E.E. Dona Antônia Valadares

MATEMÁTICA

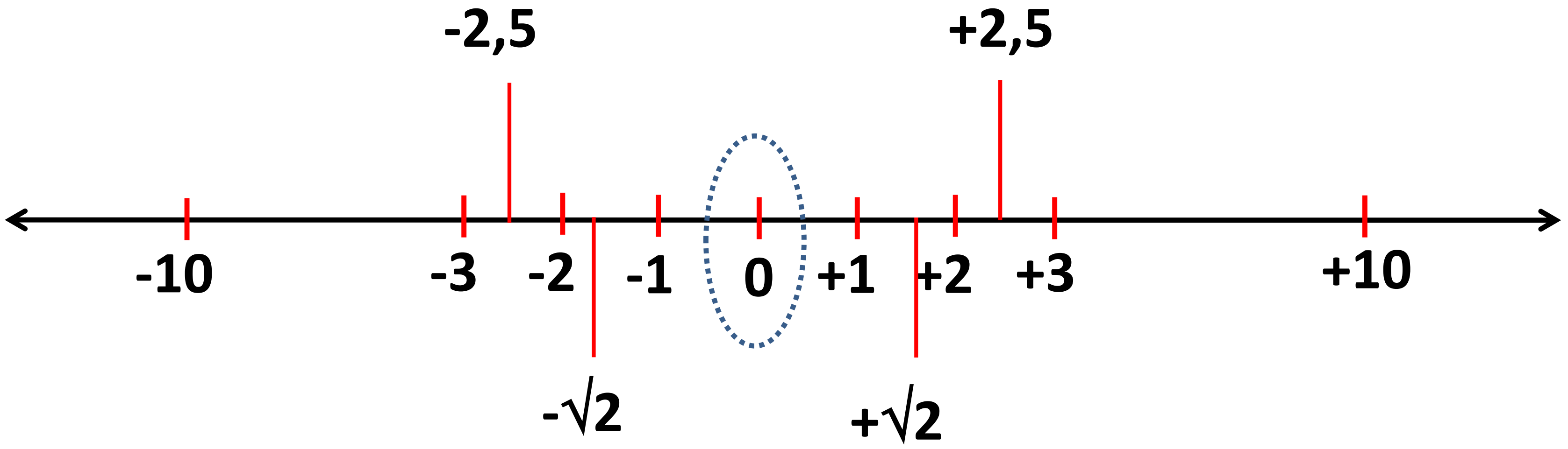
1º ANO

FUNÇÕES

PLANO CARTESIANO - GRÁFICOS

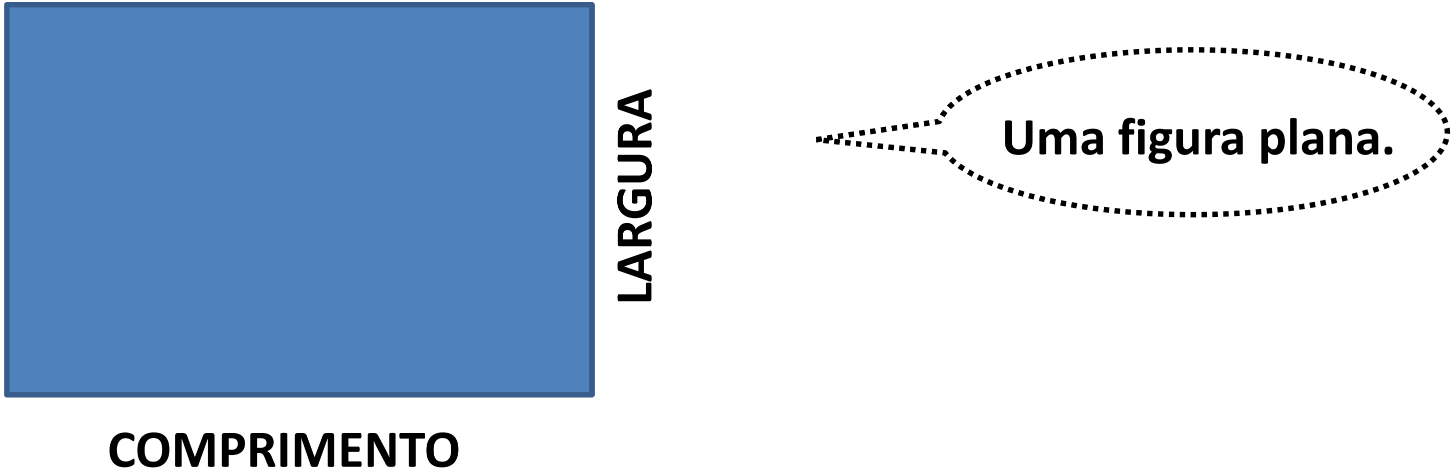
PROFESSOR: ALEXSANDRO DE SOUSA

RETA NUMÉRICA



PLANO

Quando estudamos a Geometria Plana ou Euclidiana, verificamos que o “plano” é uma região geométrica que possui duas dimensões: comprimento e largura. E pode ser representada pela figura a seguir:

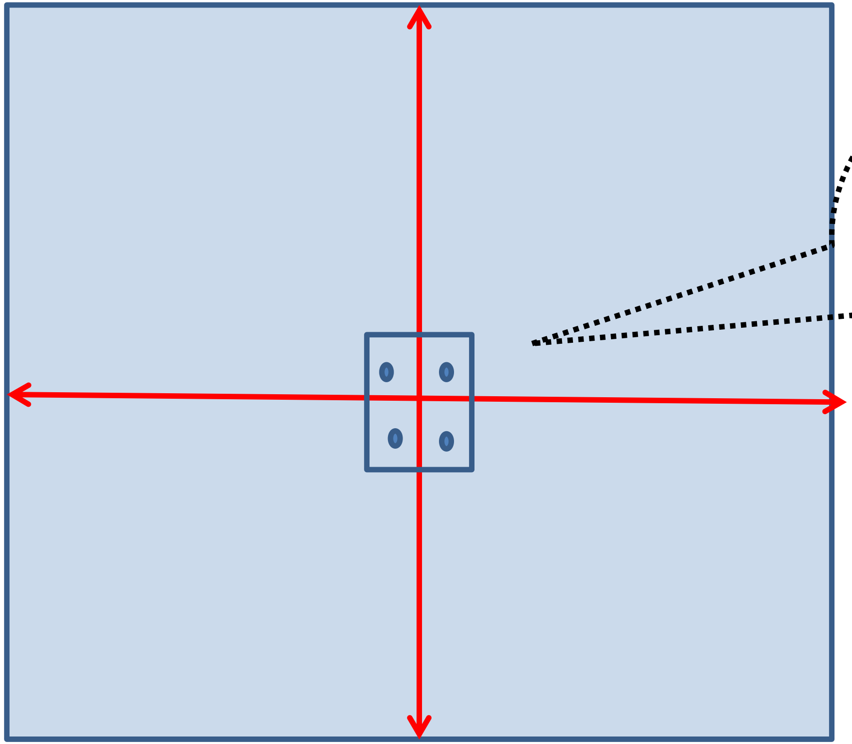


Prof: Alexsandro de Sousa

PLANO CARTESIANO

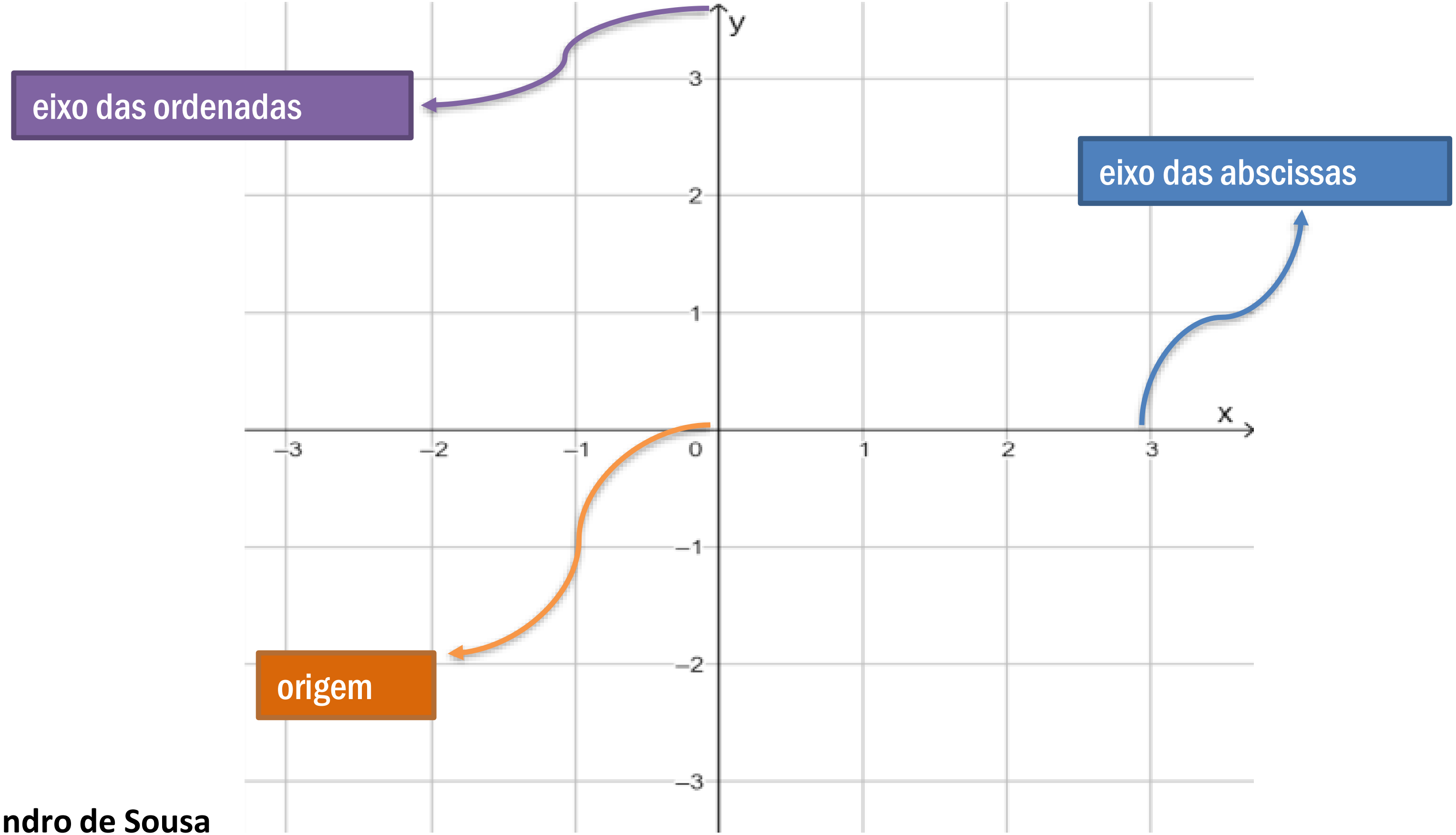
O plano cartesiano é formado por uma região geométrica plana, cortada por duas retas perpendiculares entre si.

Plano cartesiano.



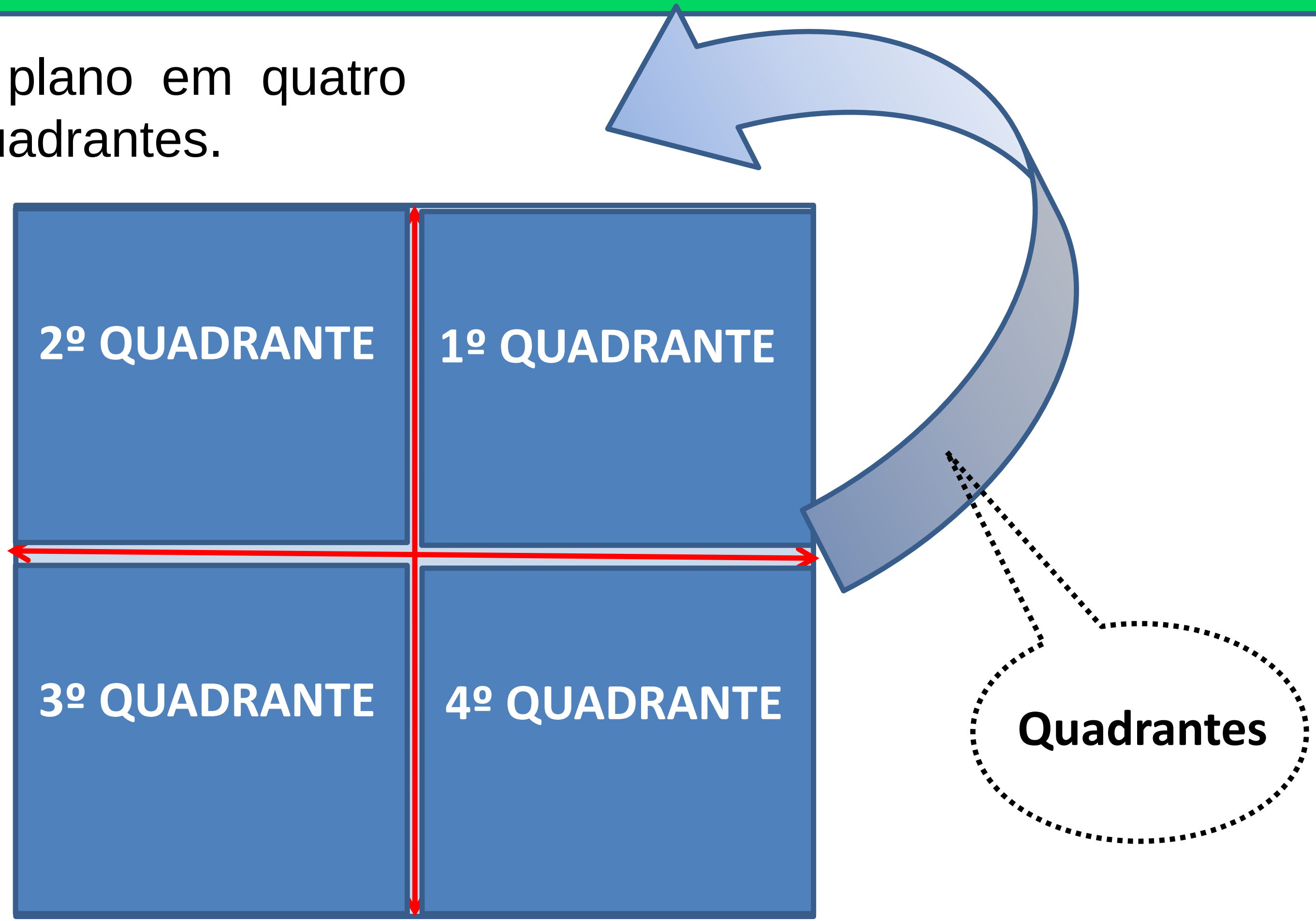
Retas perpendiculares formam ângulos de 90^0 entre si.

Plano Cartesiano



Prof: Alexsandro de Sousa

As retas dividem o plano em quatro regiões chamadas quadrantes.

