



E.E. DONA ANTÔNIA VALADARES

MATEMÁTICA

RACIOCÍNIO LÓGICO

Tautologias, Contradições e Contingências

PROFESSOR: ALEXSANDRO DE SOUSA

Tautologias, Contradições e Contingências

1. Tautologia

Tautologia significa:

Vício de linguagem que consiste em dizer, por formas diversas, sempre a mesma coisa.



Tautologias na Lógica

Quando uma proposição composta é **sempre** verdadeira, então teremos uma tautologia.

É toda proposição composta cuja a **última coluna** da sua **tabela-verdade** encerra somente a letra **V (verdade)**.

Em outros termos, é toda proposição composta **$P(p, q, r, \dots)$** cujo valor lógico é sempre **V** (verdade), quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições simples componentes **p, q, r, \dots**

As tautologias são também denominadas **proposições tautológicas** ou **proposições logicamente verdadeiras**.



Vamos partir de alguns exemplos mais triviais; isto é vamos retomar o princípio da Identidade e mostrar que as proposições “ $p \rightarrow p$ ” e “ $p \leftrightarrow p$ ” são tautológicas.

Ex.: p : Ana irá à festa.

$p \rightarrow p$: Se Ana irá à festa, então Ana irá à festa.

$p \leftrightarrow p$: Ana irá à festa se, somente se Ana irá à festa

Podemos representar o exemplo dado por meio da seguinte tabela-verdade:

| p | p | $p \rightarrow p$ | $p \leftrightarrow p$ |
|-----|-----|-------------------|-----------------------|
| V | V | V | V |
| F | F | V | V |



Vamos ver outros exemplos.

p: Meu time será o campeão do interclasse.

~p: Meu time não será o campeão do interclasse.

As proposições “ **$\sim(p \wedge \sim p)$** ” (Princípio da não contradição)

“ **$p \vee \sim p$** ” (Princípio do terceiro excluído)

são **tautologias**, conforme tabela-verdade:

| p | ~p | $p \wedge \sim p$ | $\sim(p \wedge \sim p)$ | $p \vee \sim p$ |
|----------|-----------|-------------------------------------|---|-----------------------------------|
| V | F | F | V | V |
| F | V | F | V | V |



A proposição “ $p \vee \sim (p \wedge q)$ ” é tautologia, conforme mostra a sua

| p | q | $p \wedge q$ | $\sim(p \wedge q)$ | $p \vee \sim(p \wedge q)$ |
|-----|-----|--------------|--------------------|---------------------------|
| V | V | V | F | V |
| V | F | F | V | V |
| F | V | F | V | V |
| F | F | F | V | V |



A fórmula $P \wedge Q \rightarrow (P \leftrightarrow Q)$ é uma tautologia

| P | Q | $P \wedge Q$ | $(P \leftrightarrow Q)$ | $P \wedge Q \rightarrow (P \leftrightarrow Q)$ |
|---|---|--------------|-------------------------|--|
| V | V | V | V | V |
| V | F | F | F | V |
| F | V | F | F | V |
| F | F | F | V | V |



2. Contradições

Chama-se contradição toda a proposição composta cuja última coluna da sua tabela-verdade apresente somente o valor verdade falso.

Em outros termos, contradição é toda proposição composta cujo valor lógico é sempre falso, para quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições simples componentes.

Como uma tautologia é sempre verdadeira, a negação de uma tautologia é sempre falsa, ou seja, é uma contradição. Este conceito é recíproco.

As contradições são também denominadas **proposições contra válidas** ou **proposições logicamente falsas**.



Exemplos

1. A proposição “ $p \wedge \sim p$ ” é uma **contradição**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

| p | $\sim p$ | $p \wedge \sim p$ |
|-----|----------|-------------------|
| V | F | F |
| F | V | F |

Portanto, dizer que uma proposição pode ser **simultaneamente verdadeira e falsa** é sempre falso



2. A proposição “ $p \leftrightarrow \sim p$ ” é uma **contradição** conforme se vê pela sua tabela-verdade:

| p | $\sim p$ | $p \leftrightarrow \sim p$ |
|-----|----------|----------------------------|
| V | F | F |
| F | V | F |



3. A proposição “ $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$ ” é uma **contradição**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

| p | q | $p \wedge q$ | $p \vee q$ | $\sim(p \vee q)$ | $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$ |
|---|---|--------------|------------|------------------|--------------------------------------|
| V | V | V | V | F | F |
| V | F | F | V | F | F |
| F | V | F | V | F | F |
| F | F | F | F | V | F |



4. A proposição “ $\sim p \wedge (p \wedge \sim q)$ ” é uma **contradição**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

| p | q | $\sim p$ | $\sim q$ | $p \wedge \sim q$ | $\sim p \wedge (p \wedge \sim q)$ |
|---|---|----------|----------|-------------------|-----------------------------------|
| V | V | F | F | F | F |
| V | F | F | V | V | F |
| F | V | V | F | F | F |
| F | F | V | V | F | F |



3. Contingências

Chama-se contingência toda a proposição composta cuja última coluna da sua tabela-verdade figura os valores verdade verdadeiro e falso, cada um pelo menos uma vez.

Em outros termos, contingência é toda proposição composta que não é tautologia nem contradição.

As contingências são também denominadas proposições contingentes ou proposições indeterminadas



Exemplos

1. A proposição “ $p \rightarrow \sim p$ ” é uma **contigência**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

| p | $\sim p$ | $p \rightarrow \sim p$ |
|-----|----------|------------------------|
| V | F | F |
| F | V | V |



2. A proposição “ $p \vee q \rightarrow p$ ” é uma **contingência**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

| p | q | $p \vee q$ | $p \vee q \rightarrow p$ |
|---|---|------------|--------------------------|
| V | V | V | V |
| V | F | V | V |
| F | V | V | F |
| F | F | F | V |



1. Determinar quais das seguintes proposições são tautológicas, contraditórias, ou contingentes:

a) $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$

b) $\sim p \vee q \rightarrow (p \rightarrow q)$

c) $p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))$

d) $((p \rightarrow q) \leftrightarrow q) \rightarrow p$

e) $p \vee \sim q \rightarrow (p \rightarrow \sim q)$

f) $p \vee q \rightarrow p \wedge q$

g) $p \rightarrow (p \rightarrow q \wedge \sim q)$

h) $(q \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow q)$

i) $\sim p \wedge \sim (p \rightarrow q)$

j) $p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q \vee r)$

