

## Introdução

O processo básico das telecomunicações consiste em adicionar o sinal das informações que se deseja transmitir ao sinal de transmissão (**portadora**), ou seja, uma **modulação**. No receptor, deve ocorrer o processo inverso, isto é, o sinal original deve ser separado do sinal recebido por um circuito **demodulador** (ou detector).

Existem várias formas de modulação e demodulação. Nesta página, algumas das mais comuns para a demodulação e alguns circuitos também comuns.

## Modulação de amplitude (AM): conceitos básicos

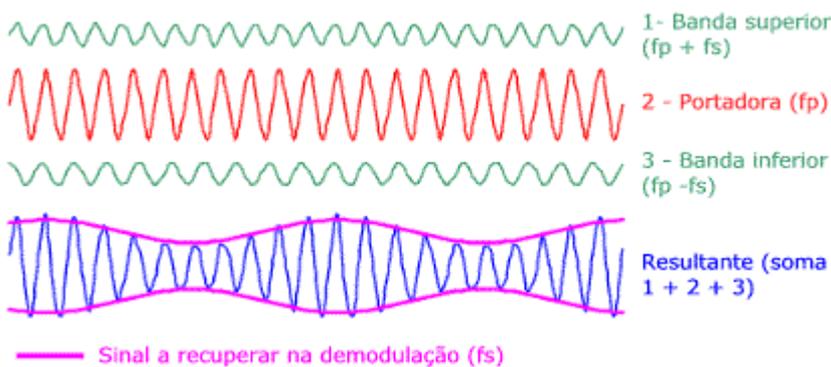


Figura 01

Depois da telegrafia, é certamente o método mais antigo de transmissão e recepção de sinais. Ainda bastante usado em rádio, televisão analógica e outros equipamentos de comunicação.

Neste processo, a intensidade (ou amplitude) da portadora varia de acordo com o sinal que se deseja transmitir.

Por isso, pode-se imaginar que só há uma frequência de transmissão, pois somente a amplitude varia. Mas a suposição não é verdadeira. Ver na Figura 01.

Quando um sinal modulante de frequência  $f_s$  varia a amplitude de uma portadora de frequência  $f_p$ , há na realidade formação de duas novas portadoras, denominadas **bandas laterais**, de frequências acima e abaixo da portadora conforme indicadas na mesma figura:  $f_p + f_s$  e  $f_p - f_s$ .

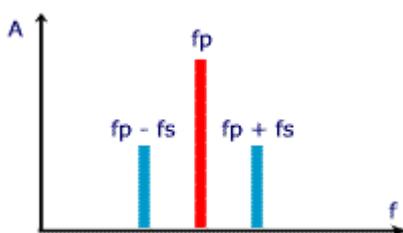


Figura 02

Portanto, o que realmente se transmite é a portadora e as bandas laterais. E notar que toda informação do sinal modulante está nestas últimas e não na portadora central.

A distribuição de freqüências pode ser vista de forma aproximada na Figura 02, que exhibe a portadora e as respectivas bandas laterais.

Observação I: aqui é considerado o caso mais simples, isto é, o de sinais senoidais, tanto para a portadora quanto para o de modulação.

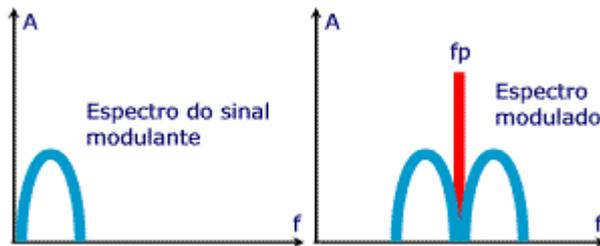


Figura 03

Observação II: os gráficos da Figura 01 foram obtidos em uma planilha tipo Excel, com dados numéricos calculados em intervalos discretos. Foram usados valores em intervalos de forma a evitar uma planilha muito grande e, portanto, algumas formas de onda não parecem exatamente senoidais devido a aproximações. Mas devem assim ser consideradas.

A suposição de um sinal senoidal simples é apenas uma questão de clareza. Um sinal mais complexo como áudio tem um espectro contínuo, hipoteticamente representado na parte esquerda da Figura 03. E o sinal modulado terá espectro conforme indicado na mesma figura. Notar que o sinal modulado tem o dobro da largura de banda do modulante.

