

REGRA DE TRÊS

1. REGRA DE TRÊS SIMPLES

A regra de três é um processo matemático para a resolução de muitos problemas que envolvem duas ou mais grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.

Nesse sentido, na regra de três simples, é necessário que três valores sejam apresentados, para que assim, descubra o quarto valor.

Em outras palavras, a regra de três permite descobrir um valor não identificado, por meio de outros três.

A regra de três composta, por sua vez, permite descobrir um valor a partir de três ou mais valores conhecidos.

A. Grandezas diretamente e inversamente proporcionais

A **comparação entre duas grandezas** é bastante comum e necessária no cotidiano, e quando comparamos e verificamos sua proporção, podemos separá-las em dois casos importantes: grandezas diretamente proporcionais ou grandezas inversamente proporcionais.

- **Diretamente proporcionais:** à medida que uma dessas grandezas aumenta, a outra também aumenta e na mesma proporção. Existem várias situações no nosso cotidiano que envolvem grandezas diretamente proporcionais, um exemplo seria a relação preço e peso na compra de uma determinada verdura, quanto menor a quantidade, menor o preço, e quanto maior a quantidade, maior o preço.

- **Inversamente proporcionais:** à medida que uma dessas grandezas aumenta, a outra grandeza diminui na mesma proporção. Um exemplo dessa situação no cotidiano é a relação entre velocidade e tempo. Quanto maior a velocidade para percorrer-se determinado percurso, menor será o tempo.

B. Como resolver uma regra de três simples

Para resolver-se situações utilizando a regra de três, é fundamental que exista a proporcionalidade, além disso, é de grande importância a **identificação da relação entre as grandezas**.

Os problemas que envolvem regra de três simples podem ser separados em dois casos, quando as grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. Ao deparar-se com qualquer questão que possa ser resolvida com regra de três, seguimos os seguintes passos:

1º passo – Identificar as grandezas e construção da tabela.

2º passo – Analisar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

3º passo – Aplicar o método de resolução correto para cada um dos casos, e, por fim, resolver a equação.

I. Grandezas diretamente proporcionais

Exemplo:

Para revitalização de um parque, a comunidade organizou-se em um projeto conhecido como Revitalizar. Para que o projeto fosse eficiente, foram arrecadadas várias mudas frutíferas. Um planejamento para o plantio foi feito, e nele 3 pessoas trabalhavam no plantio e plantavam, por dia, 5 m². Devido à necessidade de um plantio mais eficiente, mais 4 pessoas, todas com o mesmo desempenho, comprometeram-se a participar da causa, sendo assim, qual será a quantidade de m² reflorestada por dia?

As grandezas são pessoas e área reflorestada.

Inicialmente havia 3 pessoas, e agora há 7.

Inicialmente havia 5 m² de plantio por dia, porém não sabemos a quantidade de m² que será cultivada pelas 7 pessoas, então representamos esse valor por x.

Pessoas	m ²
3	5
7	X

Agora é fundamental a comparação entre as duas grandezas. À medida que se aumenta o número de pessoas, a quantidade de m² reflorestada por dia aumenta na mesma proporção, logo, essas grandezas são **diretamente proporcionais**.

Pessoas	m ²
3	5
7	X

Quando as grandezas são diretamente proporcionais, basta **multiplicar os valores da tabela de forma cruzada**, gerando a equação:

$$\frac{3}{7} = \frac{5}{x}$$

$$3x = 5 \cdot 7$$

$$3x = 35$$

$$x = \frac{35}{3}$$

$$x \approx 11,67 \text{ m}^2$$

II. Grandezas inversamente proporcionais

Exemplo:

Para a confecção das provas de um concurso, uma gráfica dispunha de 15 impressoras, que demorariam 18 horas para imprimir todas as provas. No preparo para o início do trabalho, foi diagnosticado que só havia 10 impressoras funcionando. Qual é o tempo, em horas, que será gasto para a confecção de todas as provas do concurso?

As grandezas são quantidades de impressoras e tempo.