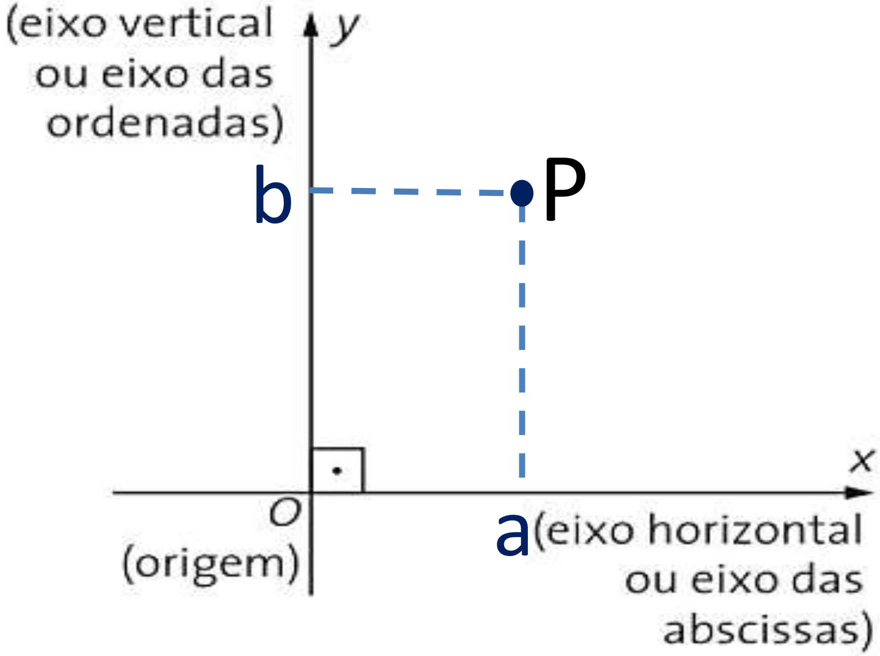


Prof: Alexsandro de Sousa

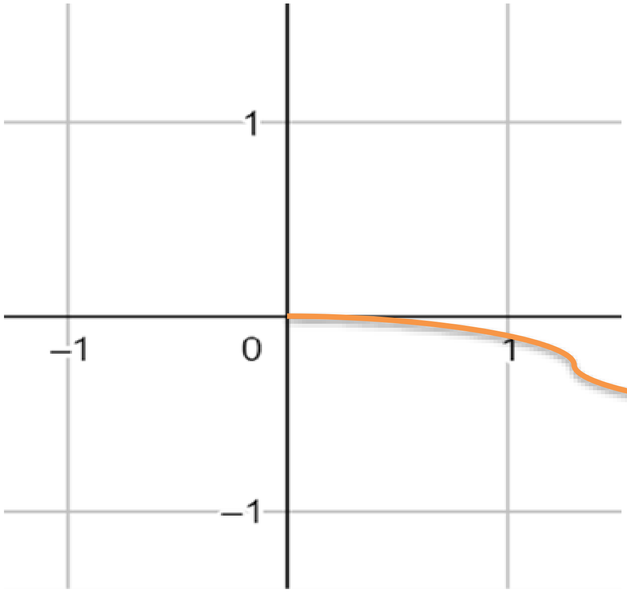
Podemos verificar que a direita da reta x e acima na reta y, temos números positivos. Do lado esquerdo da x e abaixo da y, negativos

Podemos indicar um ponto no plano por meio de uma coordenada cartesiana (x, y), formando um par ordenado. Onde x é chamado de abscissa e y de ordenada.

Os números a e b são as coordenadas cartesianas do ponto P, em que **a** é a abscissa e **b** é a ordenada.



Coordenadas da origem (0,0).



Origem

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$(x, y) = (0,0)$$

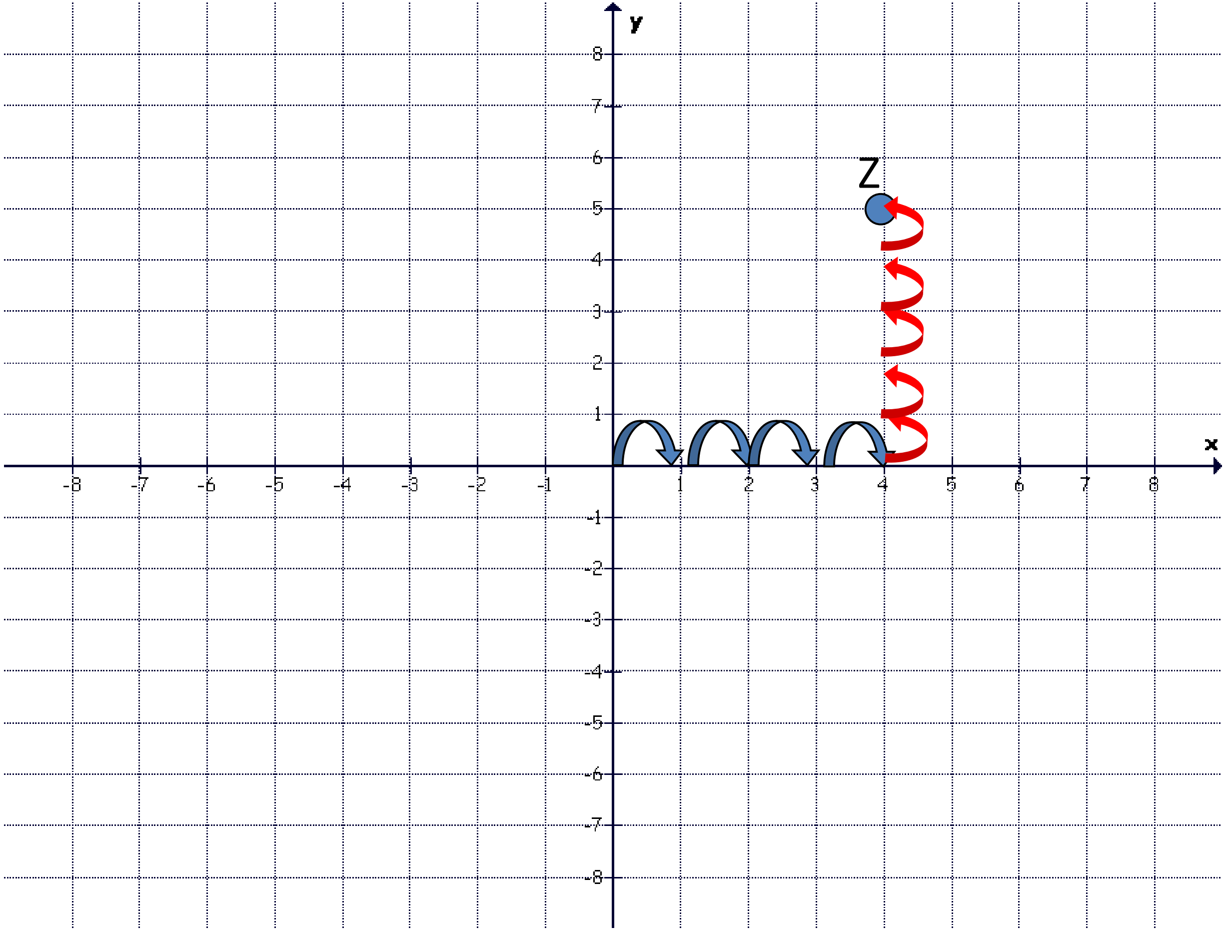
Prof: Alexsandro de Sousa

Coordenadas de *Z*

Z = (4 , 5)

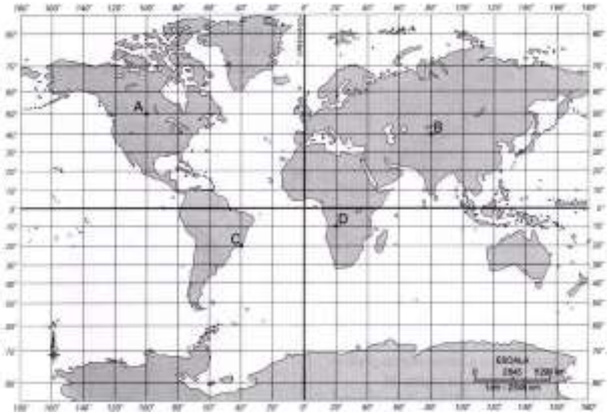
abscissa

ordenada



Prof: Alexsandro de Sousa

ONDE ENCONTRO ISSO NO MEU DIA A DIA?

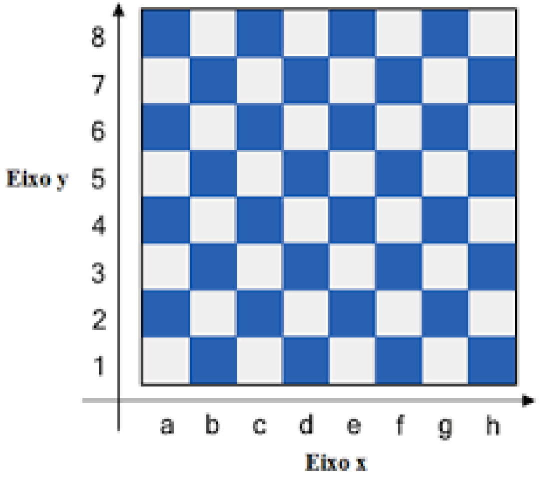


Coordenadas Geográficas.

Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Coordenadas_geograficas.html.
Acesso em 13 de maio de 2020.

Coordenadas Localização GPS

Disponível em: https://br.freepik.com/vetores-gratis/gps-mapa-com-pinos_1101393.htm
Acesso em 13 de maio de 2020.



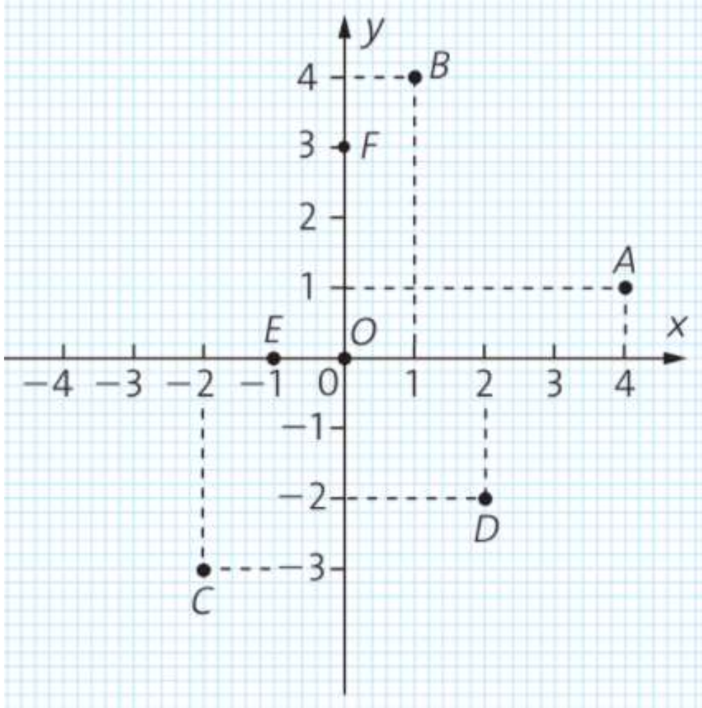
Coordenadas Jogo Xadrez

Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/3534_2020_ID.pdf
Acesso em 13 de maio de 2020.

Prof: Alexsandro de Sousa

PRATICANDO

Observe o plano cartesiano e escreva as coordenadas **x** e **y** dos pontos cartesianos.



A(4, 1)

B(1, 4)

C(–2, –3)

D(2, –2),

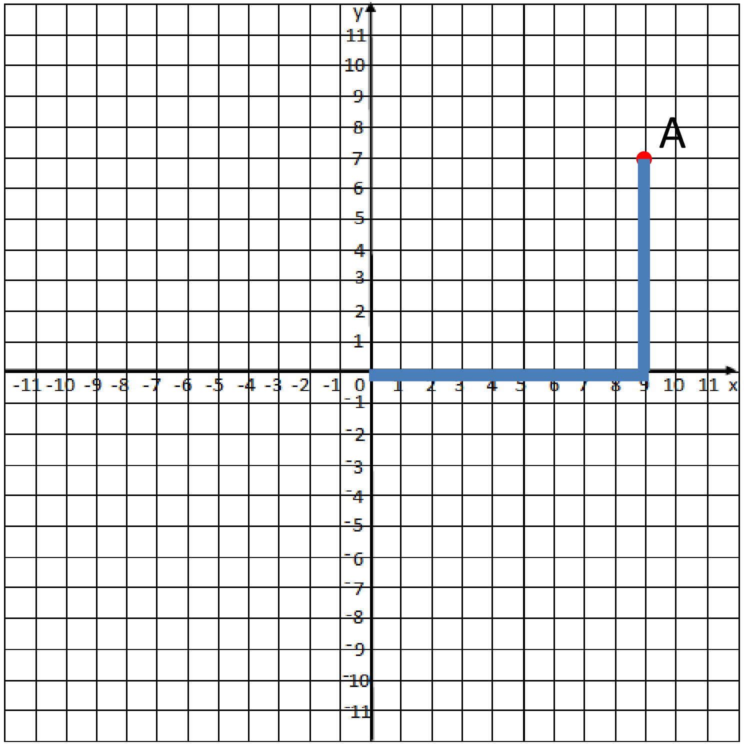
E(–1, 0)

F(0, 3)

O(0, 0)

Faça as ligações das retas, utilizando as seguintes coordenadas dos pontos cartesianos A(9;7), B(3;2) e C(9;2).

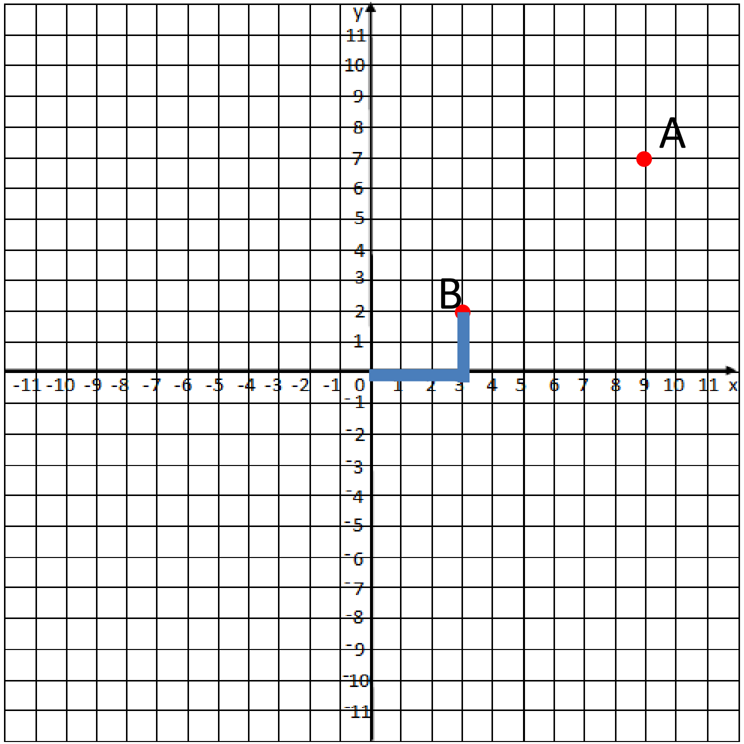
PLANO CARTESIANO



Prof: Alexsandro de Sousa

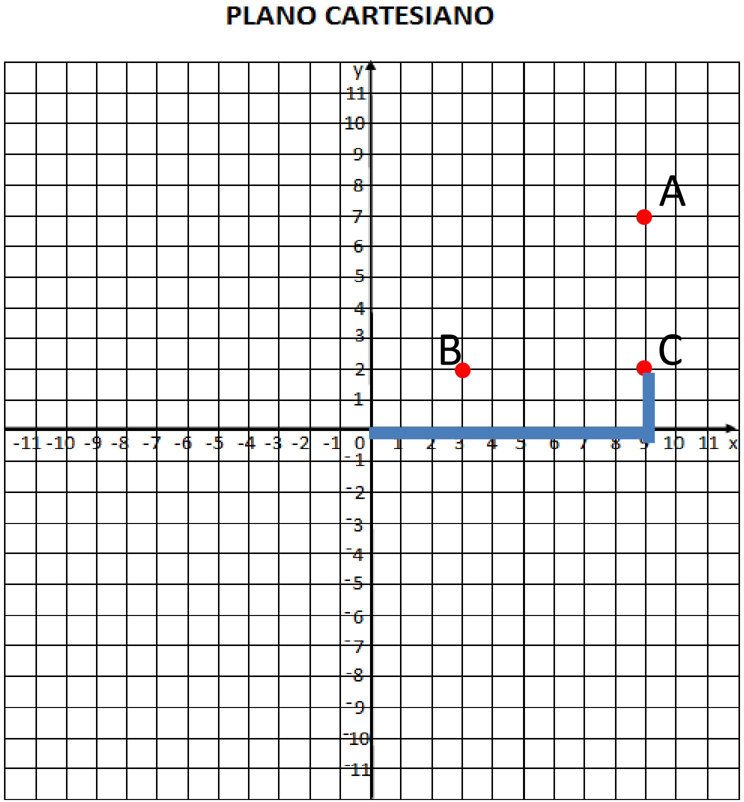
Faça as ligações das retas, utilizando as seguintes coordenadas dos pontos cartesianos A(9;7), B(3;2) e C(9;2).

