

### LISTA DE EXERCÍCIOS DE LOGARITMOS

1. Se  $\log_3 \frac{1}{27} = x$ , calcule o valor de  $x$ .

**Solução.** Aplicando o conceito de logaritmo, temos:  $3^x = \frac{1}{27} \Rightarrow 3^x = \frac{1}{3^3} = 3^{-3}$ . Igualando o 1º membro e o último, temos:  $3^x = 3^{-3} \Rightarrow x = -3$ .

2. Se  $\log(2x - 5) = 0$ , calcule o valor de  $x$ .

**Solução.** Lembrando que  $\log_{10} = \log$  e aplicando o conceito de logaritmo, temos:  $2x - 5 = 10^0 \Rightarrow 2x - 5 = 1 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$ .

3. Se  $\begin{cases} 27^x = 9^y \\ \log_y x = 2 \end{cases}$ , calcule  $x + y$ .

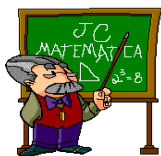
**Solução.** Utilizando exponenciais e logaritmos, temos:

$$\begin{cases} 27^x = 9^y \\ \log_y x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (3^3)^x = (3^2)^y \\ x = y^2 \end{cases} \quad \text{. Substituindo o valor de "x", vem:}$$

$$\begin{cases} (3^3)^x = (3^2)^y \\ x = y^2 \end{cases} \Rightarrow (3^3)^{y^2} = (3^2)^y \Rightarrow 3y^2 = 2y \quad \text{. Resolvendo para "y",}$$

$$3y^2 - 2y = 0 \Rightarrow y(3y - 2) = 0 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \rightarrow (y \neq 0).$$

$$x = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow x + y = \frac{4}{9} + \frac{2}{3} = \frac{4 + 6}{9} = \frac{10}{9}.$$



4. Calcule o valor numérico real da expressão  $\frac{-(-3)^3 + \sqrt[3]{-27}}{2 + \log_3 81}$ .

**Solução.** Se  $x = \log_3 81$ , então  $3^x = 81 = 3^4$ . Logo,  $x = 4$ . Reescrevendo a expressão, temos:

$$\frac{-(-3)^3 + \sqrt[3]{-27}}{2 + \log_3 81} = \frac{-(-27) + \sqrt[3]{(-3)^3}}{2 + 4} = \frac{27 + (-3)}{6} = \frac{24}{6} = 4.$$

5. Se  $x + y = 20$  e  $x - y = 5$  calcule  $\log(x^2 - y^2)$ .

**Solução.** Na fatoração,  $(x^2 - y^2) = (x + y)(x - y)$ . Aplicando a propriedade do produto de logaritmos,

temos:  $\log(x^2 - y^2) = \log[(x + y)(x - y)] = \log[20 \cdot 5] = \log 100 = \log 10^2$ . Pela propriedade da

potência, vem:  $\log(x^2 - y^2) = \log 10^2 = 2 \log 10 = 2 \cdot 1 = 2$

6. O número real  $x$ , tal que  $\log_x \frac{9}{4} = \frac{1}{2}$  é:

**Solução.** Aplicando o conceito de logaritmo, vem:  $\log_x \frac{9}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{9}{4} = x^{\frac{1}{2}}$ . Elevando ambos os termos ao

quadrado, temos:  $\left(\frac{9}{4}\right)^2 = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{81}{16} = x^{\frac{1}{2} \cdot 2} \Rightarrow x = \frac{81}{16}$ .

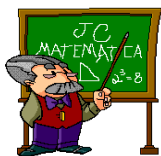
7. Se  $k = \log_5(6 + \sqrt{35})$ , calcule  $5^k + 5^{-k}$ .