## Modulação de amplitude (AM): formulação matemática

Seja a tensão do sinal da portadora dada por  $V_p(t) = A_p \text{sen}(2 \pi f_p t)$  #A.1#.

E a do sinal modulante dada por  $V_s(t) = A_s \text{sen}(2 \pi f_s t)$  #A.2#.

Se se deseja modular a amplitude da portadora pelo sinal, o coeficiente  $A_p$  deverá ser substituído por  $[A_p + V_s(t)]$ .

Assim,  $V_p(t) = [A_p + A_s \text{sen}(2 \pi f_s t)] \text{sen}(2 \pi f_p t)$  #A.3#.

Considera-se o fator:

$$m = A_s / A_p \text{ #B.1#}.$$

Então a amplitude da portadora é dada por:

$$A(t) = A_p + m A_p \text{sen}(2 \pi f_s t) \text{ #C.1#}.$$
 Fazendo  $A_p$  em evidência,

$$A(t) = A_p [1 + m \text{sen}(2 \pi f_s t)] \text{ #C.2#}.$$
 E a portadora modulada será dada por:

$$V_p(t) = A_p [1 + m \text{sen}(2 \pi f_s t)] \text{sen}(2 \pi f_p t) \text{ #C.3#}.$$

O fator **m** é chamado **índice de modulação**. Ele indica quanto da amplitude da portadora é variada pelo sinal modulante. Um valor nulo significa ausência de modulação e um fator igual a um indica que toda a amplitude da portadora é afetada, isto é, varia de 0 até  $2A_p$ .

Trabalhando a última igualdade,  $V_p(t) = A_p \text{sen}(2 \pi f_p t) + m A_p \text{sen}(2 \pi f_s t) \text{sen}(2 \pi f_p t)$  #D.1#.

Substituindo o produto dos senos pela respectiva igualdade trigonométrica,

$$V_p(t) = A_p \text{sen}(2 \pi f_p t) + (m A_p/2) \cos(2 \pi f_p t - 2 \pi f_s t) - (m A_p/2) \cos(2 \pi f_p t + 2 \pi f_s t)$$
 #D.2#.

Esse resultado está de acordo com a Figura 01 do tópico anterior: o sinal modulado é igual à soma da portadora (primeira parcela da equação) mais dois sinais de frequências iguais à soma e à diferença das frequências da portadora e do sinal modulante (parcelas restantes).

### Potência dos sinais

A potência de um sinal senoidal é proporcional ao quadrado da sua amplitude. Considerando um fator de proporcionalidade  $k$ , obtém-se para a portadora:

$$P_p = k (A_p)^2$$
 #E.1#.

E para cada banda lateral:

$$P_b = k (m A_p/2)^2$$
 #E.2#. Ou seja, aumenta com o aumento do índice de modulação.

Desde que a informação do sinal modulante está nas bandas laterais, é importante manter o índice de modulação o mais alto possível para a melhor transmissão. Entretanto, ele não deverá ultrapassar a unidade para evitar a sobremodulação, que distorce o sinal transmitido.

### Modulação de amplitude (AM): um demodulador comum

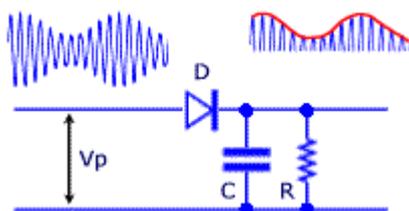


Figura 01

A Figura 01 dá o esquema de um demodulador comum de AM, usado desde os tempos da galena.

Um diodo só permite a passagem dos semiciclos positivos do sinal composto e o filtro RC que segue faz a conformação dos picos, resultando numa aproximação bastante satisfatória do sinal modulante original.

É evidente que o capacitor C deve ser adequadamente dimensionado. Um valor alto tende a

estabilizar a saída, como em uma fonte de alimentação.

