

João Domingos Soares de Oliveira

Matemática Financeira

2ª edição

Janaúba – MG

02 de novembro de 2018

INDICE

Introdução-----	3
Símbolos e Formulas da Matemática Financeira-----	4
Porcentagem-----	6
Juros-----	7
Descontos-----	10
Valor da porcentagem-----	11
Como encontrar o capital-----	12
Como encontrar o tempo-----	13
Juros compostos-----	14
Acréscimos Sucessivos-----	15
Descontos Sucessivos-----	16
Exercícios Resolvidos-----	17

INTRODUÇÃO

A matemática em si é uma matéria de suma importância para cada detalhe do Universo, da sociedade e da vida. Principalmente, a Matemática Financeira, visto que, ela é a principal Ciência, nas áreas comerciais e monetárias.

Estude e treine constantemente todos os símbolos e fórmulas deste módulo. Também é muito importante a execução dos os exercícios.

1. SÍMBOLOS E FÓRMULAS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Os símbolos da matemática financeira são representações gráficas das grandezas por meio de letras.

1.1. SÍMBOLOS:

L=lucro

I=taxa de juros

Id=taxa de descontos

C= capital, ou, valor de compra

T= tempo

M= montante (capital +juros no final do período)

V=valor de vendas

D=desconto, ou prejuízo.

1.2. FÓRMULAS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

a) *Lucros*

$$L=v-c$$

Desconto

$$D= [C-V]$$

α) *Taxa de juros*

1) *Com relação ao custo*

$$I=\frac{L}{C} \cdot 100\%$$

2) *Com relação à venda*

$$I=\frac{L}{v} \cdot 100\%$$

3) *Desconto com relação ao custo*

$$Id=\frac{D}{C} \cdot 100\%$$

4) Desconto com relação à venda

$$Id = \frac{D}{V} 100\%$$

b) Determinar o capital

$$C = J = Cit.$$

c) Determinar o tempo

$$T = C + Cit.$$

d) Determinar o valor da porcentagem, ou o percentual

$$I = C.%; \text{ ou, } C = \frac{X}{100}$$

e) Juros compostos

$$MT = C (1 + i)^t$$

f) Acréscimos Sucessivos

$$P_n = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot \dots \cdot (1 + i_n)$$

g) Descontos Sucessivos

$$P_n = P_0 \cdot (1 - i_1) \cdot (1 - i_2) \cdot (1 - i_3) \cdot \dots \cdot (1 - i_n)$$

2. PORCETAGEM

Porcentagem é um número qualquer dividido por cem. Cem por cento, quer dizer: $100/100 = 1$, então, refere-se a um inteiro.

Equivalências entre: Frações, decimais e percentuais.

a) $\frac{1}{100} = 0,01 = 1\%$

b) $\frac{2}{100} = 0,02 = 2\%$

c) $\frac{10}{100} = 0,1 = 10\%$

d) $\frac{50}{100} = 0,5 = 50\%$

e) $\frac{100}{100} = 1 = 100\%$

...

3. JUROS

Juros é o ganho que se obtém quando se empresta dinheiro por um determinado tempo. Os juros são para o credor (aquele que tem algo a receber) uma compensação pelo tempo que ficará sem utilizar o dinheiro emprestado.

Trabalhando com Porcentagens

Exemplo:

Um televisor foi comprado por 300,00 e vendido por 450,00. Vamos analisar esta matemática financeira:

a) Primeiramente, é necessário observar alguns símbolos:

C = Valor de custos

V = Valor de vendas

L = Lucro

I L= Taxa percentual de lucro

Selecionando, primeiramente, as grandezas muito ajudará

$$C = 300,00$$

$$V = 450,00$$

$$L = ?$$

$$IL = ?$$

b) O primeiro passo é descobrir o valor do lucro, através da simples fórmula, a saber: $L = V - C$, onde que, $L > C$

LUCRO = VALOR DE VENDA – VALOR DE CUSTO

(sendo que o valor de venda, maior que o valor de custo)

$$L = V - C, = L = 450 - 300 - \underline{L=150}$$

$$C=300,00$$

$$V = 450,00$$

$$L = 150,00$$

$$IL = ?$$

c) O segundo passo é descobrir a Taxa do Percentual Relativa ao Custo:

Ela é demonstrada através de uma simples regra, a saber:

$$IC = \frac{L}{C} \cdot 100$$

EXEMPLOS:

$$IL = \frac{L}{C} \cdot 100 = I \quad L = \frac{150}{300} \cdot 100 = I = 0,5 \cdot 100 = IL = 50\%$$

A taxa percentual relativo ao custo é cinquenta por cento.

d) O terceiro passo é descobrir a Taxa do Percentual Relativa à Venda:

Isto é possível através da simples regra, a saber: $IL = \frac{L}{V} \cdot 100$,

$$IL = \frac{150}{450} \cdot 100 \cong 0,33,3 \cdot 100 = IL \cong 33,3\%$$

$$C = 300,00;$$

$$V = 450,00$$

$$L = 150,00$$

IL = quanto ao custo, 50%, e quanto à venda $\cong 33,3\%$

e) Ainda com juros simples:

Juro simples é a quantia paga em relação a um capital ao término de determinado tempo.