**Solução.** Pelo conceito de logaritmo, se  $k = \log_5(6 + \sqrt{35})$  então,  $5^k = 6 + \sqrt{35}$ . Da mesma forma temos:

$$-k = -\log_5(6 + \sqrt{35}) = \log_5(6 + \sqrt{35})^{-1} \Rightarrow 5^{-k} = (6 + \sqrt{35})^{-1} = \frac{1}{6 + \sqrt{35}}$$

Logo,

$$5^k + 5^{-k} = (6 + \sqrt{35}) + \frac{1}{6 + \sqrt{35}} = \frac{(6 + \sqrt{35})^2 + 1}{6 + \sqrt{35}} = \frac{36 + 12\sqrt{35} + 35 + 1}{6 + \sqrt{35}} = \frac{12(6 + \sqrt{35})}{6 + \sqrt{35}} = 12$$



8. Sendo  $\log 2 = 0,30$  e  $\log 3 = 0,47$ , calcule  $\log 60$ .

**Solução.** Decompondo 60 em fatores primos, temos:  $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ . Aplicando as propriedades do

**logaritmo, e expressando**  $\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2$  **calculamos:**

$$\log 60 = \log(2^2 \cdot 3 \cdot 5) = 2 \log 2 + \log 3 + \log 10 - \log 2 = \log 2 + \log 3 + 1.$$

**Substituindo os valores iniciais, encontramos:**

$$\log 60 = \log 2 + \log 3 + 1 = 0,30 + 0,47 + 1 = 1,77.$$

9. Sendo  $\log 2 = 0,301$  e  $\log 7 = 0,845$ , qual será o valor de  $\log 28$ ?

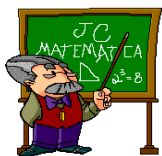
**Solução.** Decompondo 28 em fatores primos, temos:  $28 = 2^2 \times 7$ . Aplicando as propriedades do **logaritmo e substituindo os valores iniciais, encontramos:**

$$\log 28 = \log(2^2 \cdot 7) = \log 2^2 + \log 7 = 2 \log 2 + \log 7 = 2(0,301) + 0,845 = 1,447.$$

10. Se  $\log_2 b - \log_2 a = 5$ , calcule o quociente  $\frac{b}{a}$ .

**Solução.** Aplicando a propriedade do quociente, vem:  $\log_2 b - \log_2 a = \log_2 \frac{b}{a} = 5$ . Logo, pela definição,

**temos:**  $\log_2 \frac{b}{a} = 5 \Rightarrow \frac{b}{a} = 2^5 = 32.$



11. Dado o sistema  $\begin{cases} \log x - \log y = \log 3 \\ 3^{2(x-y)} = 81 \end{cases}$  calcule  $x + y$ .

**Solução. Utilizando propriedades, temos:**

$$\begin{cases} \log x - \log y = \log 3 \\ 3^{2(x-y)} = 81 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log \frac{x}{y} = \log 3 \\ 3^{2(x-y)} = 3^4 \end{cases}$$

**Igualando os logaritmandos da 1ª equação e os expoentes da 2ª, vem:**

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 3 \Rightarrow x = 3y \\ 2(x-y) = 4 \Rightarrow 2(3y-y) = 4 \Rightarrow 4y = 4 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

**Logo  $x = 3(1) = 3$ . Então,  $x + y = 4$ .**

12. Sendo  $\log 2 = 0,30$  e  $\log 3 = 0,47$ , então  $\log \frac{6\sqrt{2}}{5}$ .

**Solução. Aplicando**

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2, \log 6 = \log(2 \cdot 3) = \log 2 + \log 3 \text{ e } \log \sqrt{2} = \log 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log 2 \text{ temos:}$$

$$\log \frac{6\sqrt{2}}{5} = \log 6\sqrt{2} - \log 5 = \log 6 + \log 2^{\frac{1}{2}} - \log \frac{10}{2} = \log 2 + \log 3 + \frac{1}{2} \log 2 - (\log 10 - \log 2).$$

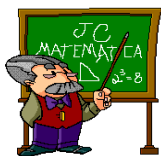
**Substituindo os valores iniciais, encontramos:**

$$\log \frac{6\sqrt{2}}{5} = 0,30 + 0,47 + (0,5)(0,30) - 1 + 0,30 = 0,30 + 0,47 + 1 = 0,22.$$