## Modulação de frequência (FM): conceitos básicos

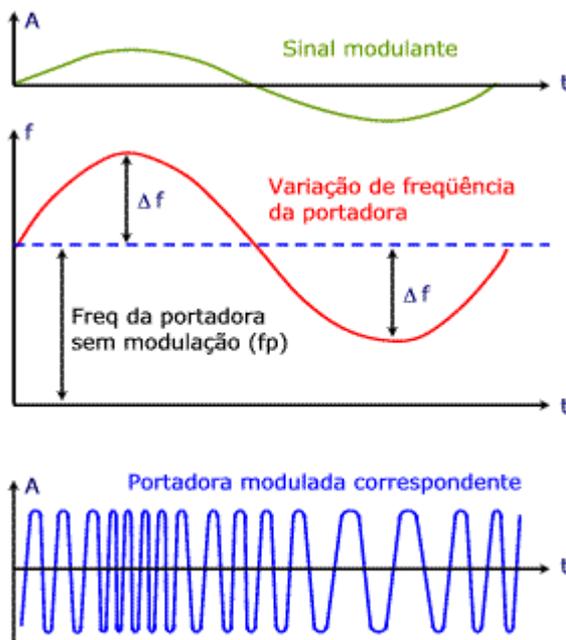


Figura 01

A modulação de amplitude apresenta, além de outras, a desvantagem da elevada sensibilidade a interferências. Isso é facilmente observado ao se sintonizar um receptor de AM.

Se, em vez de variar a amplitude, o sinal modulante variar a frequência da portadora, pode-se esperar uma melhor qualidade de transmissão, uma vez que a frequência do sinal não é afetada por interferências. Ver Figura 01 ao lado.

A contrapartida para a melhor qualidade da FM é uma largura de banda maior.

No caso de rádios, enquanto uma transmissão de AM pode ser razoavelmente efetuada numa faixa de 10 kHz, uma de FM precisa de larguras tão altas como 150 a 200 kHz para uma boa qualidade. Por isso, as frequências reservadas para transmissões comerciais de rádios de FM estão na faixa de VHF, de 88 a 108 MHz, para acomodar um número razoável de estações.

## Modulação de frequência (FM): formulação matemática

O modelo matemático da FM não é tão simples quanto o da AM. O seu desenvolvimento completo exige conceitos como séries de Fourier e funções de Bessel. Aqui são apresentadas apenas as informações básicas, ficando os demais desenvolvimentos para uma futura atualização desta página.

O conceito de FM pode ser entendido como um caso particular de um mais genérico, chamado modulação de ângulo. Seja uma portadora de amplitude constante, cujo ângulo de fase varie conforme uma função  $\varphi(t)$ :

$V_p = A_p \cos[2 \pi f_p t + \varphi(t)]$  #A.1#. Pode-se dizer que:

$\Phi(t) = 2 \pi f_p t + \varphi(t)$  é a **fase instantânea** da portadora.  
 $\varphi(t)$  é o **desvio de fase** da portadora.

A **freqüência angular instantânea**  $\omega(t)$  é dada pela derivação da fase instantânea em relação ao tempo:

$$\omega(t) = d[\Phi(t)] / dt = 2 \pi f_p + d[\varphi(t)] / dt \text{ \#B.1\#}$$

A **freqüência instantânea**  $f_i(t)$  é obtida pela divisão da freqüência angular por  $2 \pi$  (radianos):

$$f_i(t) = \omega(t) / 2 \pi = f_p + (1 / 2 \pi) d[\varphi(t)] / dt \text{ \#B.2\#}$$

O termo  $d[\varphi(t)] / dt$  \#B.3\# é denominado **variação angular da freqüência**.

Considerando a variação angular de freqüência proporcional a um sinal modulante  $V_s(t)$ , com um fator  $k$ ,

$$d[\varphi(t)] / dt = 2 \pi k V_s(t) \text{ \#B.4\#}$$

Então, a freqüência instantânea será dada por:

$$f_i(t) = f_p + k V_s(t) \text{ \#B.5\#}$$

Ou seja, a freqüência instantânea da portadora varia linearmente com o sinal modulante.

Observar que, se o desvio de fase fosse considerado proporcional ao sinal,  $\varphi(t) = 2 \pi k V_s(t)$ , não haveria uma modulação de freqüência, mas sim uma **modulação de fase**. Mas esta última não está no escopo desta página.

Seja agora um sinal modulante senoidal dado por  $V_s(t) = A_s \cos(2 \pi f_s t)$  \#C.1\#. Substituindo na equação da freqüência instantânea,

$$f_i(t) = f_p + k A_s \cos(2 \pi f_s t) \text{ \#C.2\#}$$

Desde que o máximo valor absoluto do co-seno é 1, pode-se dizer que o máximo desvio de freqüência é:

$$\Delta f = k A_s \text{ \#C.3\#}$$

E o fator

$$\beta = \Delta f / f_s \text{ \#C.4\#}$$

é denominado **índice de modulação** da FM.

