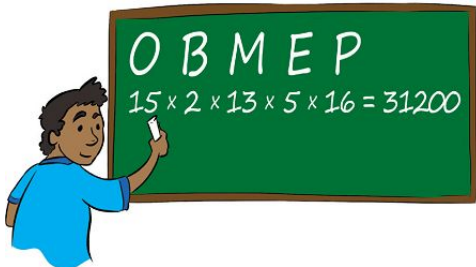


QUESTÕES:

01. Chamamos de “último algarismo de um número” como o algarismo mais à direita. Por exemplo, o último algarismo de 2014 é o algarismo 4.

- A) Qual o último algarismo de 11^{11} ?
- B) Qual o último algarismo de 9^9 ? E qual o último algarismo de 9219^{9219} ?
- C) Qual o último algarismo de 2014^{2015} ?



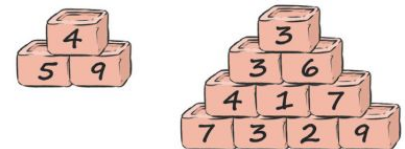
02. Cirilo associa a cada palavra um número, da seguinte maneira: ele troca cada letra por um número, usando a tabela abaixo e, em seguida, multiplica esses números.

Por exemplo, o número associado à palavra MAR é $13 \times 1 \times 18 = 234$.

- A) Qual é o número associado à palavra CABIDE?
- B) Escreva uma palavra com quatro letras cujo número associado seja 455.
- C) Explique por que não existe uma palavra cujo número associado seja 2015.

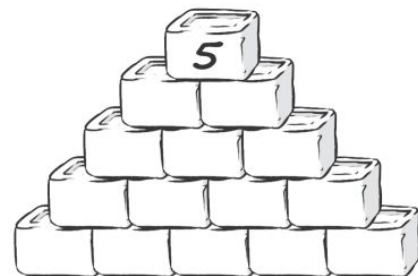
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	U	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

03. Uma pilha numerada é formada por tijolos com números de 1 a 9 empilhados em camadas, como nas figuras, de modo que o número em um tijolo é a diferença entre o maior e o menor dos números dos tijolos nos quais ele se apoia. A ilustração mostra duas pilhas numeradas, uma com duas camadas e outra com quatro camadas.



A) Complete a figura ao lado de modo a representar uma pilha numerada de quatro camadas com o número 2 no tijolo do topo.

B) Complete a figura de modo a representar uma pilha numerada de cinco camadas com o número 5 no tijolo do topo.



C) Explique por que não é possível construir uma pilha numerada com seis camadas que tenha o número 5 no tijolo do topo.

04. Têm-se 3 urnas inicialmente vazias. Escolhe-se uma delas ao acaso com igual probabilidade ($1/3$ para cada). Em seguida, coloca-se uma bola dentro da urna escolhida. Repete-se o processo até que uma mesma urna tenha duas bolas.

- A) Qual a probabilidade de que quando o processo termine, a quantidade total de bolas dentro de todas as urnas seja igual a 2?
- B) Têm-se agora 2015 urnas inicialmente vazias. Repetindo o mesmo processo de antes, qual a probabilidade de que no final haja exatamente 10 bolas dentro das urnas?

05. Dafne tem muitas peças de plástico: quadrados amarelos de lado 3 cm, quadrados azuis de lado 4 cm e triângulos retângulos verdes cujos lados menores medem 3 cm e 4 cm, como mostrado abaixo (figura 1). Com estas peças e sem sobreposição, ela forma figuras como, por exemplo, o hexágono abaixo (figura 2).