Fórmula:

Montante é: capital + juros no final do período. E é representado por (M).

$$M = C + J, \text{ ou,}$$

$$M = C + Cit$$

$$M = C (1+it)$$

$$Ci + ci + ci \dots ci = cit.$$

Veja o exemplo:

Ao aplicar um capital de 1 000,00, durante 3 meses, à taxa de juros de 2% ao mês, a juro simples, temos:

$$C = 1\ 000,00$$

$$T = 3 \text{ meses}$$

$$I = 2\%, \text{ ou, } 0,02$$

$M = \text{capital} + \text{juro, no final do período.}$

Calculo mês a mês:

$$1^\circ \text{ mês: } 1\ 000,00 \cdot 0,02 = 20,00 \text{ de juro ao final do } 1^\circ \text{ mês.}$$

$$2^\circ \text{ mês: } 20,00 + 20,00 = 40,00 \text{ ao final do } 2^\circ \text{ mês.}$$

$$3^\circ \text{ mês: } 40,00 + 20,00 = 60,00 \text{ ao final do } 3^\circ \text{ mês.}$$

Então ao final de 3 meses, será um total de: 1 000,00 + 60,00 = 1060,00

O capital mais juro é chamado de MONTANTE (M)

4. Descontos

Já vimos que uma transação comercial pode dar lucro. De forma analógica, pode ocorrer prejuízo. Isto acontece quando o valor de venda é menor que o valor de custo ou de compra. Por razões comerciais, pode ainda ocorrer um desconto. Um desconto não significa necessariamente em prejuízo, mas para o cálculo da taxa percentual, seja de um desconto, seja de um prejuízo, procedemos da mesma maneira: comparamos o módulo da diferença entre os preços de custo e de venda com o preço de venda conforme a convivência do contexto.

EXEMPLO: O custo de uma impressora é de 700,00. Numa liquidação, foi vendida por 400,00. Vamos determinar estas taxas percentuais.

$$C = 700,00; V = 400,0; D = ? Id = ?$$

Para adotar o nosso estudo, vamos adotar:

D = desconto ou prejuízo

Id = taxa percentual

a) O primeiro passo é determinar o desconto,
Através de uma simples regra:

$$D = [C - V]$$

$D = [C - V] = D = [700,00 - 400,00]. D = 300,00.$ O desconto, ou prejuízo é de 300,00.

b) O segundo passo é determinar a taxa percentual de desconto,
EM RELAÇÃO AO VALOR DE CUSTO, através de uma simples
regra, a saber:

$$iD = \frac{D}{C} \cdot 100$$

$$ID = \frac{D}{C} \cdot 100 = Id = \frac{300}{700} \cdot 100 = Id \cong 0,42 \cdot 100 = \underline{Id \cong 43\%}$$

c) O terceiro passo é determinar a taxa percentual em relação ao
valor de venda, através de regra simples, a saber:

$$Id = \frac{D}{V} \cdot 100$$

$$Id = \frac{D}{V} \cdot 100 = Id = \frac{300}{400} \cdot 100 = id = 0,75 \cdot 100 = \underline{id = 75\%}$$

5. O VALOR DE UMA PORCETAGEM

Determinar um o valor de um percentual é muito fácil, através da seguinte regra:

$$IV = \% \cdot C, \text{ ou, } V$$

IV = valor do percentual

% = o percentual

C = o valor de custo

V = o valor da venda

Exemplos:

Um rapaz comprou uma moto por 5000,00 em sociedade com mais dois. Ele o pagou 30% do valor da moto. Quanto ele pagou?

$$IV = \% \cdot C = iv = 30\% \cdot 5.000, = \frac{30}{100} \cdot 5.000 = \frac{150.000}{100}, iv = 1.500$$

Outra forma:

$$IV = \frac{30}{100} \cdot 5.000 = 0,3 \cdot 5.000 = iv = 1.500$$

$$IV = 1.500$$

O rapaz pagou 1.500,00.