Na igualdade anterior \#B.4\#, pode-se fazer  $\varphi(t) = 2 \pi k \int_{0 \dots t} V_s(u) du$  \#D.1\#.

Fazendo a integração para o sinal senoidal,

$$\varphi(t) = 2 \pi k \int_{0 \dots t} A_s \cos(2 \pi f_s u) du = 2 \pi k A_s \text{sen}(2 \pi f_s t) / 2 \pi f_s \text{ \#D.2\#}$$

Substituindo  $k A_s$  de \#C.3\#,

$$\varphi(t) = (\Delta f / f_s) \text{sen}(2 \pi f_s t) = \beta \text{sen}(2 \pi f_s t) \text{ \#D.3\#}$$

E o sinal da portadora senoidal com uma modulante senoidal será:

$$V_p(t) = A_p \cos[2 \pi f_p t + \beta \text{sen}(2 \pi f_s t)] \text{ \#E.1\#}$$

Desde que  $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \text{sen } a \text{sen } b$  \#F.1\#,

$$V_p = A_p \{ \cos 2 \pi f_p t \cos (\beta \text{sen } 2 \pi f_s t) - \text{sen } 2 \pi f_p t \text{sen } (\beta \text{sen } 2 \pi f_s t) \} \text{ \#F.2\#}$$

Para pequenos valores de x valem:  $\cos x \approx 1$  e  $\text{sen } x \approx x$ . Assim, para **pequenos índices de modulação**:

$$\cos (\beta \text{sen } 2 \pi f_s t) \approx 1 \text{ \#F.3\#}$$

$$\text{sen } (\beta \text{sen } 2 \pi f_s t) \approx \beta \text{sen } 2 \pi f_s t \text{ \#F.4\#}$$

Portanto,

$$V_p = A_p \cos(2 \pi f_p t) - A_p \text{sen}(2 \pi f_p t) \beta \text{sen}(2 \pi f_s t) \text{ \#F.5\#}$$

Substituindo pela igualdade trigonométrica do produto dos senos,

$$V_p(t) = A_p \cos(2 \pi f_p t) + (\beta A_p / 2) \{ \cos[2 \pi (f_p + f_s) t] - \cos[2 \pi (f_p - f_s) t] \} \text{ \#G.1\#}$$

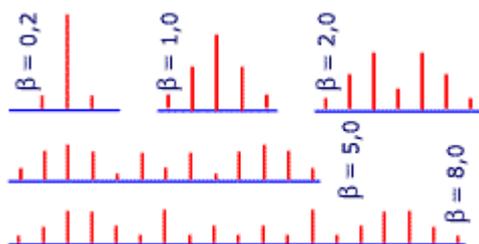


Figura 01

A igualdade anterior indica que, para pequenos índices, uma modulação senoidal de frequência tem largura de banda similar à da modulação de amplitude ( $2 f_s$ ). Mas isso foi obtido com as aproximações consideradas.

Na realidade, a modulação de frequência tem infinitos pares de bandas laterais. Na prática, são consideradas apenas as mais significativas.

Para índices de modulação maiores, o modelo é mais complexo e, por enquanto, não é apresentado nesta página.

Figura 01 dá noção da distribuição de bandas significativas para diversos índices. Notar que, quanto maior o índice, menor a amplitude da portadora central. Para alguns valores, ela pode mesmo desaparecer.

Existem algumas fórmulas práticas para determinação aproximada da largura de banda necessária, como esta:

$$\text{largura de banda} = 2 (\Delta f + f_s) \text{ \#G.1\#}$$

Exemplo: para modular uma portadora com um sinal de 10 kHz e uma variação de frequência de 50 kHz ( $\beta = 5$ ), a largura de banda seria  $2(50 + 10) = 120$  kHz.

### Modulação de frequência (FM): um detector rudimentar

Desde que a amplitude da portadora de FM não varia, a demodulação não pode ser feita com o simples diodo da AM. Entretanto, um receptor de AM pode detectar precariamente uma transmissão de FM se puder sintonizar frequência próxima.