13. Dado  $\log 4 = 0,602$ , calcule o valor de  $\log 32^5$ .

**Solução. A informação sugere que escrevamos  $32 = 4 \times 8 = 4 \times 4 \times 2$ . Aplicando as propriedades, temos:**

$$\log 32^5 = 5 \log(4 \cdot 4 \cdot 2) = 5[\log 4 + \log 4 + \log 2] = 5(0,602 + 0,602 + 0,301) = 5(1,505) = 7,525.$$



14. Se  $\log 2 = x$  e  $\log 3 = y$ , calcule  $\log 375$ .

**Solução.** Decompondo 375 em fatores primos, temos:  $375 = 3 \times 5^3$ . Aplicando as propriedades do

**logaritmo, e expressando**  $\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2$  **calculamos:**

$$\log 375 = \log(3 \cdot 5^3) = \log 3 + 3 \log 5 = \log 3 + 3 \log \frac{10}{2} = \log 3 + 3(\log 10 - \log 2).$$

**Substituindo os valores iniciais, encontramos:**

$$\log 375 = y + 3(1 - x) = y - 3x + 3.$$

15. Calcule a expressão  $\log_{\frac{1}{3}} 81 + \log 0,001 + \log \sqrt[3]{10}$ .

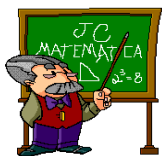
**Solução.** Calculando cada termo separadamente, temos:

$$\text{i) } \log_{\frac{1}{3}} 81 = x \Rightarrow 81 = \left(\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow 3^4 = (3^{-1})^x \Rightarrow 3^4 = 3^{-x} \Rightarrow -x = 4 \Rightarrow x = -4.$$

$$\text{ii) } \log 0,001 = x \Rightarrow 0,001 = (10)^x \Rightarrow \frac{1}{1000} = (10)^x \Rightarrow (10)^{-3} = (10)^x \Rightarrow x = -3.$$

$$\text{iii) } \log \sqrt[3]{10} = x \Rightarrow \sqrt[3]{10} = (10)^x \Rightarrow (10)^{\frac{1}{3}} = (10)^x \Rightarrow x = \frac{1}{3}.$$

**Substituindo, temos:**  $\log_{\frac{1}{3}} 81 + \log 0,001 + \log \sqrt[3]{10} = -4 - 3 + \frac{1}{3} = \frac{-12 - 9 + 1}{3} = \frac{-20}{3}.$



16. Calcule a expressão  $\log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \log \frac{4}{5} - \log \frac{14}{55}$ .

**Solução.** Expressando cada termo de acordo com as propriedades, temos:

i)  $\log \frac{2}{3} = \log 2 - \log 3.$

$$\log \frac{3}{4} = \log 3 - \log 4$$

ii)  $\log 3 - \log 2^2$   
 $\log 3 - 2\log 2.$

$$\log \frac{4}{5} = \log 4 - \log 5$$

iii)  $\log 2^2 - \log \frac{10}{2}$   
 $2\log 2 - \log 10 + \log 2$   
 $3\log 2 - 1.$

$$\log \frac{14}{55} = \log 14 - \log 55$$

$$\log(2 \cdot 7) - \log(5 \cdot 11)$$

iv)  $\log 2 + \log 7 - \log \frac{10}{2} - \log 11$

$$\log 2 + \log 7 - \log 10 + \log 2 - \log 11$$

$$2\log 2 - 1 + \log 7 - \log 11$$

**Substituindo na soma dos três primeiros termos, temos:**

$$\log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \log \frac{4}{5} = \log 2 - \log 3 + \log 3 - 2\log 2 + 3\log 2 - 1 = 2\log 2 - 1$$

**Resolvendo a subtração, vem:**

$$2\log 2 - 1 - (2\log 2 - 1 + \log 7 - \log 11) = 2\log 2 - 1 - 2\log 2 + 1 - \log 7 + \log 11$$
$$-\log 7 + \log 11 = -(\log 7 - \log 11) = -\log \frac{7}{11} = \log \left(\frac{7}{11}\right)^{-1} = \log \frac{11}{7}.$$