Impressoras	Horas
15	18
10	X

Analisando-se as duas grandezas, é notório que se a quantidade de impressoras for diminuída, conseqüentemente, o tempo para fazer as impressões será aumentado, logo, essas grandezas são inversamente proporcionais.

Quando as grandezas são inversamente proporcionais, é necessário inverter-se a fração (trocar numerador e denominador) de uma das frações, para, posteriormente, multiplicar-se cruzado.

Impressoras	Horas
15	18
10	X

$$\frac{10}{15} = \frac{18}{x}$$

$$10x = 15 \cdot 18$$

$$10x = 270$$

$$x = \frac{270}{10}$$

$$x = 27 \text{ h}$$

Dica: Em resumo, quando as grandezas são inversamente proporcionais, sempre invertemos uma das frações e multiplicamos cruzado — detalhe esquecido durante muitas resoluções de problemas e que faz muitos estudantes errarem ao esquecer de analisar qual tipo de proporcionalidade (direta ou inversa) o problema está trabalhando.

2. REGRA DE TRÊS COMPOSTA

A **regra de três composta** é um método utilizado para encontrar valores desconhecidos, quando o problema envolve grandezas que possuem proporção. A regra de três composta é uma extensão da regra de três simples, então, para dominar a composta, é essencial dominar a resolução da simples, que é aplicada quando há apenas duas grandezas.

A. Como resolver uma regra de três composta

Para resolver problemas envolvendo regra de três composta, precisamos seguir alguns passos. Esses passos são os mesmos, independentemente da quantidade de grandezas envolvidas no problema.

1º passo: identificação das grandezas e construção da tabela.

2º passo: analisar a proporção que existe entre as grandezas que possui a incógnita em relação às outras.

3º passo: inverter a razão caso exista alguma grandeza inversamente proporcional à grandeza que contém a incógnita; caso não exista, ir direto para o passo quatro.

4º passo: montar a equação, deixando a grandeza que possui incógnita no primeiro membro da igualdade e calcular o produto entre as demais, que ficarão no segundo membro.

I. Regra de três composta com três grandezas

Exemplo:

Uma construtora foi contratada para realizar a reforma de todas as escolas do município de Cocalzinho, em Goiás. As escolas são construídas com formado e tamanho padrão nessa cidade, logo o muro externo possui a mesma medida. Sabendo que 4 pintores levariam 8 dias para pintar 6 escolas, quanto tempo 8 pintores levariam para pintar 18 escolas?

Resolução:

As grandezas são: quantidade de pintores, dias e quantidade de escolas pintadas.

Agora vamos construir a tabela, começando sempre pela grandeza que possui a incógnita:

Dias	Pintores	Escolas
8	4	6
x	8	18



Agora é necessário analisar a relação que existe entre as grandezas. Na regra de três composta, a comparação é feita a partir da grandeza que possui a incógnita em relação às outras, ou seja, vamos comparar dias e pintores e dias e escolas.

Para comparar dias e pintores, vamos fixar a quantidade de escolas. Em uma mesma quantidade de escolas, se eu aumento a quantidade de pintores, a quantidade de dias que eu levo para fazer a reforma diminui, logo essas grandezas são inversamente proporcionais.

Dias	Pintores
8	4
x	8



Comparando dias e escolas e fixando a quantidade de pintores, ao analisar a proporcionalidade, se o número de escolas aumenta, a quantidade de dias também aumenta.

Dias	Escolas
8	6
x	18



Dias	Pintores	Escolas
8	4	6
x	8	18

Em resumo, temos que dias é inversamente proporcional à quantidade de pintores e diretamente proporcional à quantidade de escolas.

Para construir a equação, é necessário isolar a fração da incógnita e inverter a fração da grandeza inversamente proporcional.

$$\frac{8}{x} = \frac{8}{4} \cdot \frac{6}{18}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{48}{72}$$

$$48x = 576$$

$$x = \frac{576}{48} = 12 \text{ dias}$$