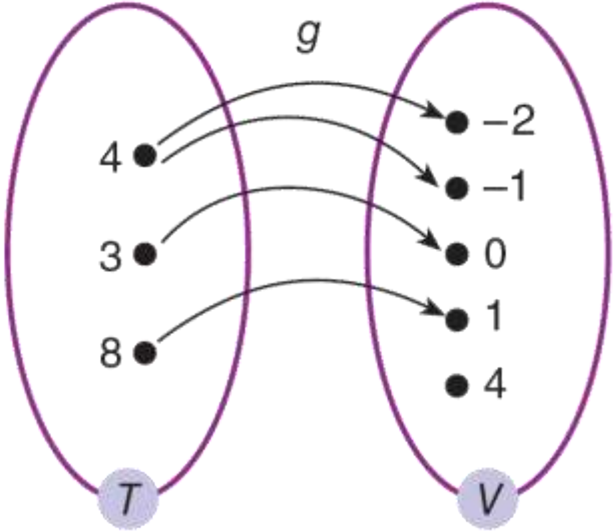
a) $f: A \rightarrow B$



b) $h: R \rightarrow S$



c) $g: T \rightarrow V$



Prof: Alexsandro de Sousa

DOMÍNIO CONTRADOMÍNIO E IMAGEM DAS FUNÇÕES

Dentro do estudo de funções associamos um número de um determinado conjunto a outro número de um outro conjunto.

Este primeiro conjunto de números recebe o nome de **DOMÍNIO** da função, também chamado de **CONJUNTO DE PARTIDA** e o segundo conjunto de números recebe o nome de **CONTRADOMÍNIO** da função, também chamado de **CONJUNTO DE CHEGADA**.

Prof: Alexsandro de Sousa

Sejam *A* e *B* conjuntos.

Dizemos que *f* é uma função se qualquer elemento de ***A*** corresponder a um, e somente um, elemento de ***B***.

$$f : A \to B$$

Função é uma relação de dependência entre dois conjuntos: Domínio e Contra domínio.

a) *x* e *y*: variável independente e variável dependente, respectivamente

b) Domínio da função: conjunto *A*

c) Contradomínio da função: conjunto *B*

d) Imagem de *x* pela função: cada elemento *y* do contradomínio que tem algum correspondente *x* no domínio.

e) Conjunto imagem da função: formado por todos os valores de *y* que são imagens de algum valor de *x*. É um subconjunto do contradomínio; em alguns casos, eles podem ser iguais.

O **conjunto** ***A***, que contém os valores de ***x***, é chamado de **DOMÍNIO (*D*)** da função *f*.

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

O **conjunto** ***B***, que contém os valores de ***y***, é chamado de **CONTRADOMÍNIO (*CD*)** da função *f*.

1
2
3
4
5

A

LEI DA FUNÇÃO:

$$y = 2x$$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

B

O **conjunto imagem *Im*(*f*)** é composto **somente** pelos valores de ***CD*** que foram obtidos pela lei da função:

2 4 6 8 10

Prof: Alexsandro de Sousa

Domínio: $D(f) = \{x \in \mathbb{N} | x < 5\}$

Contra domínio: $CD(f) = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 7\}$

Lei de Formação:

$$y = x + 1$$
$$ou$$
$$f(x) = x + 1$$

Domínio Contra Domínio

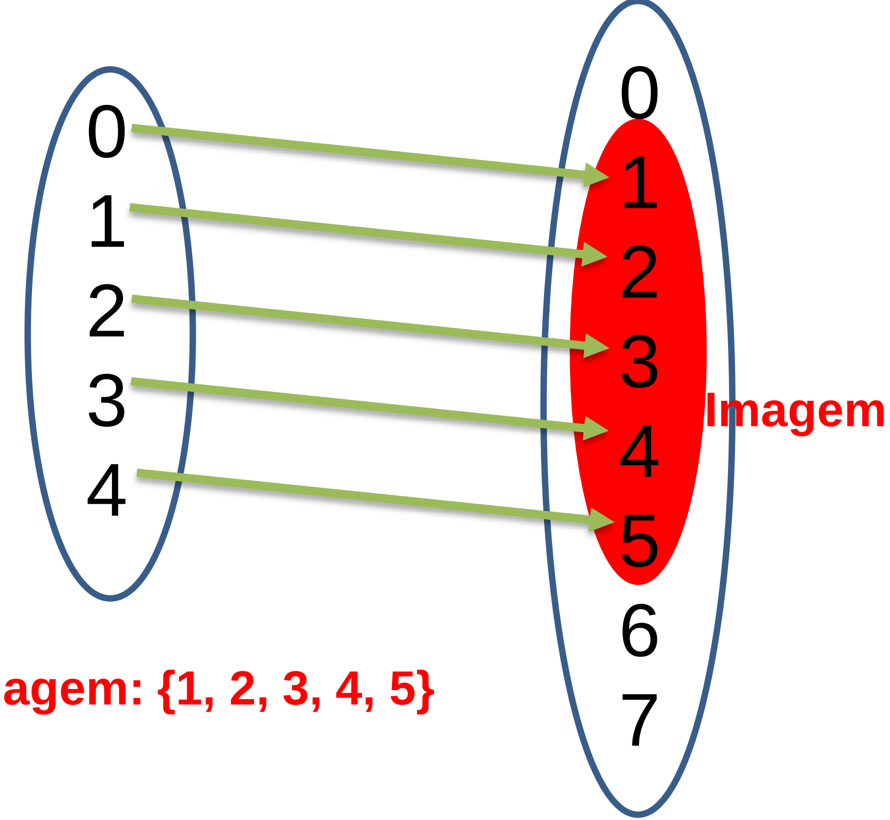


Imagem: {1, 2, 3, 4, 5}

Prof: Alexsandro de Sousa

Estudo do Domínio de uma função

Como trabalhamos com funções de variáveis reais, o domínio das funções é um subconjunto dos reais.

Devemos apenas lembrar que existem dois casos em que os números reais não estão definidos:

1. **Quando o denominador de uma fração é zero;**

$\left(\frac{3}{0} \nexists\right)$ indefinida ou impossível

2. **Quando o índice de uma raiz é par e o radicando é negativo.**

$\left(\sqrt[4]{-3} \notin \mathbb{R}\right)$ Não existe solução Real para raiz de índice par de radicando negativo

EXEMPLO:

$$f(x) = \frac{1}{x-3}$$

O domínio *D* dessa função será o conjunto IR com exceção do número 3, pois $x = 3$ torna nulo o denominador da fração.

Portanto:

$D(f) = IR - \{3\}$

ou

$D(f) = \{x \in IR \mid x \neq 3\}$

EXEMPLO: $$f(x) = \sqrt{x - 3}$$

O domínio *D* será o conjunto IR com exceção dos valores de *x* menores que 3, pois em IR não existe raiz quadrada de número negativo.

Portanto:

$D(f) = \{x \in \mathrm{IR} \mid x \geq 3\}$

REGRAS GERAIS PARA DETERMINAR O DOMÍNIO:

- A expressão do denominador deve ser DIFERENTE DE ZERO:

$$f(x) = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

DENOMINADOR $\neq$ 0

- O radicando de uma raiz de índice *n* (com *n* par) deve ser MAIOR OU IGUAL A ZERO:

$$f(x) = \sqrt[n]{(\quad)}$$

RADICANDO $\geq$ 0

EXEMPLO: **Estude o domínio das funções a seguir:**

$$f(x) = 2x + 4 \Longrightarrow D(f) = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \frac{2x+4}{x-2} \Longrightarrow D(g) = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 2\}$$

$$h(x) = \sqrt[4]{x+5} \Longrightarrow D(h) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq -5\}$$

Como $x + 5$ não pode ser negarivo, dizemos $x + 5 \geq 0$. Logo, $x \geq -5$.

Prof: Alexsandro de Sousa

Zero ou raiz de uma função

Todo número real x que pertence ao Domínio da função f e valida a equação $f(x) = 0$ é denominado zero ou raiz da função.

Exemplos

a) O zero da função f, tal que $f(x) = 2x - 4$, é 2, pois $f(2) = 2 \cdot 2 - 4 = 0$

b) Os zeros da função f, tal que $f(x) = x^2 - 5x + 6$, são 2 e 3,

pois $f(2) = 2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 0$ e $f(3) = 3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 0$

Prof: Alexsandro de Sousa