PLANO CARTESIANO



Prof: Alexsandro de Sousa

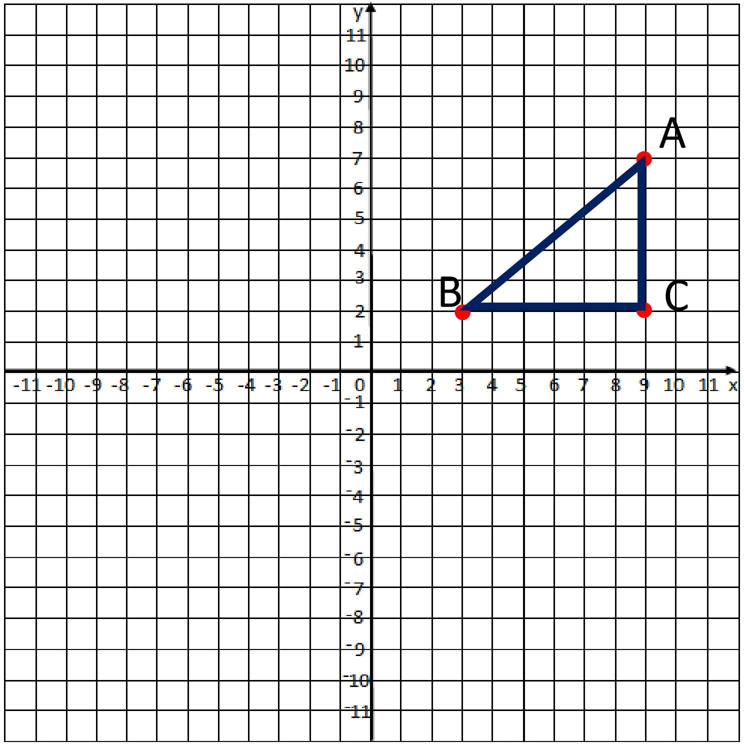
Faça as ligações das retas, utilizando as seguintes coordenadas dos pontos cartesianos A(9;7), B(3;2) e C(9;2).



Prof: Alexsandro de Sousa

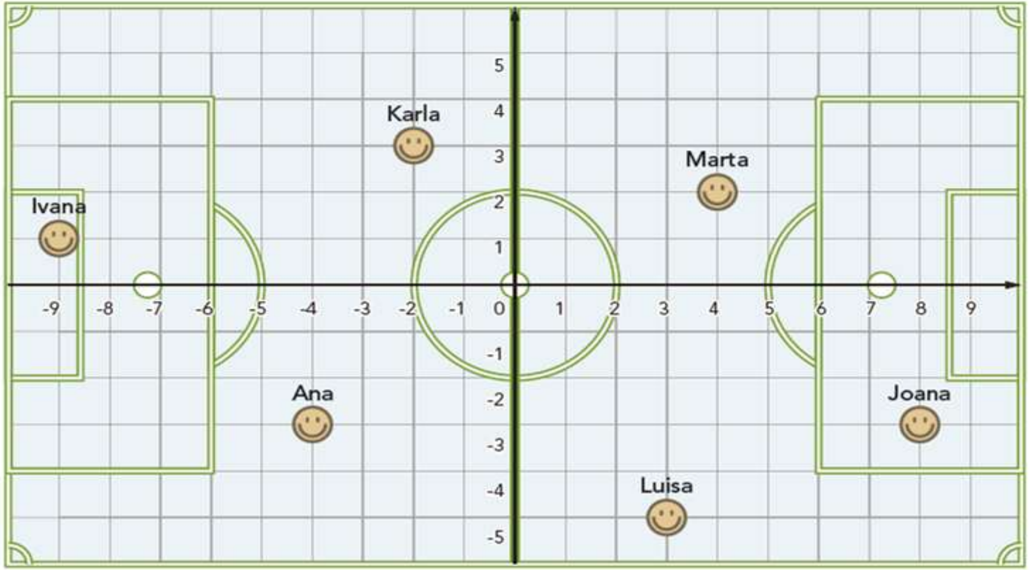
Faça as ligações das retas, utilizando as seguintes coordenadas dos pontos cartesianos A(9;7), B(3;2) e C(9;2).

PLANO CARTESIANO



Prof: Alexsandro de Sousa

Um *game* apresenta, na sua tela inicial, um instante de um jogo de futebol feminino e as posições de algumas jogadoras. Para facilitar as suas localizações, foi imaginado um Plano Cartesiano com dois eixos, o das abscissas e o das ordenadas, graduados com números inteiros. Observe com atenção a figura a seguir e escreva as coordenadas referentes a cada posição das jogadoras, conforme o exemplo:



Ivana (–9, 1)

Ana (–4, –3)

Karla (–2, 3)

Luísa (3, –5)

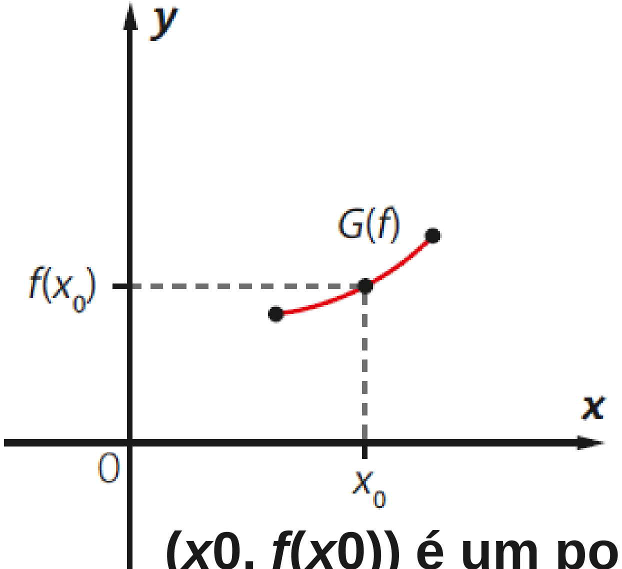
Marta (4, 2)

Joana (8, –3)

Prof: Alexsandro de Sousa

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UMA FUNÇÃO

Dada uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, o seu gráfico é o conjunto formado por todos os pares ordenados **(x, y)**, para $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ **e** $y = f(x)$, ou seja:



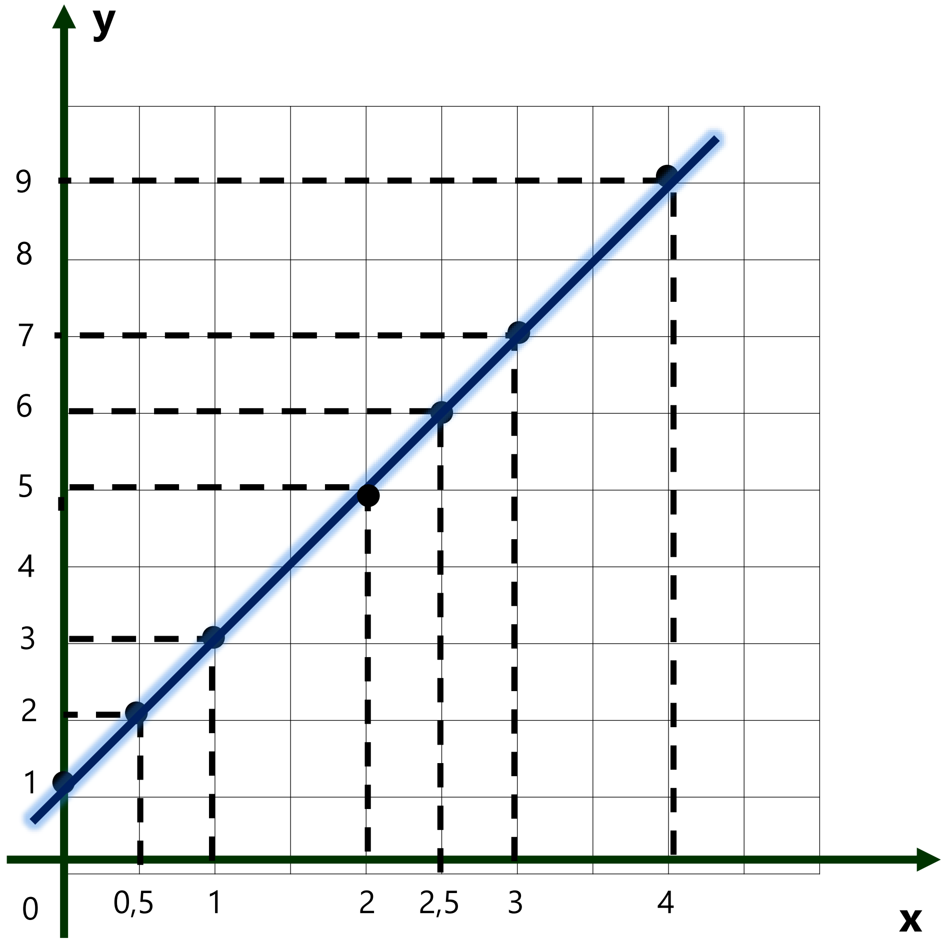
(x0, f(x0)) é um ponto do gráfico

CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS

Para construir o gráfico de uma função dada no plano cartesiano devemos:

- *Construir uma tabela com valores.*
- *A cada par ordenado associar um ponto do plano cartesiano.*
- *Esboçar o gráfico.*

x	y = f(x) = 2x + 1
0	1
0,5	2
1	3
2	5
2,5	6
3	7
4	9



Prof: Alexsandro de Sousa

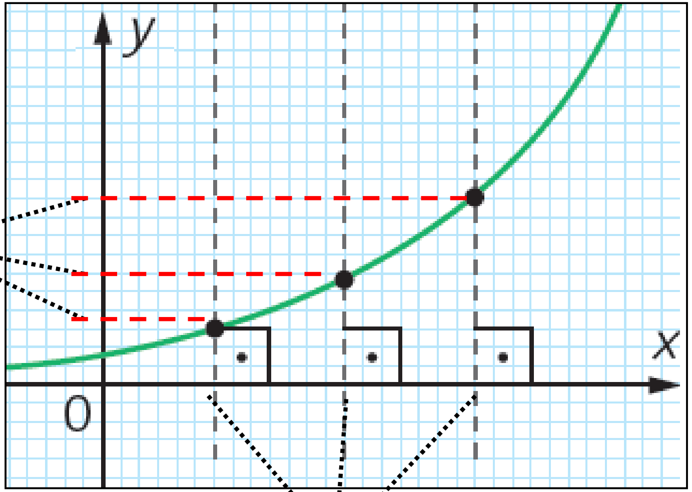
COMO SABER SE O GRÁFICO É DE UMA FUNÇÃO?

CONDIÇÃO PARA SER FUNÇÃO:
Para cada valor $x \in D$, existe um ÚNICO valor $y \in CD$.

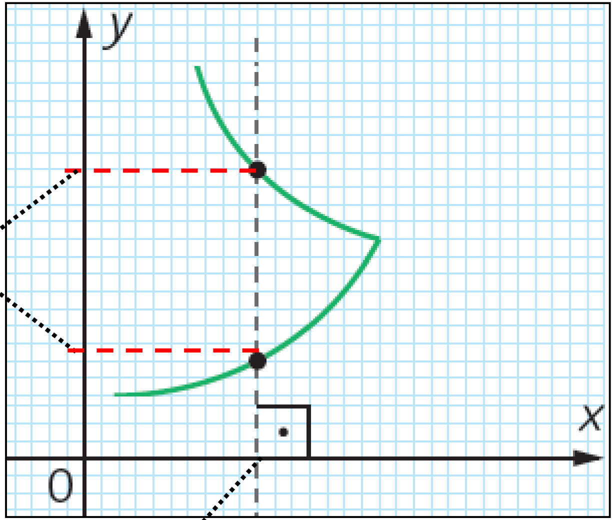
É GRÁFICO DE FUNÇÃO quando qualquer reta perpendicular ao eixo *x* intersecta o gráfico em um único ponto.

NÃO É GRÁFICO DE FUNÇÃO quando existe pelo menos uma reta perpendicular ao eixo *x* que intersecta o gráfico em mais de um ponto.

... um único valor y



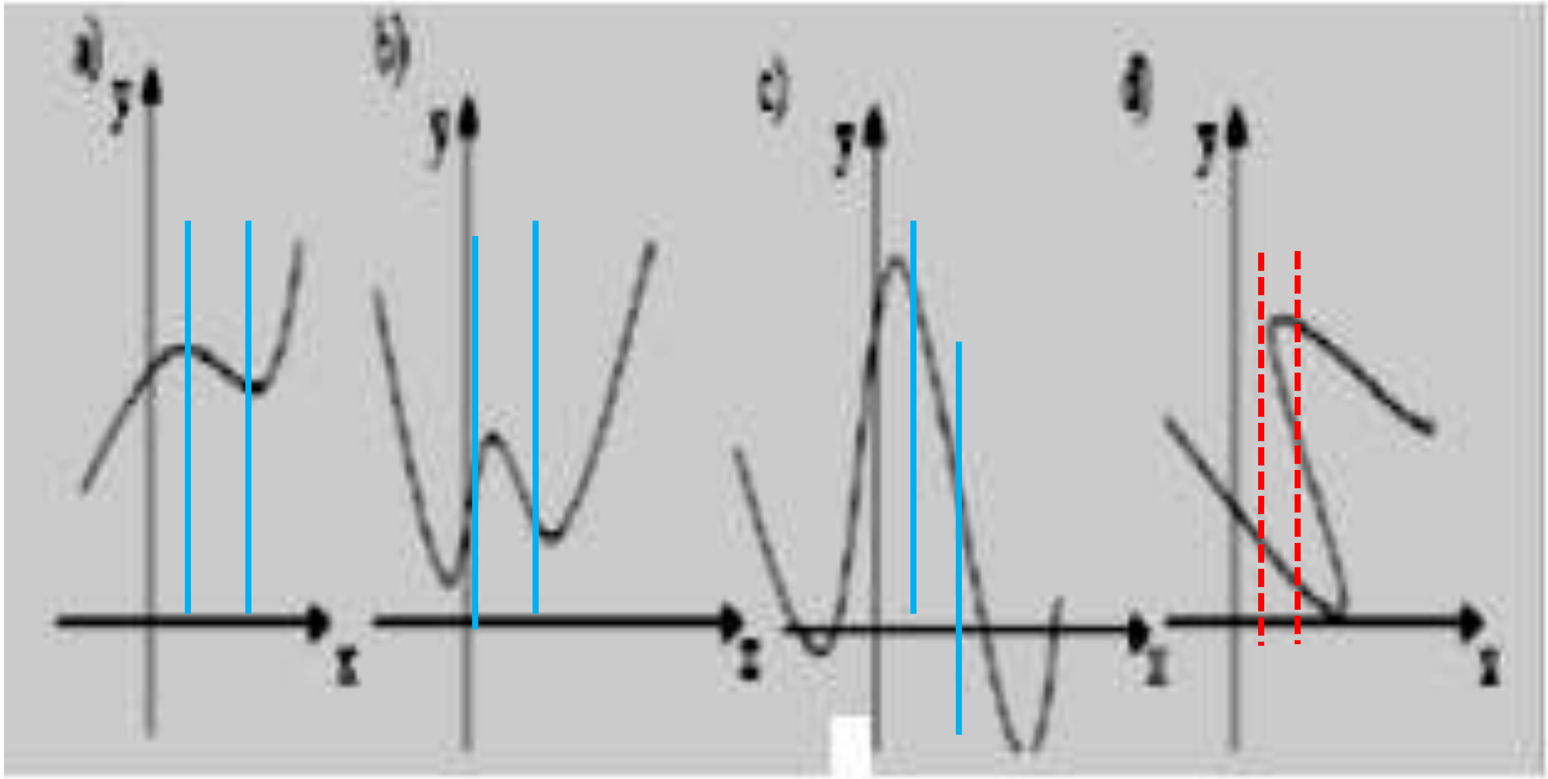
... existem DOIS valores de y



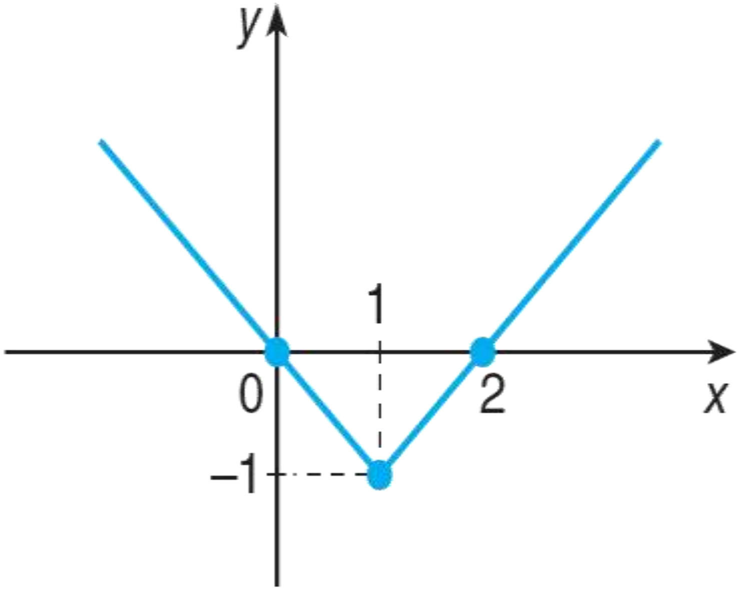
É FUNÇÃO, POIS para cada valor de x...

NÃO É FUNÇÃO, POIS para este valor de x...

