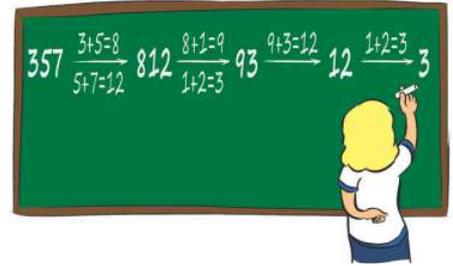


QUESTÕES:

01. Ariadne brinca com números de dois ou mais algarismos. Ela soma, aos pares, os algarismos do número, da esquerda para a direita, e escreve os resultados em ordem; em seguida, ela repete a brincadeira com o novo número e assim por diante. Se ela chegar a um número com um único algarismo, a brincadeira acaba. Por exemplo, de 294 ela obtém 1113, pois $2+9=11$, $9+4=13$. Depois, de 1113 ela obtém 224, pois $1+1=2$, $1+1=2$ e $1+3=4$, e assim por diante. Essa brincadeira acaba com 1, como mostra a sequência abaixo:



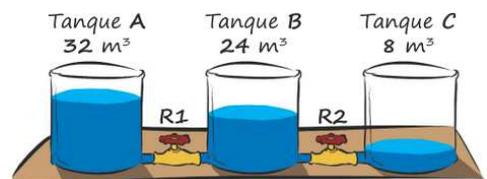
$$294 \xrightarrow[9+4=13]{2+9=11} 1113 \xrightarrow[1+3=4]{1+1=2, 1+1=2} 224 \xrightarrow[4+2=6]{2+2=4} 64 \xrightarrow[6+4=10]{6+4=10} 10 \xrightarrow{1+0=1} 1$$

- A) Escreva a sequência que começa com 4125.
- B) Escreva os seis primeiros números da sequência que começa com 995.
- C) Qual é o 103º o número da sequência que começa com 33333?

02. Um hotel tem 15 andares com 25 quartos cada um. As chaves dos quartos são identificadas por um número de três ou quatro algarismos indicando o andar, de 1 a 15, seguido do número do quarto, de 01 a 25. Por exemplo, a chave 106 é do quarto número 06 do 1º andar e a chave 1315 é do quarto número 15 do 13º andar.

- A) Quantos são os quartos do 10º andar para cima?
- B) Quantas chaves têm número em que aparece o algarismo 1?
- C) Dionísio não aceita ficar em um quarto em cuja chave aparece o algarismo 1 seguido de 1 ou de 3. Em quantos quartos do hotel ele pode se hospedar?

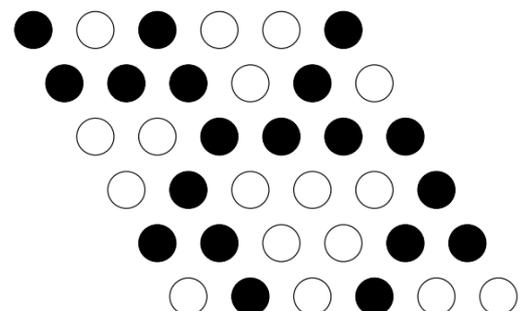
03. Três tanques iguais contêm, inicialmente, 32, 24 e 8 metros cúbicos de água e estão ligados por registros, como na figura. Estes registros servem para deixar a água passar de um tanque (mais cheio) para o outro (menos cheio) até que ambos fiquem com o mesmo volume de água. Só se pode abrir um registro de cada vez, e ele é fechado assim que os tanques que ele liga fiquem com o mesmo volume de água. Por exemplo, ao abrir o registro R2 na situação inicial, os tanques A, B e C ficarão, respectivamente, com 32, 16 e 16 metros cúbicos. A seguir, ao fechar R2 e abrir R1 os tanques A, B e C ficarão, respectivamente, com 24, 24 e 16 metros cúbicos. Representamos essa sequência por:



$$(32, 24, 8) \xrightarrow{R2} (32, 16, 16) \xrightarrow{R1} (24, 24, 16)$$

- A) A partir da situação inicial, qual será o volume de água nos tanques A e B após abirmos o registro R1?
- B) A partir da situação inicial, exiba uma sequência de aberturas de registros de modo que o tanque C fique com exatamente 21 metros cúbicos de água.
- C) Explique por que o tanque A sempre vai ficar com mais de 21 metros cúbicos de água, qualquer que seja a sequência de abertura de registros a partir da situação inicial.

04. Seis círculos, pintados de preto ou branco, estão em fila. A cada passo, uma nova linha de seis círculos é desenhada abaixo e em diagonal. Os novos círculos da nova linha são pintados com uma certa regra simples, que só depende da linha anterior. Veja a figura ao lado e descubra qual é essa regra!



- A) Como serão pintados os círculos da sétima linha?
- B) Em algum momento todos os círculos de uma mesma linha estarão pintados de preto?
- C) Como estarão pintados os círculos da linha de número 2014?