6. COMO ENCONTRAR O CAPITAL (juros simples)

É de suma importância poder determinar o capital. Algo que é muito fácil por intermédio da regra: $j=Cit$.

Exemplo:

Um cliente recebeu 240,00 de juros. Calculando o regime de juros simples, após ter aplicado uma quantia por 12 meses, a taxa a 2% ao mês.

Qual foi o valor aplicado?

J=juro $j= 240,00$

C = capital $c = ?$ $j=Cit$

I = percentual $i = 2\%$

T = tempo $t = 12$

$$J=Cit; = 240= C.2\%.12; = 240= C.0,02. 12; = 240 = 0,24C; =$$

$$0,24C = 240;= C = \frac{240}{0,24} = C = 1000.$$

O capital aplicado foi 1000,00

7. COMO ENCONTRAR O TEMPO

Chegou à vez de determinarmos o tempo.

$$\underline{M=C + Cit.}$$

Exemplo:

Uma pessoa aplicou 300,00 a juros simples, tendo recebido um montante de 372,00, à taxa de 3% ao mês.

Mas, em quanto tempo? Resposta:

$$C = 300,00$$

$$M = 372,00$$

$$I = 3\%$$

$$T = ?$$

$$M = C + Cit; = 372 = 300 + 300 \cdot 3\% \cdot t; = 372 = 300 + 300 \cdot 0,03 \cdot t;$$

$$372 = 300 + 9t; = -9t = 300 - 372; = -9t = -72; t = \frac{72}{9}; t = 8$$

- *O tempo é de oito meses.*

8. JUROS COMPOSTOS

Um investidor aplicou 25 000,00, durante 3 meses, a um taxa de 1,2% ao mês. A aplicação foi feita no sistema em que o juro é incorporado ao capital a cada mês.

$$MT = ?$$

$$\underline{MT = C (1+i)^t}$$

$$C = 25\ 000,00$$

$$I = 1,2\%$$

$$T = 3 \text{ meses}$$

$$MT = C (1 + I)^T;$$

$J = 25\ 000 \cdot 1,2\% = 25\ 000 \cdot 0,012 = 300$. Então após o 1º mês o montante é:

$$M = 25\ 000,00 + 300,00 = 253000,00.$$

$J = 25300,00 \cdot 0,012 = 303,60$. Então no final do 2º mês o montante é:

$$M = 25300,00 + 303,60 = 25\ 603,60.$$

$J = 25\ 603,60 \cdot 0,012 = 307,24$. Então no final do 3º mês, o montante é:

$$M = 25\ 603,60 + 370,24 = 25\ 910,84.$$

8. ACRÉSCIMOS SUCESSIVOS

Uma série de fatores determina o preço de um produto. A oferta tem uma lei, essa lei e a procura é um desses fatores que obriga, às vezes, mais de um reajuste de preços, para valores maiores (acréscimos sucessivos) ou para valores menores (descontos sucessivos).

Se um produto com preço inicial P_0 sofre acréscimos sucessivos, cujas taxas percentuais são i_1, i_2, \dots, i_n , então o preço deste produto após n reajustes é P_n , dado por:

$$P_n = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_n)$$

Particularmente, esses acréscimos podem apresentar taxas percentuais iguais,

$i_1, = i_2, = \dots = i_n = i$. Neste caso, temos:

$$\underline{P_n = P_0 \cdot (1 + i)^n}$$

Observe este exemplo:

Durante a entrevista o preço do café, que era de 30,00 a saca, sofreu aumento sucessivos de 10%, 5% e 15% nos três primeiros meses.

O preço atual é dado por:

$$P_3 = 30,00 \left(1 + \frac{10}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{15}{100}\right)$$

$$P_3 = 30,00 \cdot 1,1 \cdot 1,05 \cdot 1,15; P_3 = 39,85.$$

9. DESCONTOS SUCESSIVOS

Já vimos que numa transação comercial o preço de um produto pode sofrer acréscimos sucessivos. Da mesma forma, os preços de um produto podem ter descontos sucessivos.

Exemplo:

Se um produto com preço inicial PO sofre descontos sucessivos, cujas taxas percentuais são $i_1 = i_2 = \dots = i$, neste caso, teremos:

$$\underline{P_n = P_o \cdot (1 - I_1) \cdot (1 - I_2) \cdot \dots \cdot (1 - I_n)}$$

Principalmente, esses descontos podem apresentar taxas percentuais iguais, $i_1=i_2=\dots =i_n =i$, e neste caso, teremos:

$$\underline{P_n = P_o \cdot (1 - I)^n}$$

P_n = o número de
acrécimo

P_o = preço inicial

10. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1) O preço de custo um pneu para carro é de 60,00 e foi vendido com um lucro de 30,00. Calcule:

a) O preço da venda

b) A taxa percentual de lucro em relação ao valor de custo.