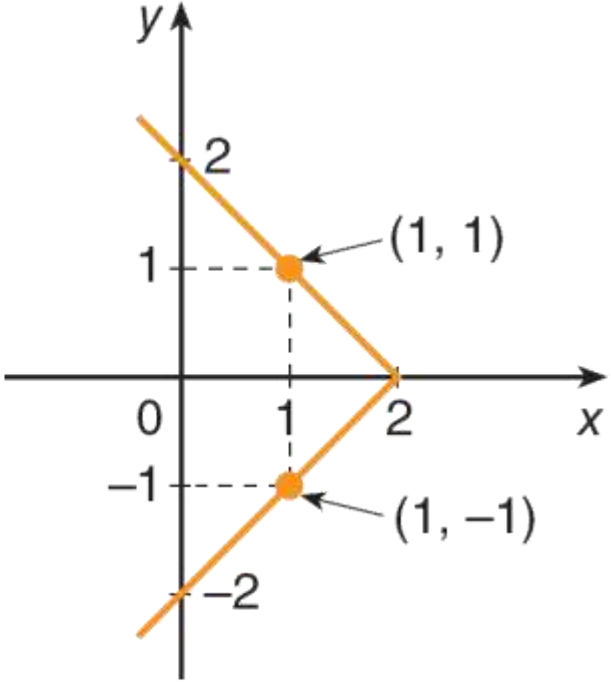
Prof: Alexsandro de Sousa


a)
y
x
b)
y
x
c)
y
x
d)
y
x

ESTES GRÁFICOS REPRESENTAM UMA FUNÇÃO?



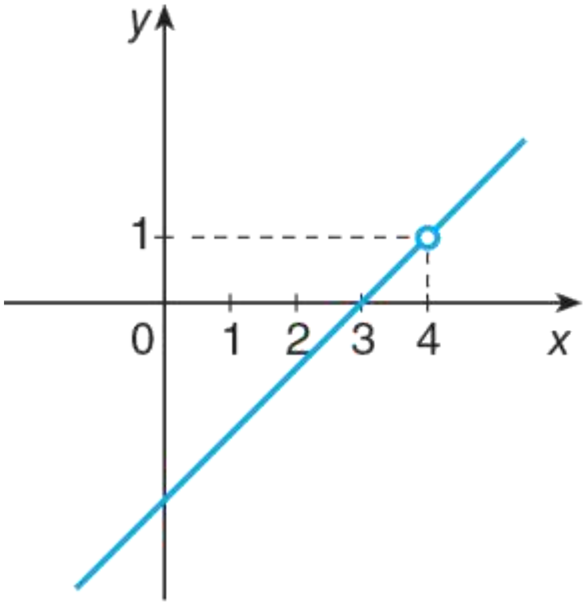
SIM



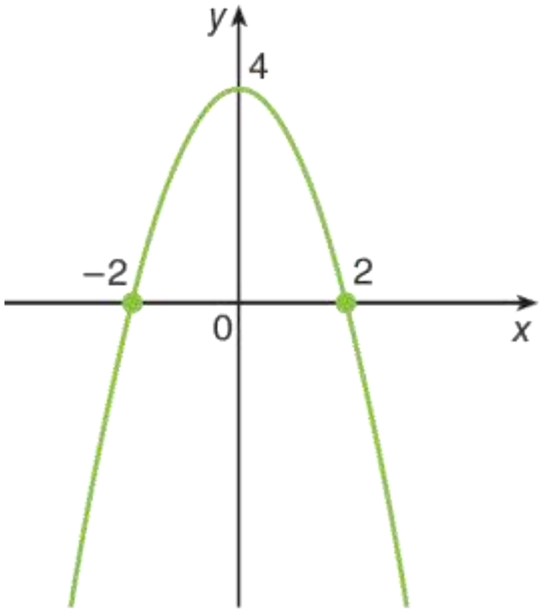
NÃO

Prof: Alexsandro de Sousa

ESTES GRÁFICOS REPRESENTAM UMA FUNÇÃO?



NÃO

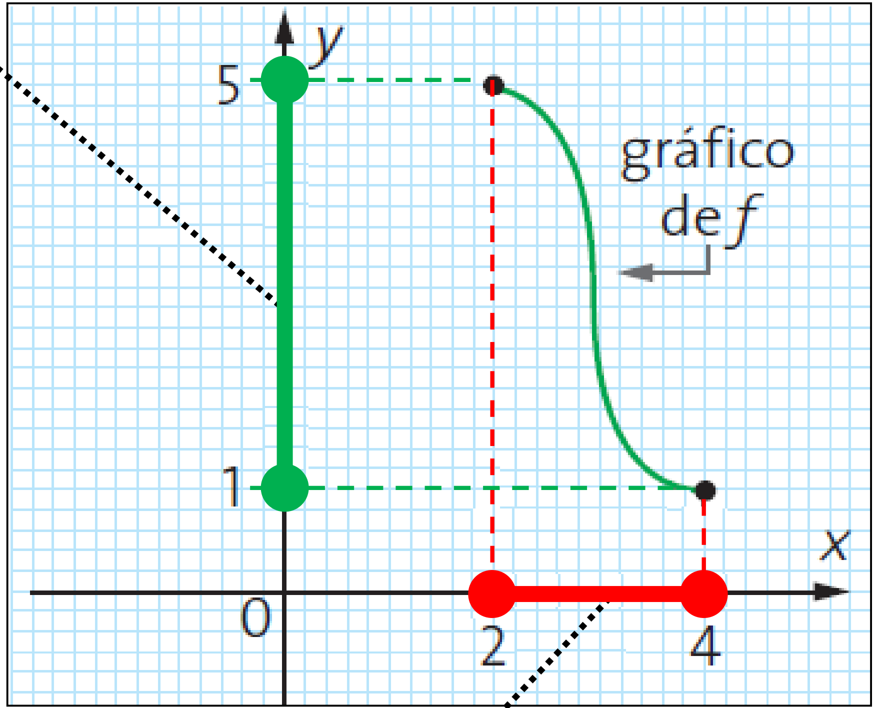


SIM

Imagem: $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid 1 \leq y \leq 5\} = [1, 5]$

DOMÍNIO E IMAGEM NO GRÁFICO

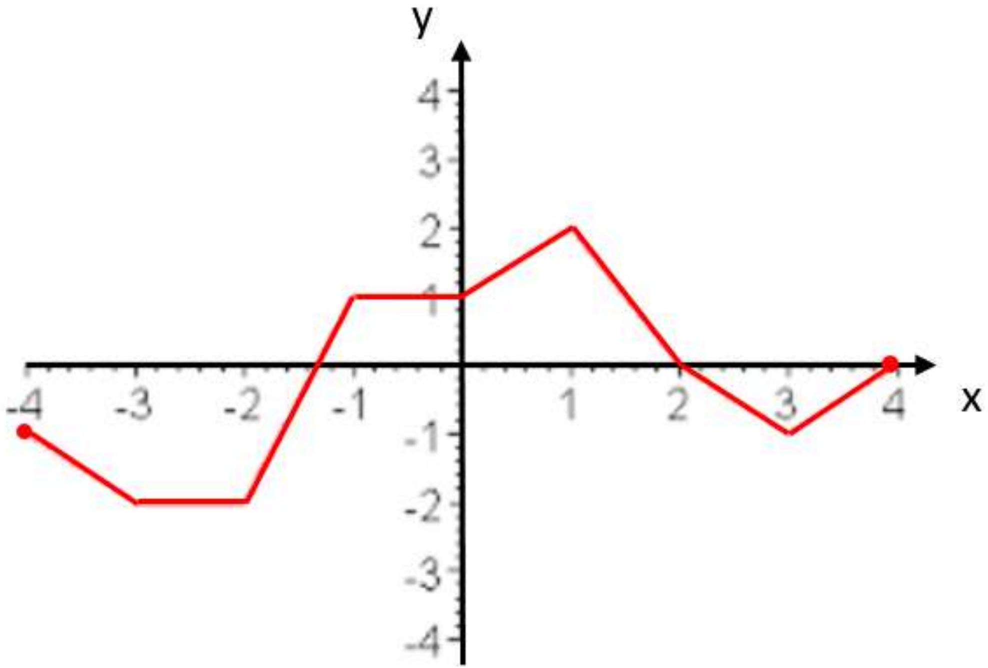
O conjunto domínio e o conjunto imagem podem ser obtidos pela projeção do gráfico nos eixos.



Domínio: $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 4\} = [2, 4]$

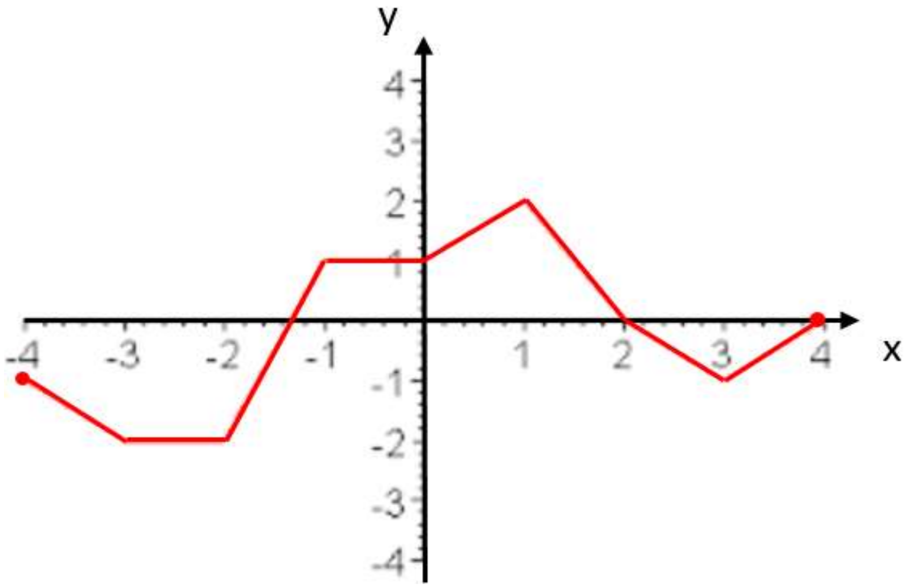
PRATICANDO

O gráfico a seguir representa uma função f **.** Determine o domínio e o conjunto imagem dessa função.



Os valores do domínio são todos os números reais do eixo *Ox*:

$$\mathbf{D(f)} = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 4\} \quad \text{ou} \quad [-4, 4]$$



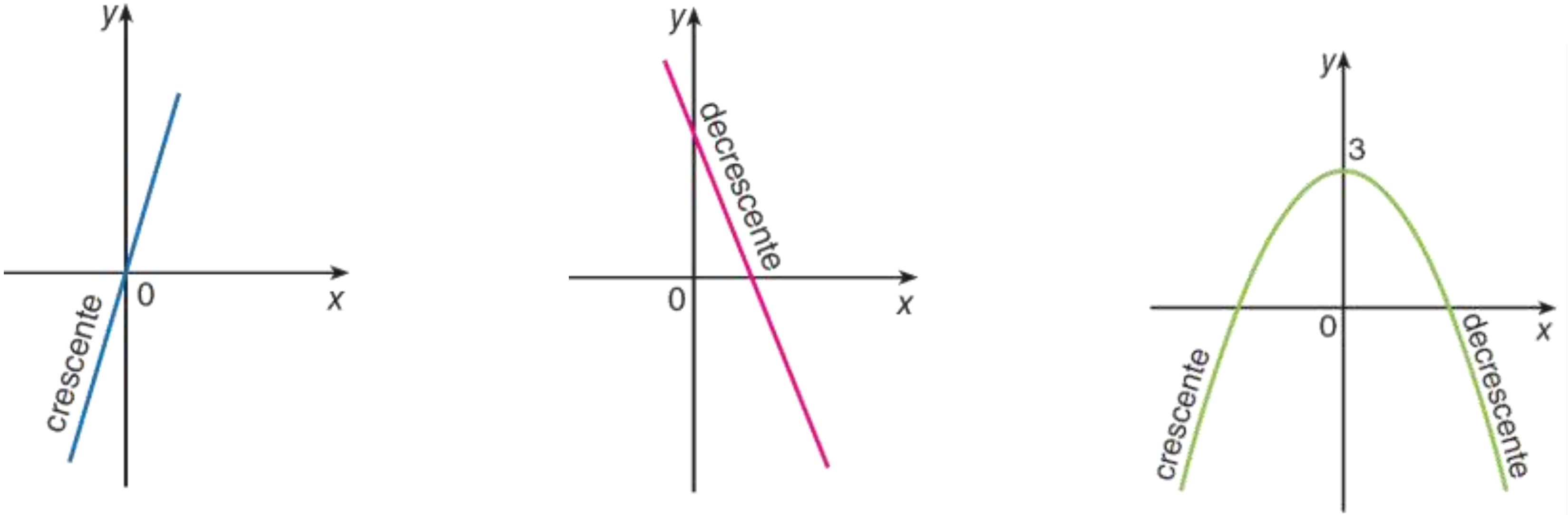
valores da imagem são os números reais do eixo *Oy* que são projeçã

ção : Im(f)=$\{y \in \mathbb{R} | -2 \leq y \leq 2\}$

Os valores da imagem são os números reais do eixo *Oy* que são projeção da função : Im(f)=$\{\boldsymbol{y} \in \mathbb{R} | -\boldsymbol{2} \leq \boldsymbol{y} \leq \boldsymbol{2}\}$ **ou** $[-\boldsymbol{2},\ \ \boldsymbol{2}]$

Prof: Alexsandro de Sousa

ANÁLISE DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES

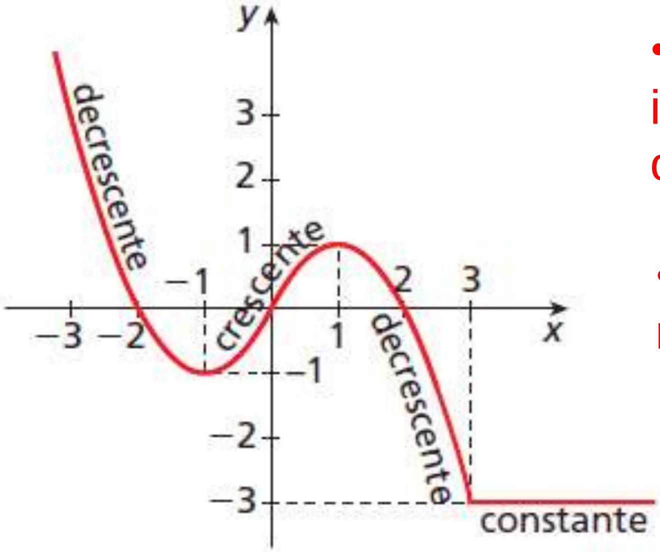


Função **crescente** $\rightarrow x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Função **decrescente** $\rightarrow x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Prof: Alexsandro de Sousa

Indicar o(s) intervalo(s) do domíniono(s) qual(is) a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, representada no gráfico, é crescente, decrescente e constante (não é crescente nem decrescente).



função é:

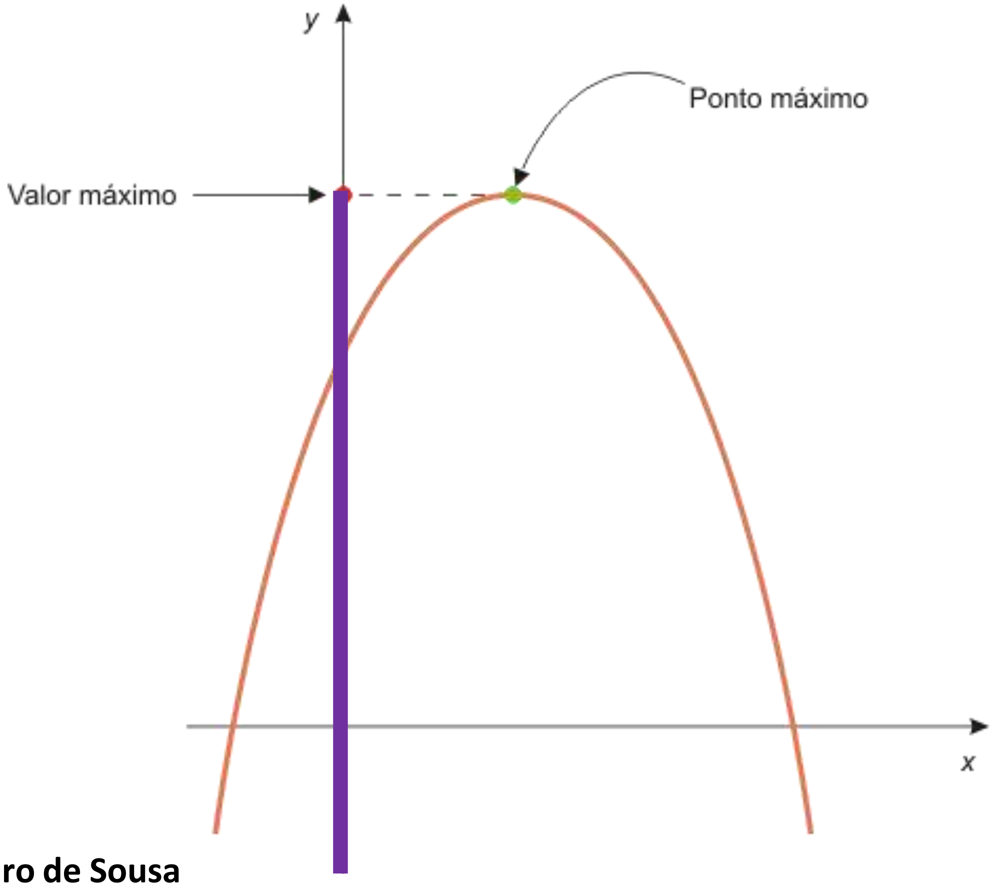
- decrescente em $]-\infty, -1]$ e em $[1, 3]$, pois, nesses intervalos, quanto maior o valor de *x* (domínio), menor o valor de *y* (imagem);