Figura 1:

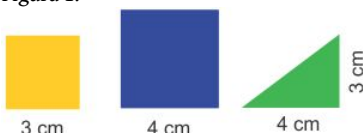
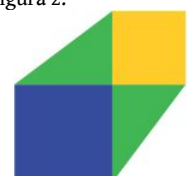


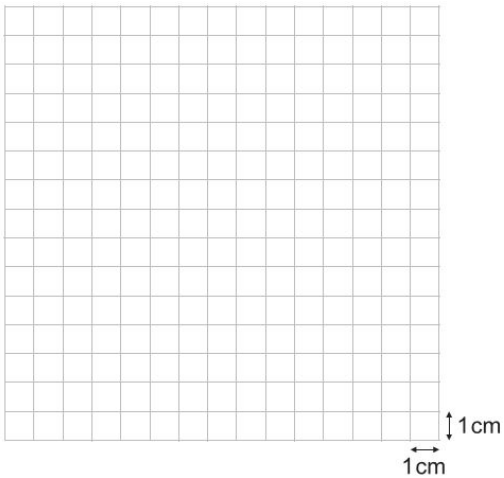
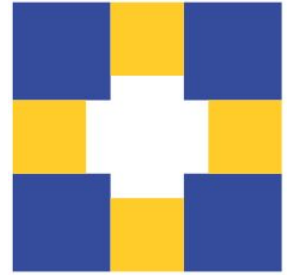
Figura 2:



A) Qual é a área do hexágono que Dafne formou?

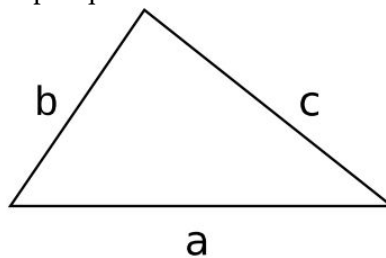
B) Usando somente peças quadradas, Dafne formou a figura ao lado, com um buraco em seu interior. Qual é a área do buraco

C) Mostre como Dafne pode preencher, sem deixar buracos, um quadrado de lado 15 cm com suas peças, sendo apenas uma delas um quadrado de lado 3 cm



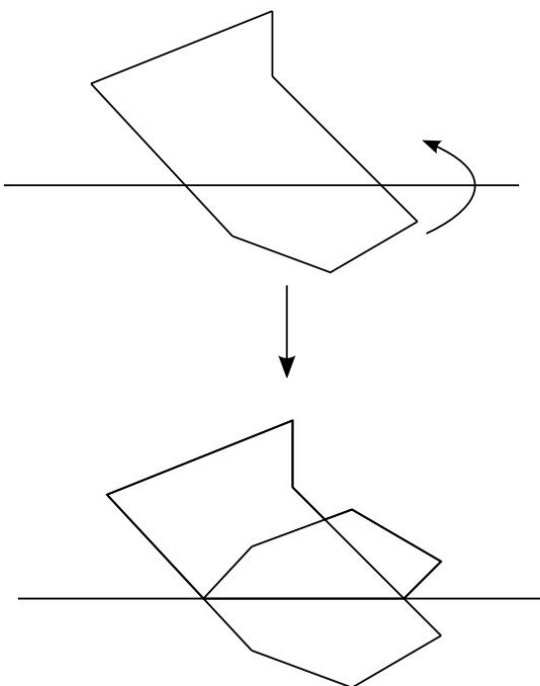
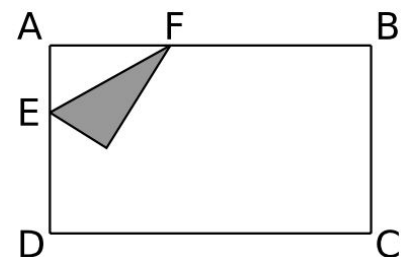
D) Explique por que Dafne não pode preencher um quadrado de lado 15 cm sem usar pelo menos um quadrado de lado 3 cm.

06. Num triângulo de lados a , b e c , vale sempre que a soma de dois lados é maior do que o terceiro lado. Por exemplo, no triângulo abaixo, de lados a , b e c ,



vale a desigualdade $a < b + c$. Esta é a famosa Desigualdade Triangular.

A) Um retângulo de papel foi dobrado conforme mostra a figura abaixo. Mostre que o perímetro (soma dos comprimentos dos lados) do polígono FBCDE obtido é menor do que o perímetro do retângulo ABCD original.



B) Um polígono de papel foi dobrado conforme a figura ao lado. Mostre que o perímetro do polígono formado é menor do que o perímetro do polígono original.