Respostas:

a) $L = V - C$; $30,00 = V - 60,00$; $-V = -60,00 - 30,00$; $V = 90,00$ (o preço da é 90,00)

b) $II = \frac{L}{C} 100\%$; $II = \frac{30,00}{60,00} 100\%$; $0,5 \cdot 100 = 50\%$ (a taxa percentual de lucro em relação ao custo é 50%).

2) O valor do custo de um telefone sem fio é de 220,00. Foi vendido com 20% de lucro sobre o preço de custo. Por quanto foi vendido?

Respostas:

$$L = 20\% \cdot 220,00; 0,20 \cdot 220,00 = 44,00$$

$$L = v - c; 44,00 = v - 220,00; -v = -220,00 - 44,00; v = 264,00 \text{ (o telefone foi vendido por 264,00)}$$

$$\text{Também poderíamos fazer: } L = V - C; V = C + L; V = C + 0,20C; V = (1 + 0,20)C; V = 1,20C;$$

$$V = 1,20 \cdot 220,00; V = 264,00.$$

3) Um relógio foi vendido por 350,00, com 70,00 de lucro sobre o valor de custo. Qual o preço de custo e a taxa percentual de lucro sobre o valor de venda?

Respostas:

$$L = V - C; 70,00 = 350,00 - C; C = 350,00 - 70,00; C = 280,00. \text{ (O valor de custo é 280,00)}$$

$$II = \frac{L}{V} 100\%; II = \frac{70,00}{350,00} 100\%; II = 0,2 \cdot 100\%; II = 20\%. \text{ (a taxa percentual de lucro sobre o valor de venda é 20\%)}$$

4) Uma bicicleta foi vendida por 600,00, com uma taxa percentual de lucro de 25% sobre o valor de venda. Calcule o valor de custo dessa bicicleta.

Resposta:

$$L = 25\% \cdot 600,00; L = 0,25 \cdot 600,00 = 150,00$$

$$L = V - C; 150,00 = 600,00 - C; C = 450,00. \text{ (o valor de custo da bicicleta é 450,00).}$$

5) Dois sócios, um fabricante e um vendedor, concordaram em ter o mesmo ganho, em reais, na produção e na comercialização de um objeto. O

fabricante propôs, para cada um deles, um ganho de 20% sobre o preço de custo. Já o vendedor propôs um ganho de 20% sobre o preço de custo para cada um deles. Qual das duas propostas respeita o acordo?

Resposta:

X = preço de custo do objeto.

Na proposta do fabricante o preço de custo para o fabricante e o vendedor é X .

Então: Lucro do fabricante = 20% de $X = 0,20X$

Lucro do vendedor = 20% de $X = 0,20X$

(IGUAIS)

Na proposta do vendedor o preço de custo para o fabricante é X e o preço de custo para o vendedor é o preço que o fabricante lhe faz, isto é, $1,20X$.

Então:

Lucro do fabricante = 20% de $X = 0,20X$

Lucro do vendedor = 20% de $1,20x = 0,20 \cdot 1,20X = 0,24X$

(DIFERENTES)

RESULTADO: a proposta do fabricante respeita o acordo.

6) O preço de custo de uma calculadora é de 160,00 e vendida com desconto de 20,00 sobre o preço de custo. Calcule:

a) O valor da venda

b) A taxa percentual de desconto em relação ao valor de custo

Respostas:

a) $V = 160,00 - 20,00$; $V = 140,00$; não convém, o preço de venda menor que o preço de custo: "prejuízo".

b) $Id = \frac{D}{C} \cdot 100\%$; $ID = \frac{20,00}{160,00} \cdot 100\% = 0,125 \cdot 100 = 12,5\%$

7) O valor de custo de um ventilador é 110,00. A sua venda foi realizada com um desconto de 10% sobre o valor de custo. Qual o valor da venda?

$D = 10\%$. $110,00$; $0,10 \cdot 110,00 = 11,00$

Como nesse caso, $V < C$, temos:

$D = [C - V]$; $D = C - V$; $11,00 = 110,00 - V$; $V = 99,00$.

Logo, o valor de venda foi de 99,00.

Também podemos fazer:

$$D = C - V; V = C - D; V = C - 0,10C; (1 - 0,10)C = 0,90C; V = 0,90 \cdot 110,00; V = 99,00$$