- crescente em $[-1, 1]$, pois, nesse intervalo, quanto maior o valor de *x*, maior o valor de *y*;

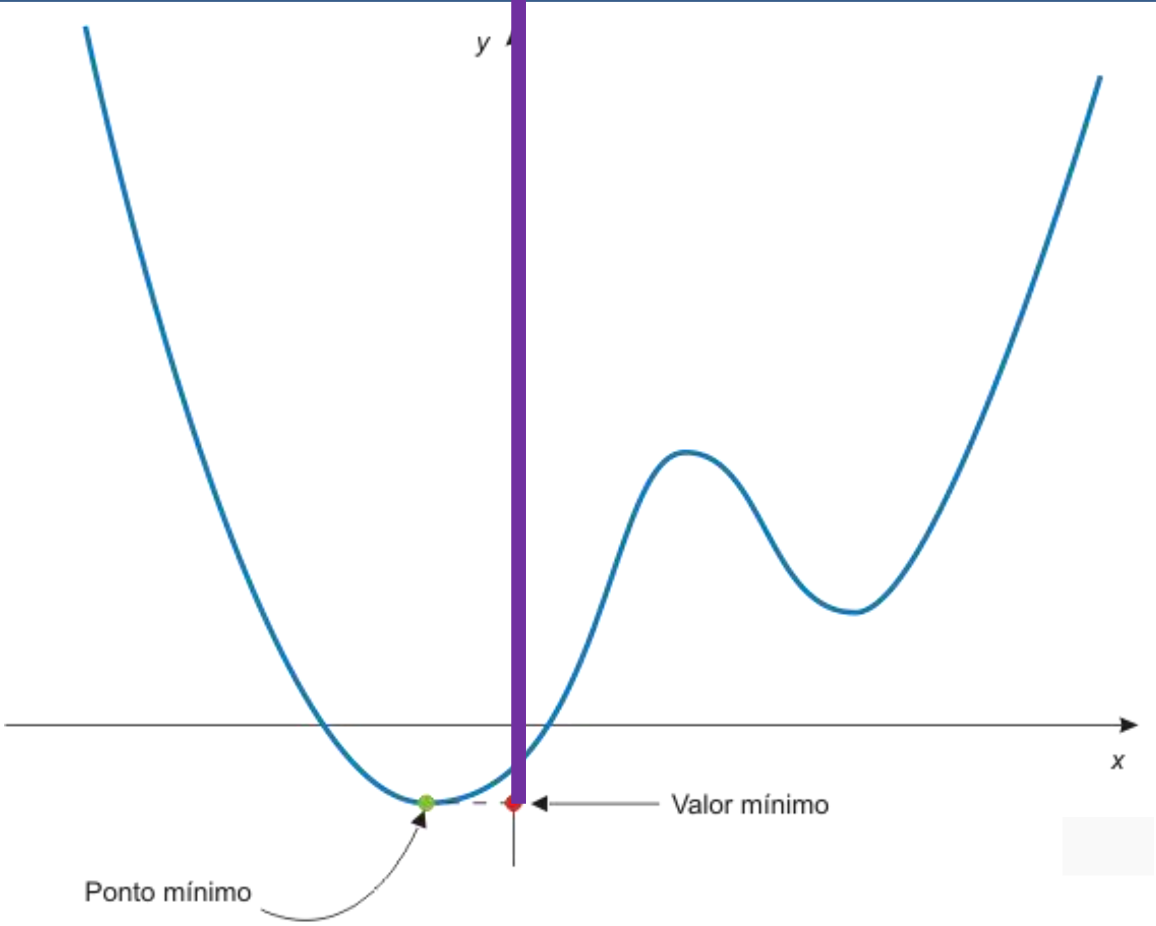
- constante em $[3, +\infty[$, pois, nesse intervalo, o valor de *y* não varia.

Prof: Alexsandro de Sousa

VALOR MÁXIMO E VALOR MÍNIMO



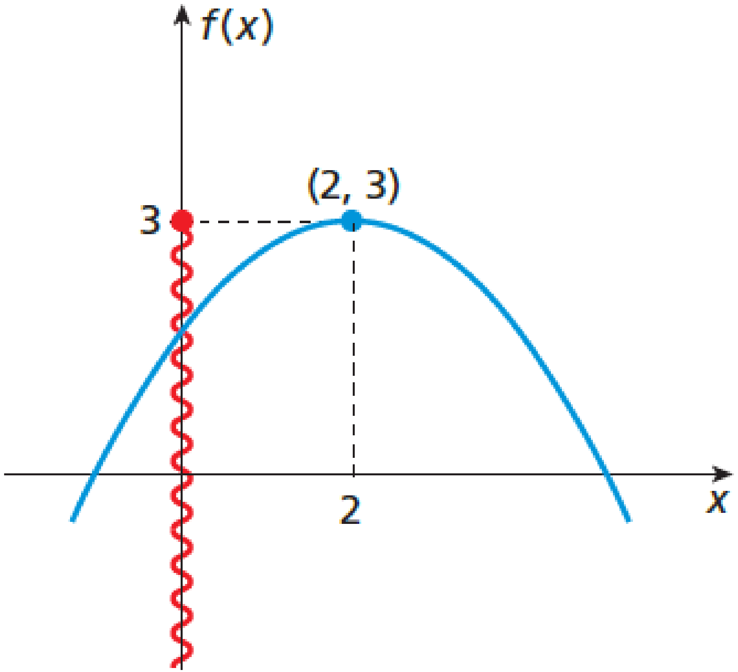
Prof: Alexsandro de Sousa



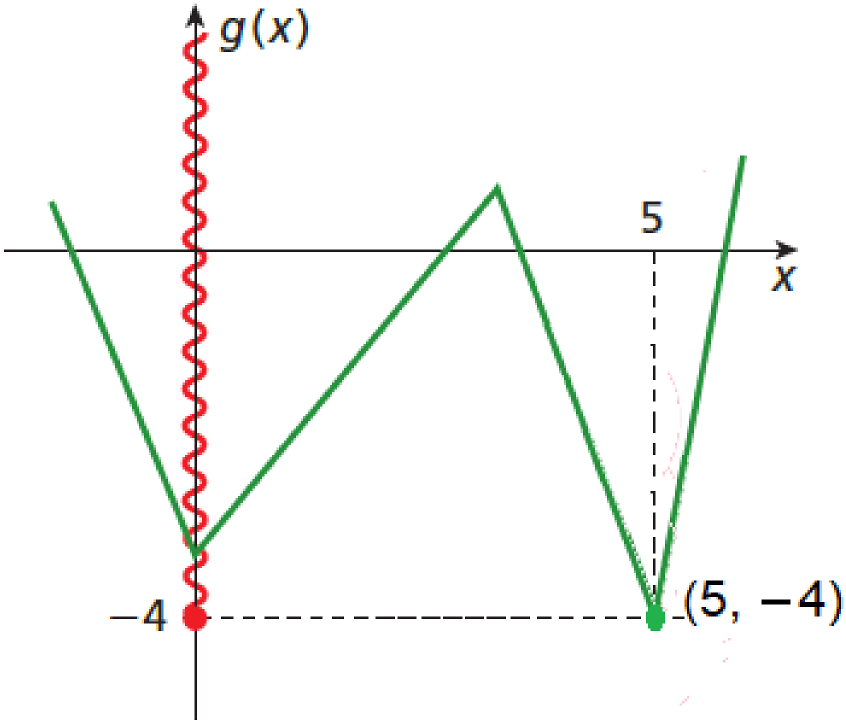
Prof: Alexsandro de Sousa

Exemplos

Observe, nos gráficos das funções abaixo, o conjunto imagem.



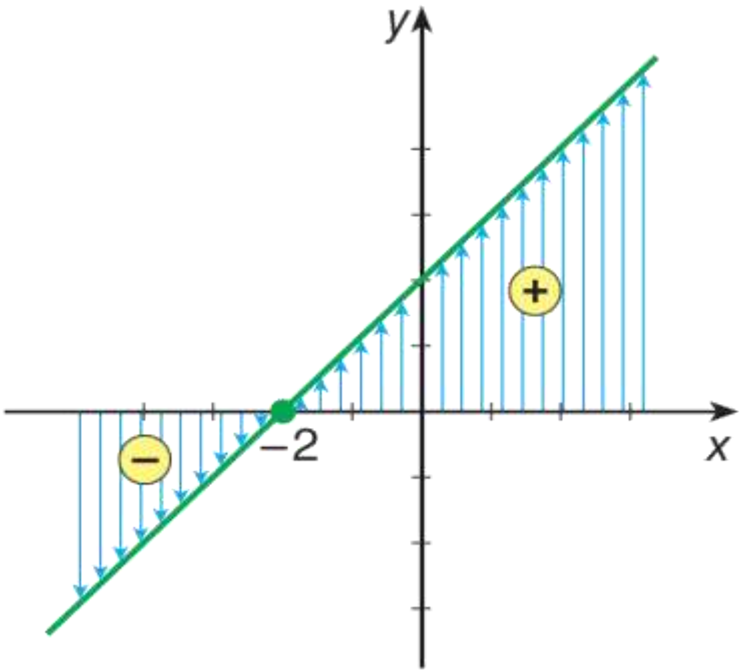
- $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \ / \ y \leq 3\}$;
- f tem um ponto máximo em (2, 3).
- Logo $y_m = 3$ é o valor máximo de f



- $Im(g) = \{y \in \mathbb{R} \;/\; y \geq -4\}$;
- g tem um ponto de mínimo em (5, – 4).
- Logo $g_m = -4$ é o valor mínimo de g

Prof: Alexsandro de Sousa

ESTUDO DO SINAL DA FUNÇÃO

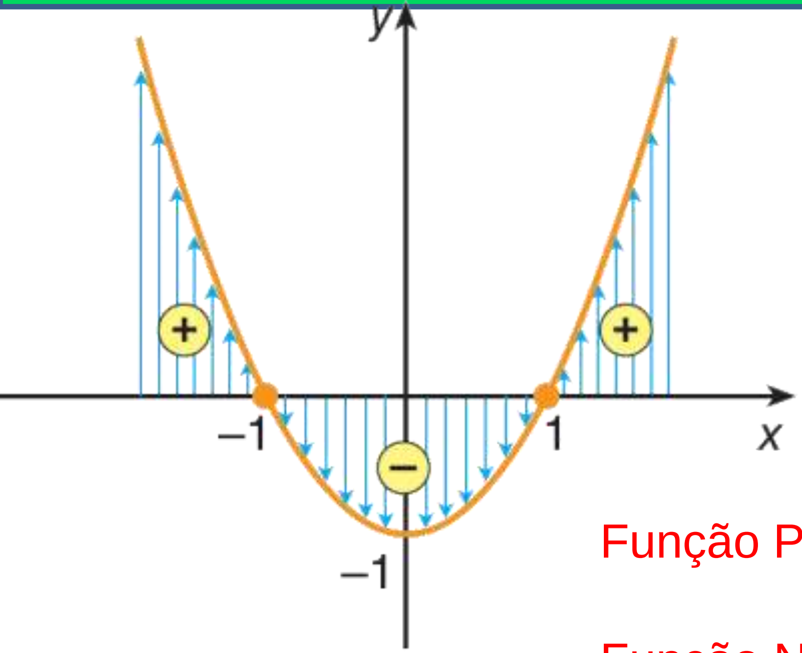


Função Positiva, $f(x) > 0$ ⟶ para $x > -2$

Função Negativa, $f(x) < 0$ ⟶ para $x < -2$

Função Nula, $f(x) = 0$ ⟶ para $x = -2$

Prof: Alexsandro de Sousa



Função Positiva, $f(x) > 0$ ⟶ para $x < -1$ ou $x > 1$

Função Negativa, $f(x) < 0$ ⟶ para $-1 < x < 1$

Função Nula, $f(x) = 0$ ⟶ para $x = -1$ ou $x = 1$

Função é positiva:

$f(x) > 0$

ou

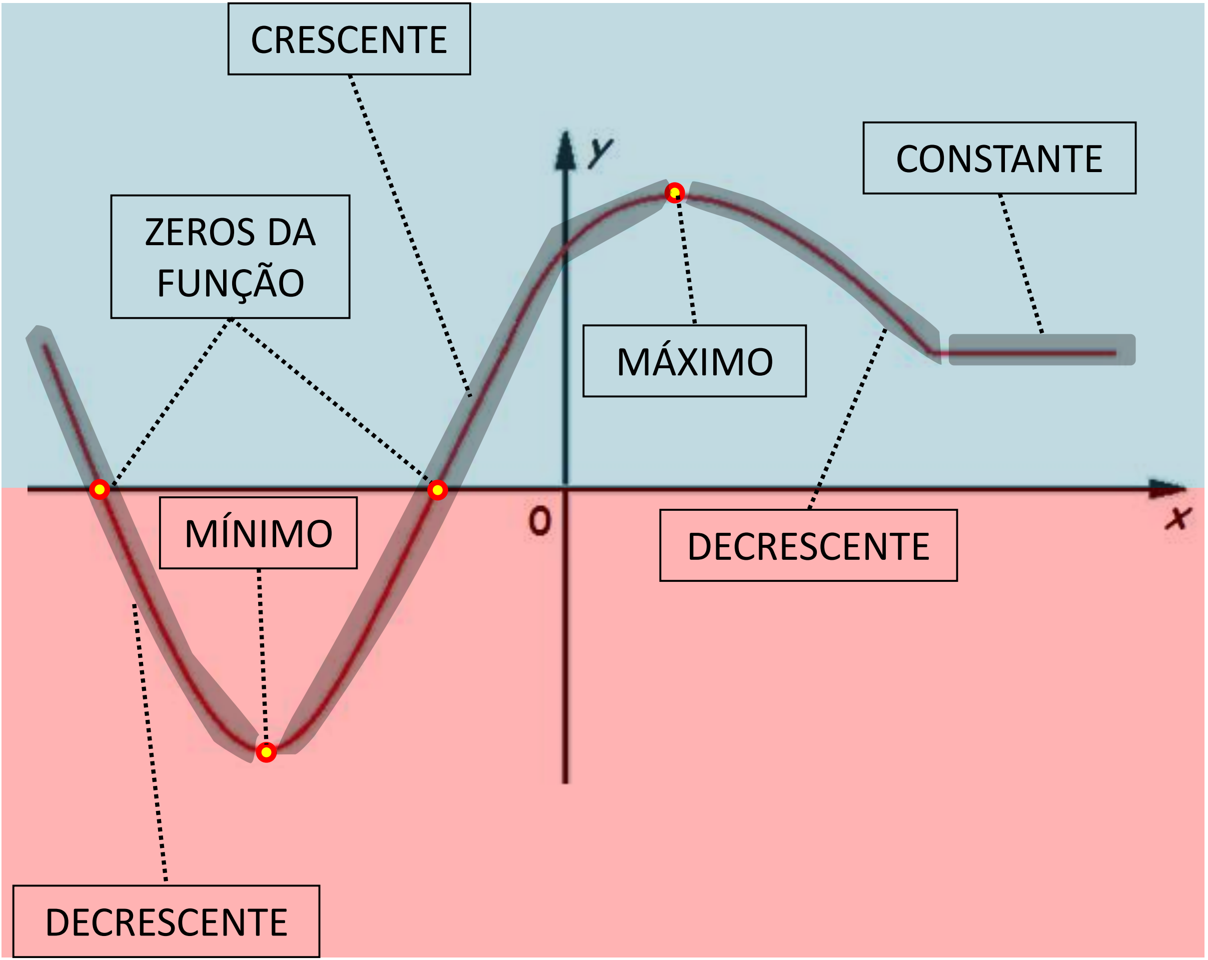
$y > 0$

Função é negativa:

$f(x) < 0$

ou

$y < 0$



(FCC) Se g é a função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, cujo gráfico está representado a seguir, então a imagem do intervalo fechado de x $[5, 9]$ é:

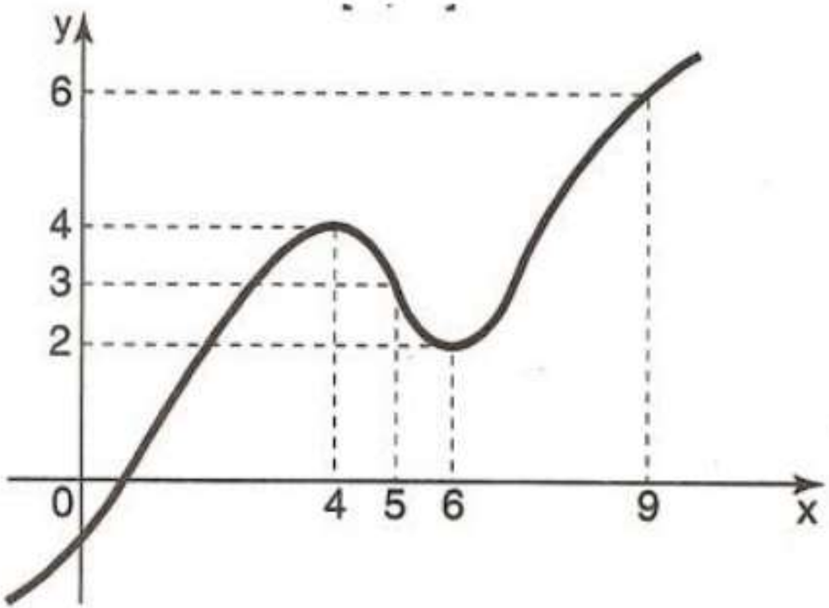
(A) $(2, 6)$

(B) $[2, 6]$

(C) $[3, 6]$

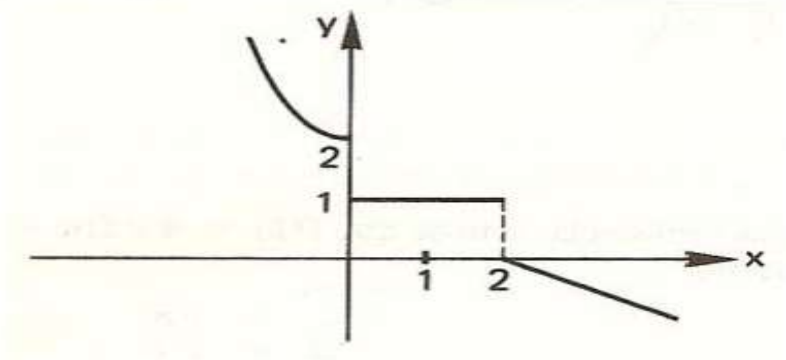
(D) $(3, 6)$

(E) $[2, 4]$



Prof: Alexsandro de Sousa

(UFT) f é a função real de variável real representada pelo gráfico a seguir:



Analisando este gráfico concluímos que a imagem de f é:

(A) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 2\}$

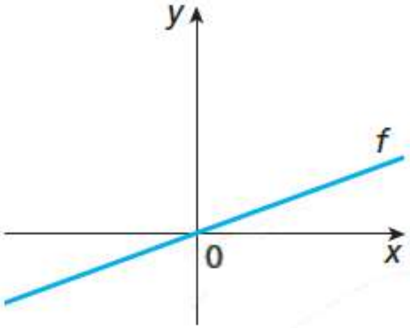
(B) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 0\}$

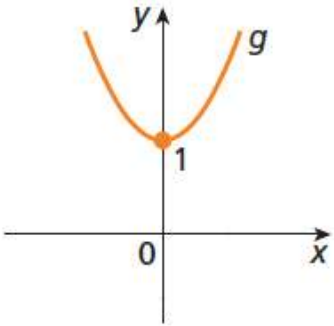
(C) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 0 \text{ ou } y \geq 2\}$

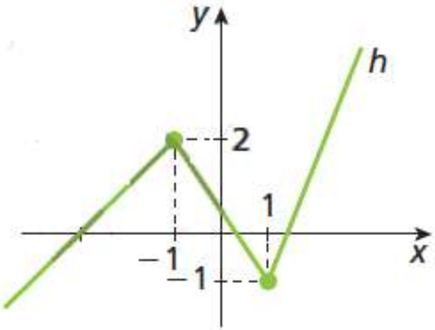
(D) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 0 \text{ ou } y = 1 \text{ ou } y \geq 2\}$

Exercícios do Livro, páginas 75, 76, 79 e 80

26. Observe os gráficos das funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ e, em seguida, faça o que se pede.



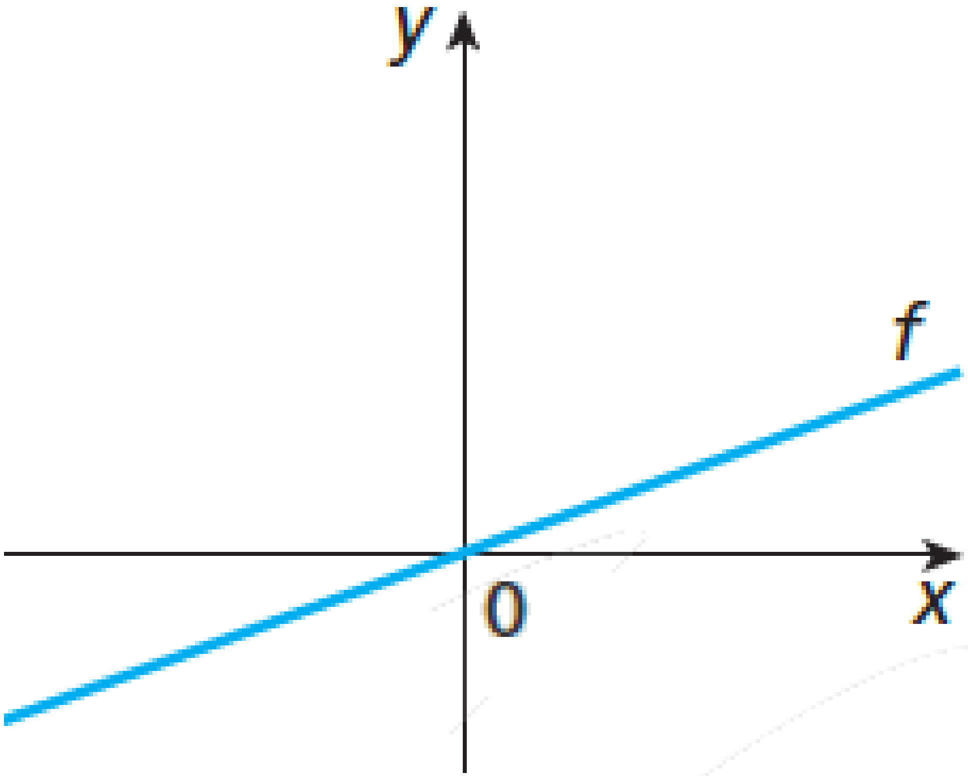




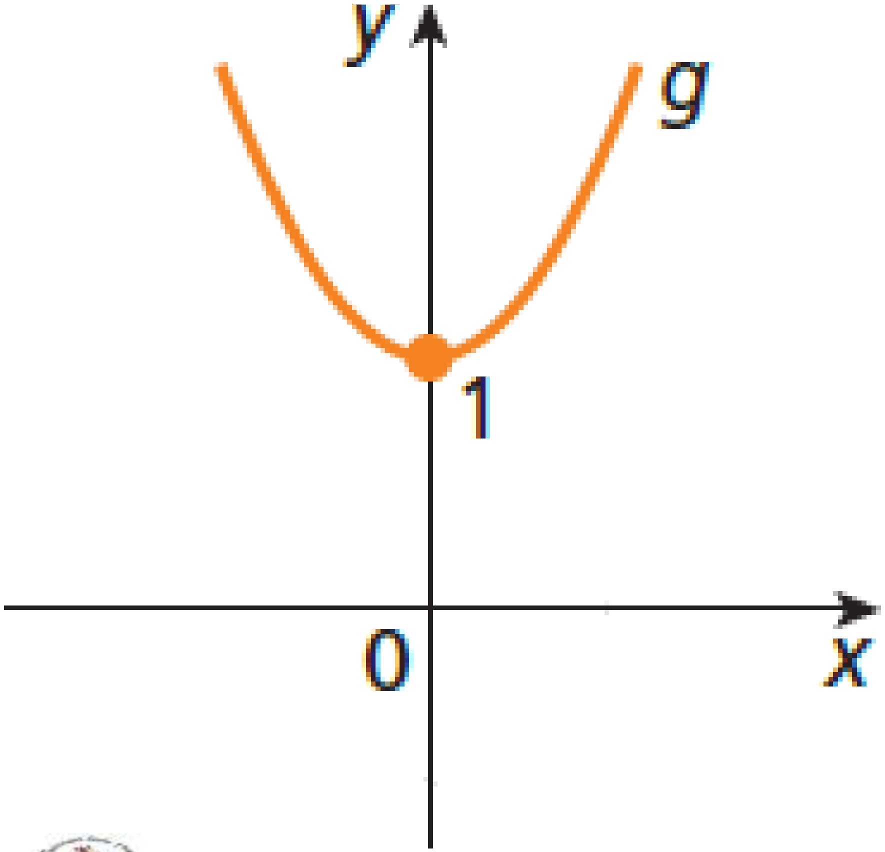
a) Identifique os intervalos de crescimento e os intervalos de decrescimento de cada função.

b) As funções apresentam um valor máximo ou um valor mínimo? Em caso afirmativo, que valores são esses?

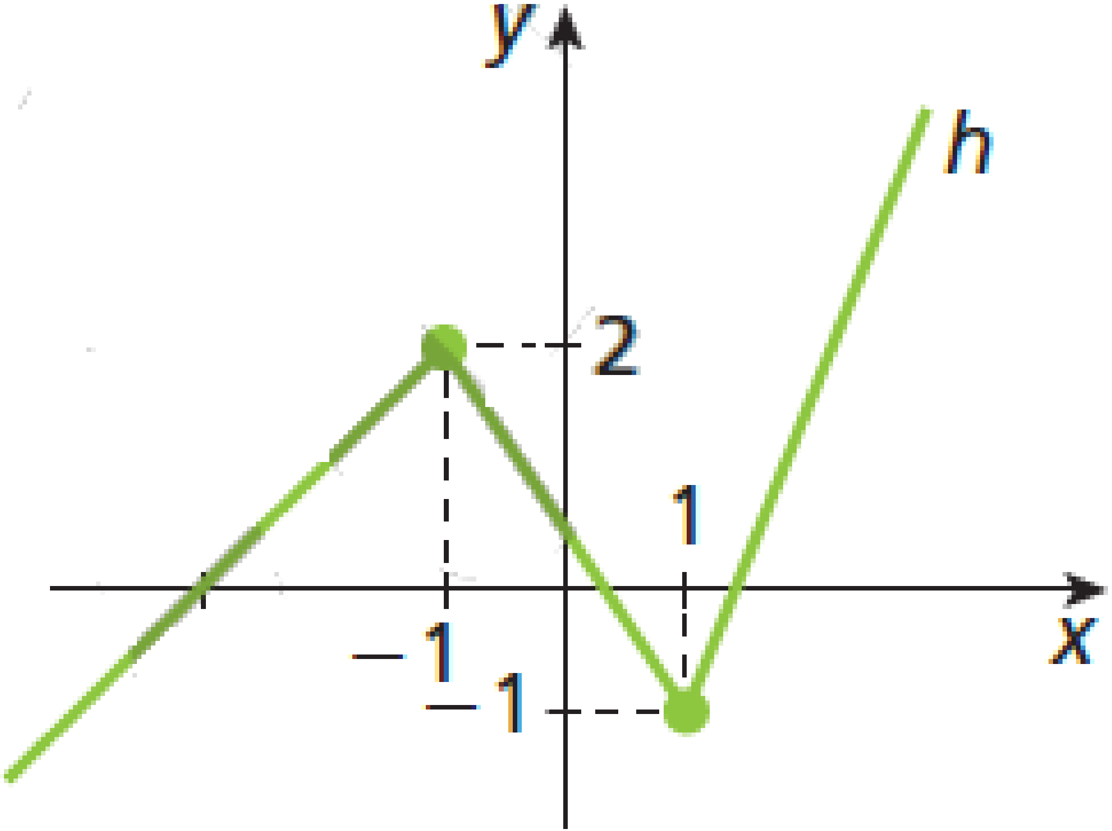
Prof: Alexsandro de Sousa



y
f
0
x



Prof: Alexsandro de Sousa

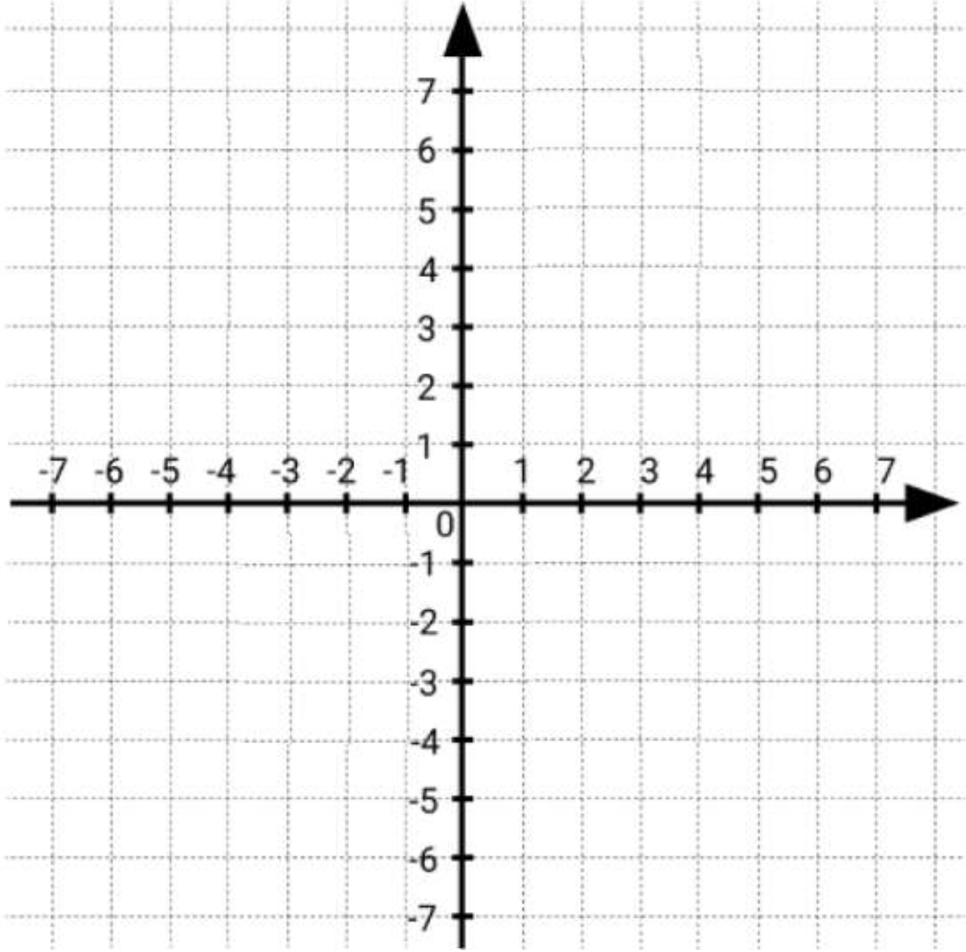

y
h
2
1
x
−1
−1

27. Construa, em uma folha de papel quadriculado, o gráfico das funções *g* e *h*, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, e verifique se são crescentes ou decrescentes em todo o domínio.