A curva em forma de sino da Figura 01 é uma aproximação da resposta de frequências de um receptor de AM sintonizado em uma determinada  $f_z$ . Ou seja, quanto mais se afasta da frequência de sintonia, menor a amplitude do sinal recebido.

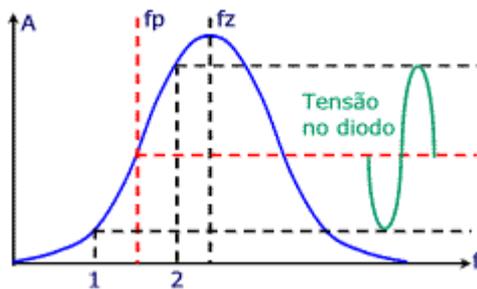


Figura 01

Uma portadora de FM, com frequência central  $f_p$  próxima da de sintonia  $f_z$ , pode ser detectada, uma vez que a variação de frequência entre as bandas 1 e 2 produz sinais de diferentes amplitudes devido à curva de resposta dos circuitos ressonantes do receptor.

Notar que, se  $f_p$  for igual a  $f_z$ , não haverá detecção pois não haverá variação do sinal com a variação da frequência.

Entretanto, é uma recepção bastante precária e distorcida, pois se trabalha numa região de baixa sensibilidade do receptor e de não linearidade.

### Modulação de frequência (FM): um detector melhor

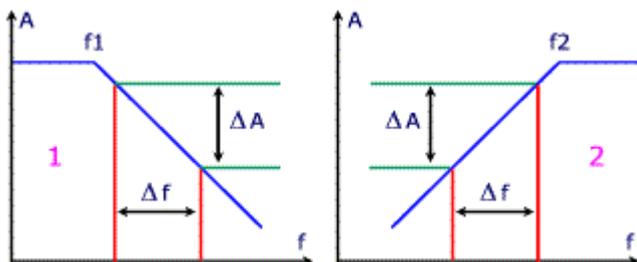


Figura 01

O exemplo do tópico anterior pode sugerir a construção de um detector de FM com o uso de filtro.

Se um filtro, passa-altas ou passa-baixas, tem uma resposta linear, um sinal de frequência variável aplicado na entrada terá, na saída, amplitude também variável e proporcional à frequência da entrada.

Na Figura 01, visualização gráfica para ambos os tipos de filtro.

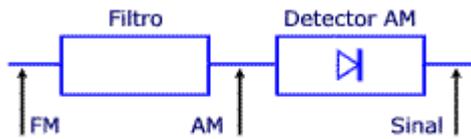


Figura 02

Assim, na saída do filtro, haverá um sinal que, além da frequência, terá amplitude modulada que poderá ser detectada com um conjunto diodo-filtro RC usado em AM.

A Figura 02 exibe o arranjo em blocos. Mas apresenta uma falha: não há bloqueio contra interferências de AM. Se existirem na entrada, estarão presentes na saída do sinal.

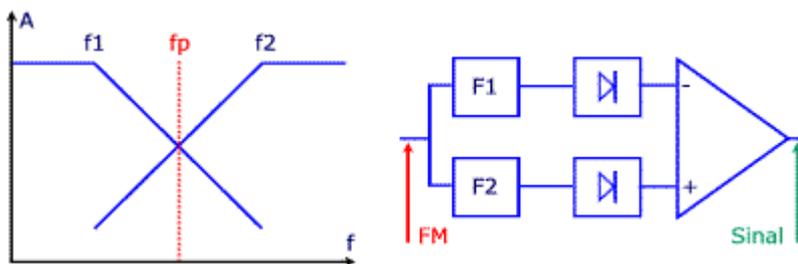


Figura 03

Na Figura 03, são usados os dois tipos de filtro, com a frequência da portadora de FM na interseção das suas linhas.

Há um detector para cada filtro e um amplificador diferencial que recebe os sinais de ambos.

Pode-se concluir que variações de frequência produzem sinais de diferentes amplitudes e que interferências de AM, teoricamente, produzem sinais de iguais amplitudes nas saídas dos filtros e, portanto, não são processadas pelo amplificador diferencial.

## Modulação de frequência (FM): um outro detector

Aa Figura 01 abaixo exibe um circuito denominado **discriminador por deslocamento de fase**, que foi muito usado até certa época. Os próximos parágrafos descrevem resumidamente a operação.