a) $g(x) = x + 5$

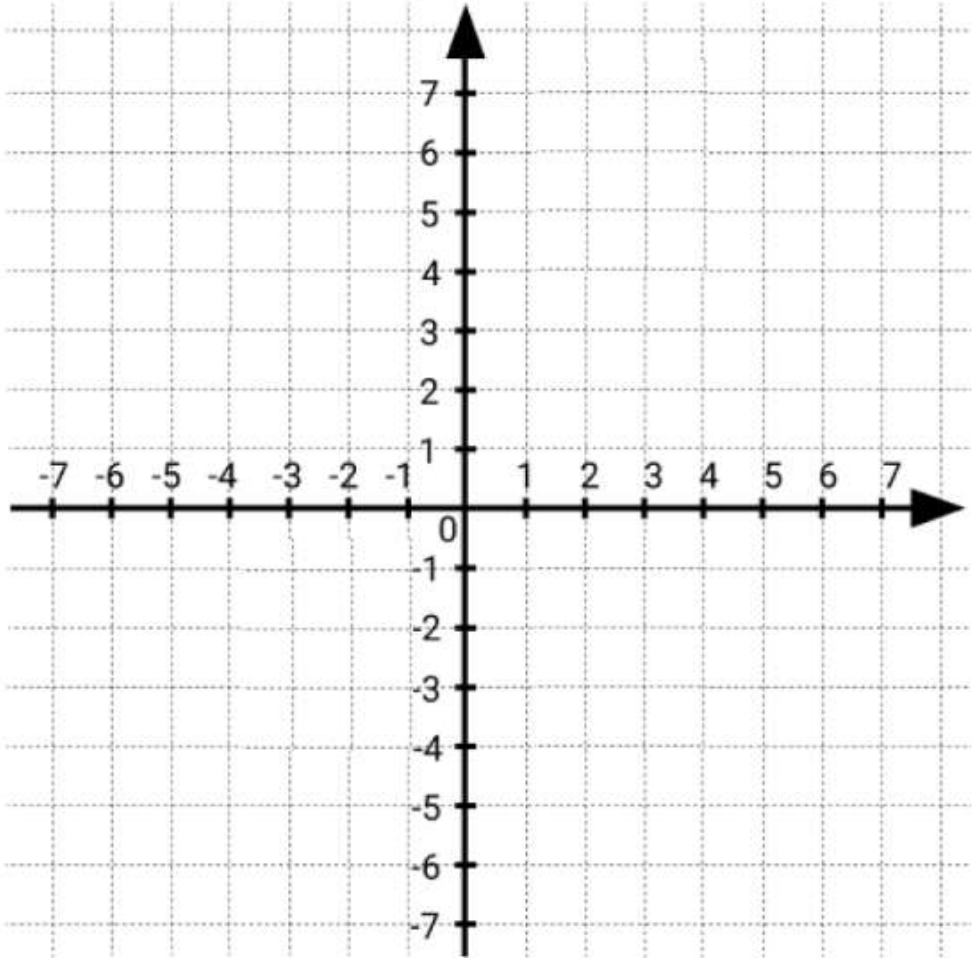
b) $h(x) = -2x + 1$

a) $g(x) = x + 5$



Prof: Alexsandro de Sousa

b) $h(x) = -2x + 1$



Prof: Alexsandro de Sousa

28. Observe o gráfico da função *f* ao lado e, depois, responda às questões.

a) Qual é a imagem de 2 pela função *f* ?

b) Para que valor de *x* a imagem é – 2?

c) No intervalo [– 1, 2], a função assume valores positivos ou negativos?

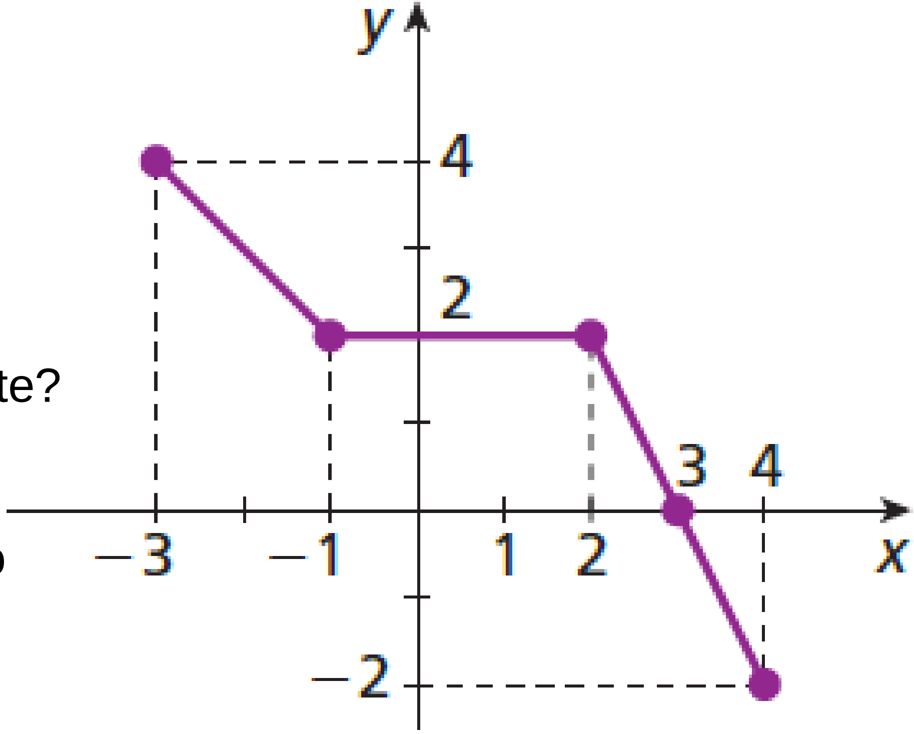
d) No intervalo [– 1, 2], a função é crescente?

e) Qual é o domínio dessa função?

f) Qual é o conjunto imagem dessa função

g) Qual é o valor máximo dessa função?

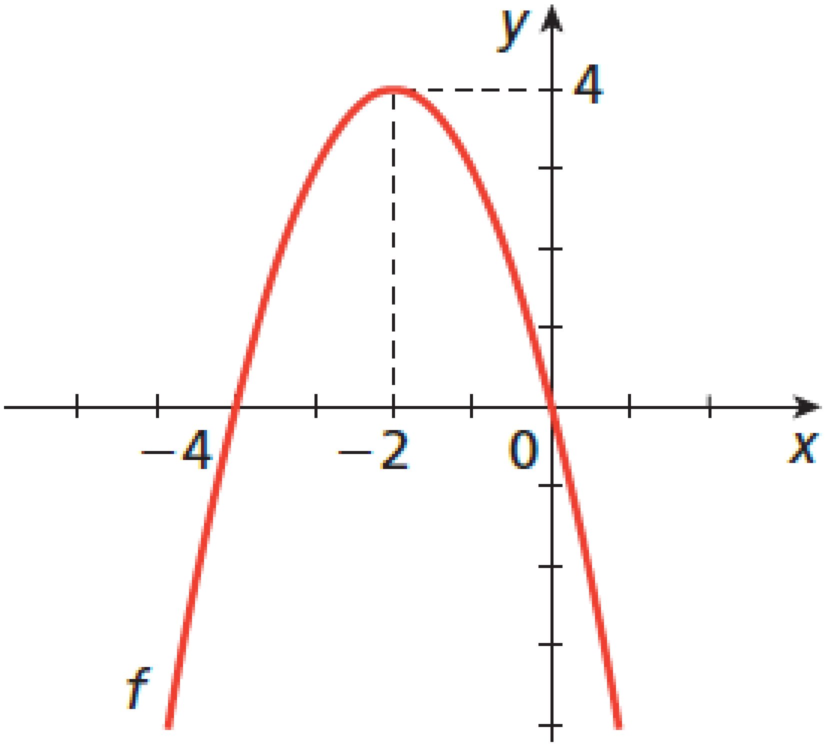
h) Qual é o valor mínimo dessa função?



Prof: Alexsandro de Sousa

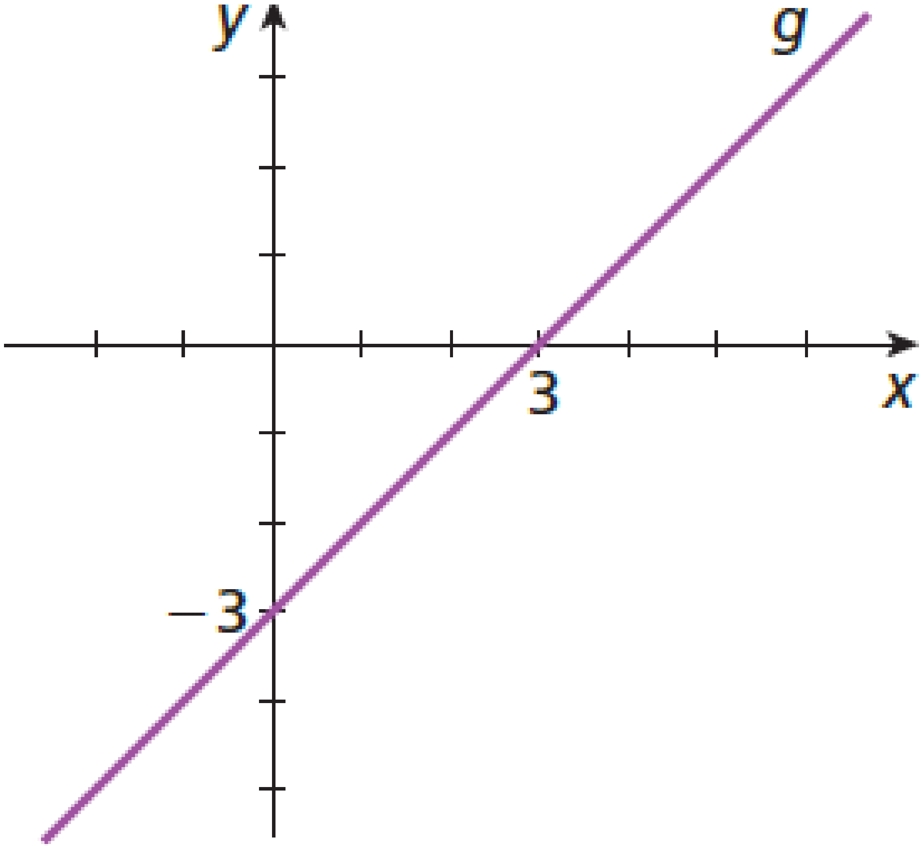
29. Determine o conjunto imagem e o valor máximo ou valor mínimo dasfunções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ representadas pelos gráficos abaixo.

a)

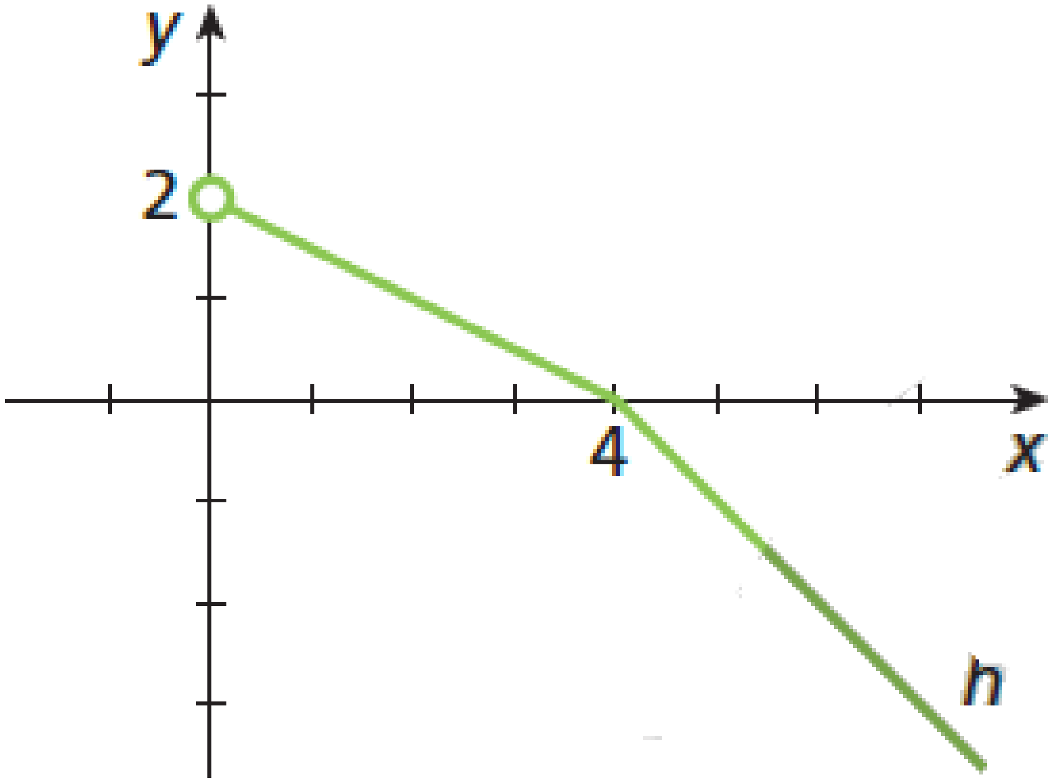


Prof: Alexsandro de Sousa

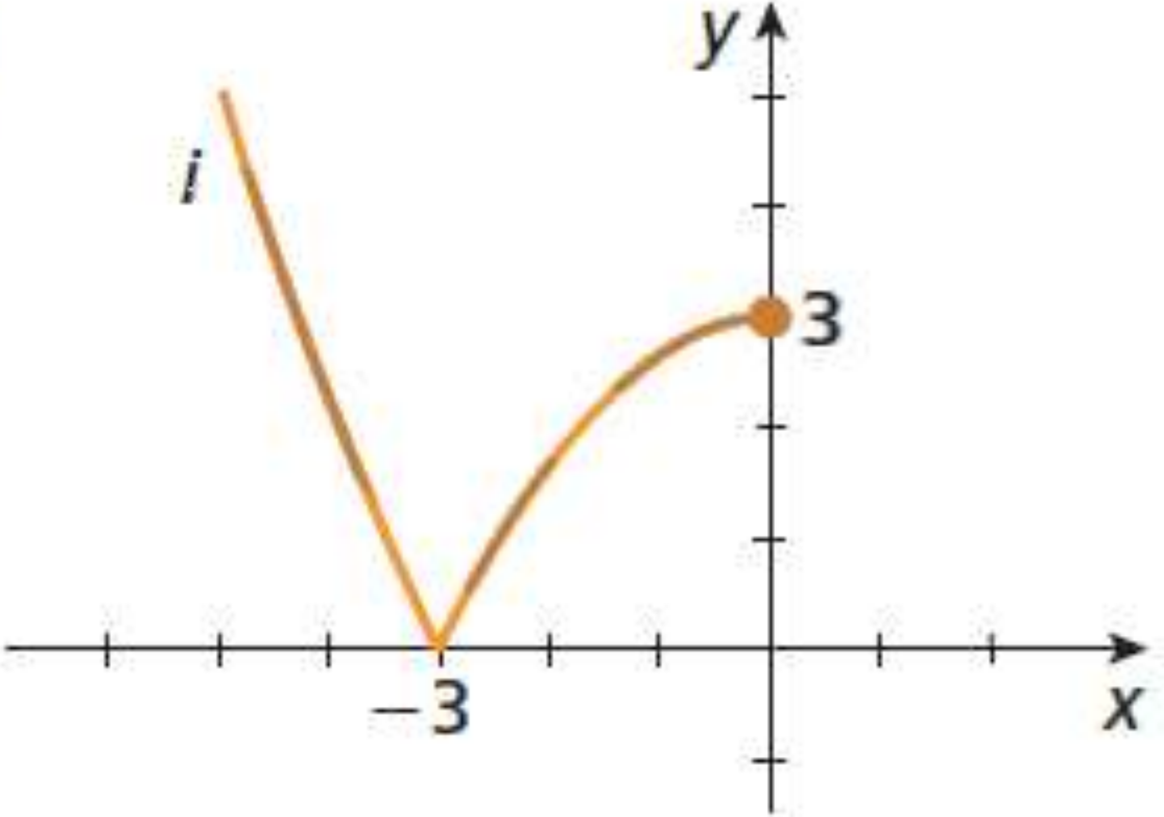
b)



c)