O transistor Q1 é apenas um amplificador para o sinal FM de entrada.

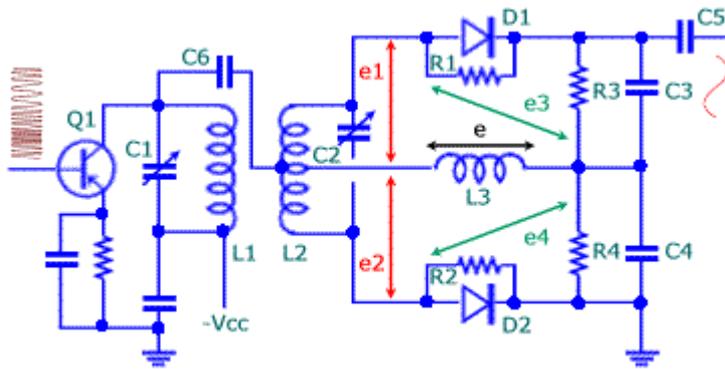


Figura 01

Os circuitos ressonantes  $C1/L1$  e  $C2/L2$  são sintonizados na frequência central da portadora.

O indutor  $L3$  é o caminho DC para os diodos  $D1$  e  $D2$ .

$R3$  e  $R4$  são os resistores de saída do sinal e os capacitores  $C3$  e  $C4$  drenam a radiofrequência, ou seja, têm baixa reatância na faixa de frequência do sinal de entrada.

$C5$  é acoplamento da saída.

$C6$  tem baixa reatância na faixa do sinal de entrada  $e$ , desde que  $C4$  também tem conforme já dito, o sinal  $e$  em  $L3$  é o sinal aplicado no circuito ressonante primário  $C1/L1$ .

$e_1$  e  $e_2$  são as tensões induzidas nas metades superior e inferior de  $L2$ . Notar que elas sempre estão defasadas de  $180^\circ$  entre si.

Os resistores  $R1$  e  $R2$  não são obrigatórios, mas são usados para melhor equilibrar a resistência inversa dos diodos.  $R3$  é igual a  $R4$ .

Observar  $e_3$  é igual a  $(e_1 + e)$  e  $e_4$  é igual a  $(e_2 + e)$ . Desde que se trata de circuito AC, essas somas devem ser entendidas como vetoriais, pois nem sempre estarão na mesma fase.

Supõe-se agora que a *frequência de entrada seja igual à de ressonância do circuito*:

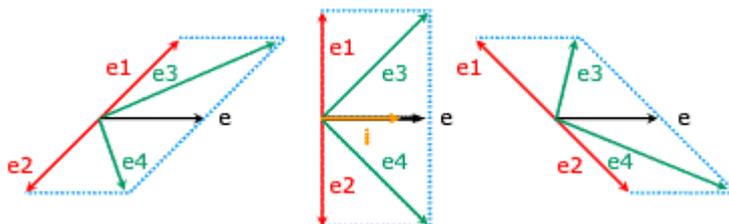


Figura 02

A tensão  $e$  está igualmente defasada de  $90^\circ$  em relação a  $e_1$  e  $e_2$ , conforme diagrama central da Figura 02.

Portanto,  $e_3$  e  $e_4$  têm o mesmo valor absoluto e serão retificadas em contraposição pelos diodos, resultando em tensão nula na saída.

Se a *frequência de entrada difere da de ressonância do circuito*:

As reatâncias indutiva e capacitiva do circuito ressonante se tornam diferentes, provocando um desvio de fase entre a tensão de entrada e a tensão induzida no circuito. Notar que  $e_1$  e  $e_2$  continuam defasados  $180^\circ$  entre si, mas o ângulo em relação a  $e$  não é mais  $90^\circ$  e a simetria da soma vetorial é desfeita. Assim, os valores de  $e_3$  e  $e_4$  são diferentes e haverá uma tensão na saída correspondente à diferença. O diagrama esquerdo da Figura 02 indica operação acima da ressonância e o direito, o inverso.

Portanto, a saída do circuito é nula na frequência central da portadora, positiva acima e negativa abaixo. E há proporcionalidade entre a diferença de frequências e a tensão de saída. Ou seja, a variação de frequência é convertida em variação de tensão.