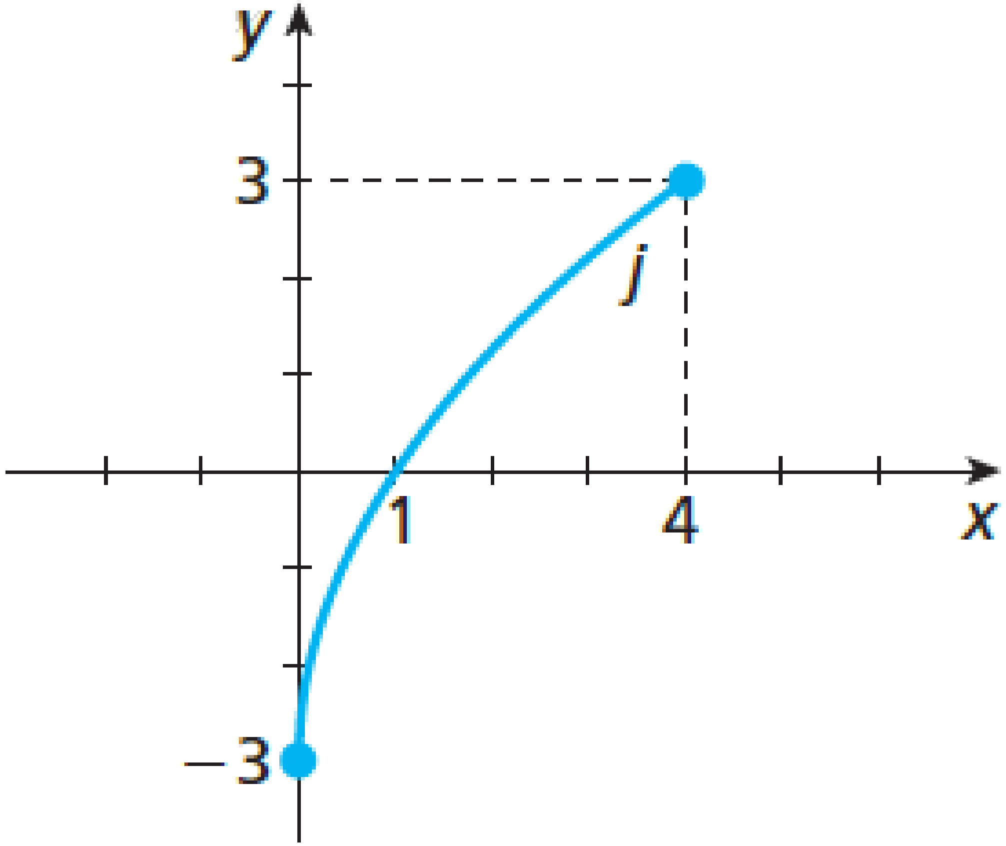


d)

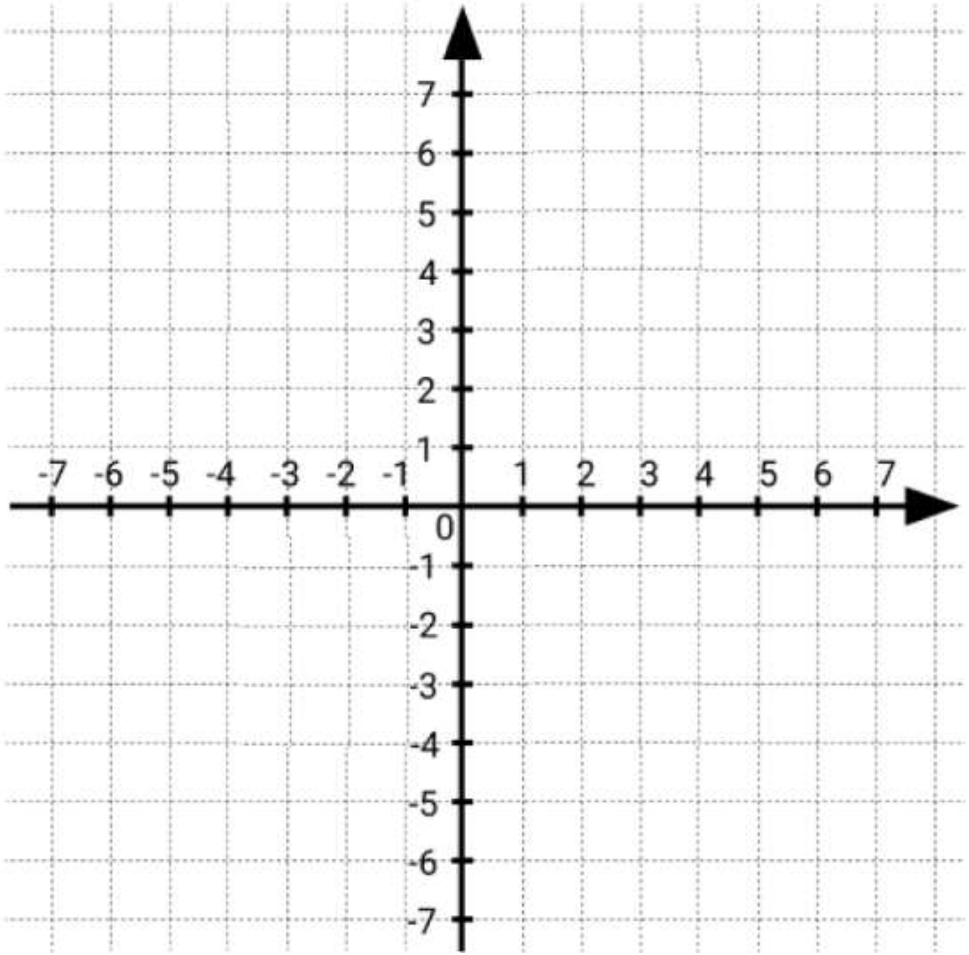


Prof: Alexsandro de Sousa

e)



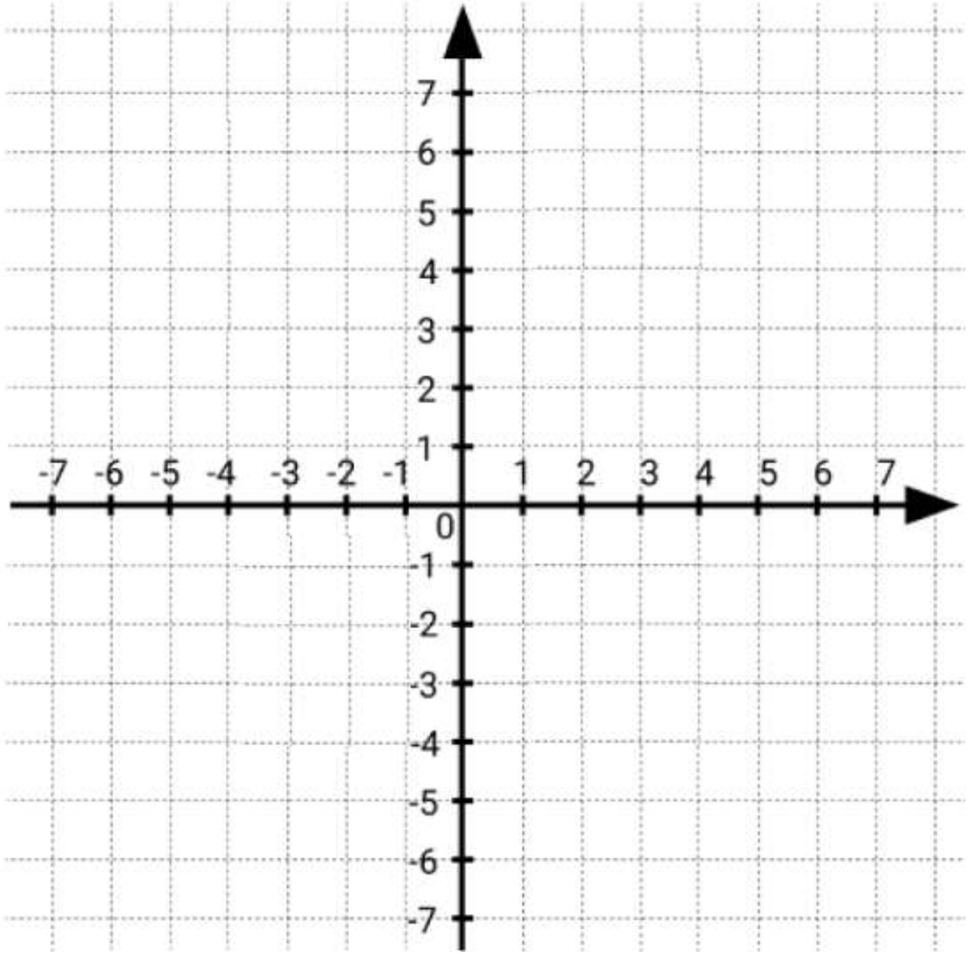
30. Construa o gráfico de uma função que tenha valor mínimo – 2.



Prof: Alexsandro de Sousa

31. Construa o gráfico de uma função cujo conjunto imagem seja

$$\left\{ y \in \mathbb{R} \mid -\frac{3}{2} < y < 2 \right\}.$$



Prof: Alexsandro de Sousa

32. O gráfico ao lado representa uma função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$. Classifique cada sentença em verdadeira ou falsa e justifique as falsas.

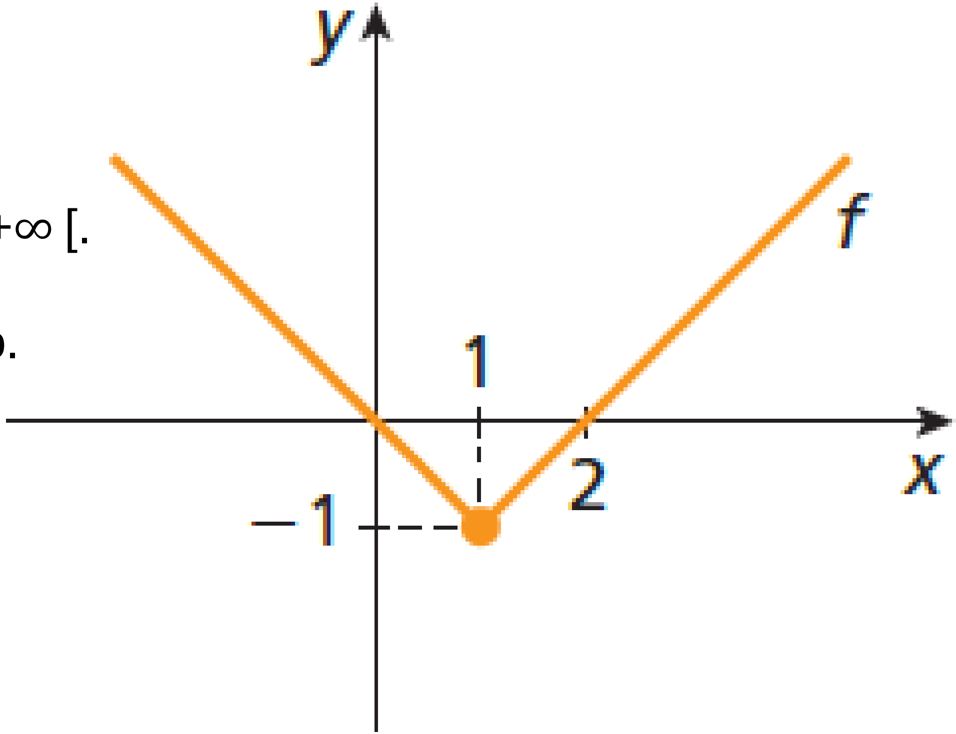
a) $f(0) = 0$

b) A função é crescente no intervalo $[0, +\infty[$.

c) A função é positiva em todo o domínio.

d) O valor mínimo da função é –1.

e) $\text{Im}(f) = [-1, +\infty[$



Prof: Alexsandro de Sousa

33. Observe o gráfico da função *f* de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.

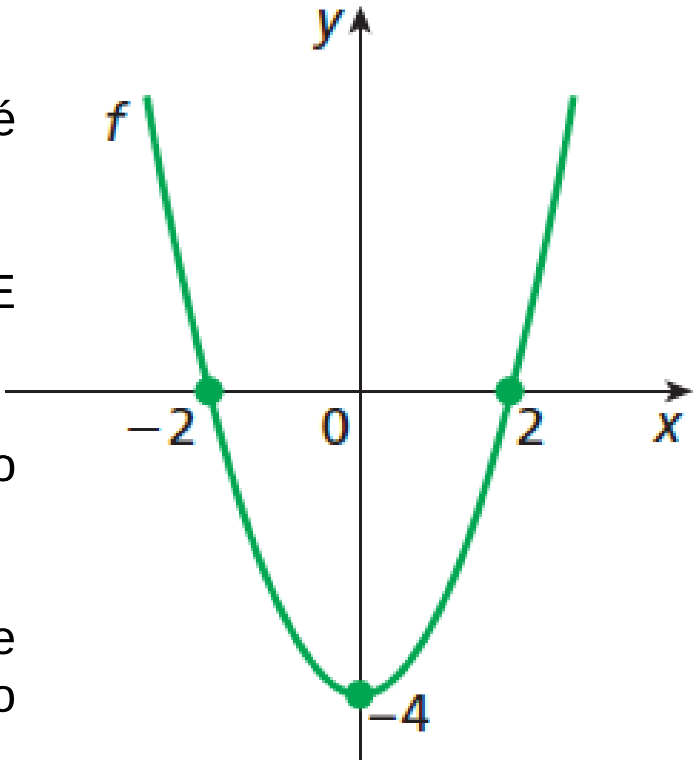
a) Quais são os zeros da função?

b) Em qual intervalo do domínio a função é crescente? E decrescente?

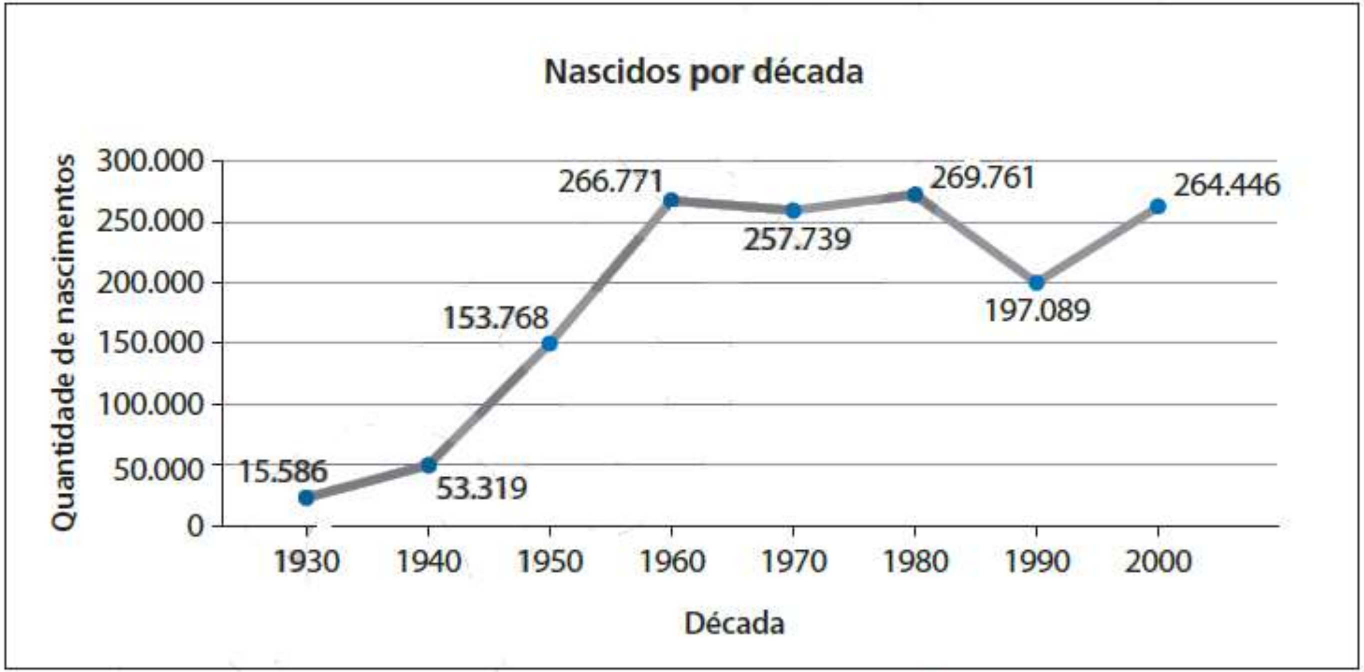
c) Para que valores de *x* a função é positiva? E negativa?

d) Qual é o domínio da função? E o conjunto imagem?

e) Qual é o menor valor que essa função pode assumir? Esse valor é imagem de qual valor do domínio?



34. O gráfico abaixo apresenta a quantidade de pessoas nascidas, do sexo masculino, por década, com o nome Carlos no Brasil, no período de 1930 a 2000.



Dados obtidos em: <https://censo2010.ibge.gov.br/nomes/#/search>. Acesso em: 6 ago. 2020.

Prof: Alexsandro de Sousa

Observando o gráfico, identifique:

a) os intervalos nos quais a quantidade de nascimentos de pessoas com o nome Carlos foi crescente;

b) os intervalos nos quais a quantidade de nascimentos de pessoas com o nome Carlos foi decrescente;

c) a década em que se deu a quantidade máxima de pessoas nascidas com o nome Carlos.

Dados obtidos em: <https://censo2010.ibge.gov.br/nomes/#/search>.
Acesso em: 6 ago. 2020.

Prof: Alexsandro de Sousa

35. Para quais itens abaixo a função dada é positiva em todo o seu domínio? Justifique sua resposta. Se achar conveniente, use um *software* específico para construção de gráficos.

a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 + 1$

b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x - 3$

c) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^3$

d) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2^x$

e) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x + 1$