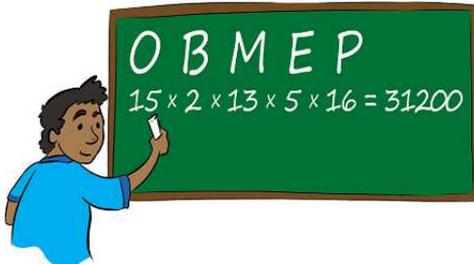


**QUESTÕES:**

**01.** Chamamos de “último algarismo de um número” como o algarismo mais à direita. Por exemplo, o último algarismo de 2014 é o algarismo 4.

- A) Qual o último algarismo de  $11^{11}$  ?
- B) Qual o último algarismo de  $9^9$  ? E qual o último algarismo de  $9219^{9219}$  ?
- C) Qual o último algarismo de  $2014^{2014}$  ?



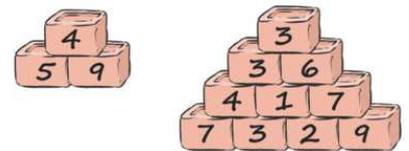
**02.** Cirilo associa a cada palavra um número, da seguinte maneira: ele troca cada letra por um número, usando a tabela abaixo e, em seguida, multiplica esses números.

Por exemplo, o número associado à palavra MAR é  $13 \times 1 \times 18 = 234$ .

- A) Qual é o número associado à palavra CABIDE?
- B) Escreva uma palavra com quatro letras cujo número associado seja 455.
- C) Explique por que não existe uma palavra cujo número associado seja 2013.

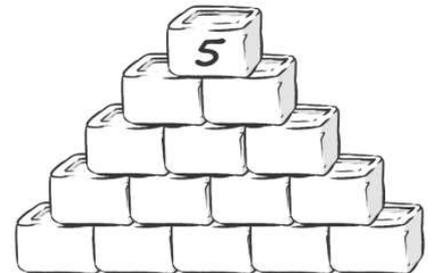
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	U	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

**03.** Uma pilha numerada é formada por tijolos com números de 1 a 9 empilhados em camadas, como nas figuras, de modo que o número em um tijolo é a diferença entre o maior e o menor dos números dos tijolos nos quais ele se apoia. A ilustração mostra duas pilhas numeradas, uma com duas camadas e outra com quatro camadas.



A) Complete a figura de modo a representar uma pilha numerada de quatro camadas com o número 2 no tijolo do topo.

B) Complete a figura de modo a representar uma pilha numerada de cinco camadas com o número 5 no tijolo do topo.



C) Explique por que não é possível construir uma pilha numerada com seis camadas que tenha o número 5 no tijolo do topo.

**04.** Têm-se 3 urnas inicialmente vazias. Escolhe-se uma delas ao acaso com igual probabilidade ( $1/3$  para cada). Em seguida, coloca-se uma bola dentro da urna escolhida. Repete-se o processo até que uma mesma urna tenha duas bolas.

- A) Qual a probabilidade de que quando o processo termine, a quantidade total de bolas dentro de todas as urnas seja igual a 2?
- B) Têm-se agora 2014 urnas inicialmente vazias. Repetindo o mesmo processo de antes, qual a probabilidade de que no final haja exatamente 10 bolas dentro das urnas?

**05.** Dafne tem muitas peças de plástico: quadrados amarelos de lado 3 cm, quadrados azuis de lado 4 cm e triângulos retângulos verdes cujos lados menores medem 3 cm e 4 cm, como mostrado abaixo (figura 1). Com estas peças e sem sobreposição, ela forma figuras como, por exemplo, o hexágono abaixo (figura 2).

Figura 1:

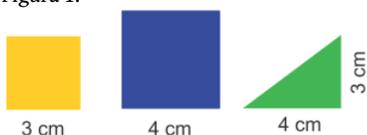
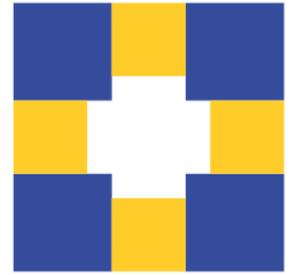


Figura 2:

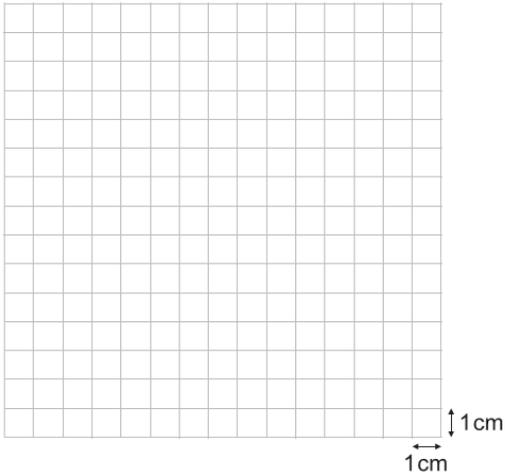


A) Qual é a área do hexágono que Dafne formou?

B) Usando somente peças quadradas, Dafne formou a figura ao lado, com um buraco em seu interior. Qual é a área do buraco?

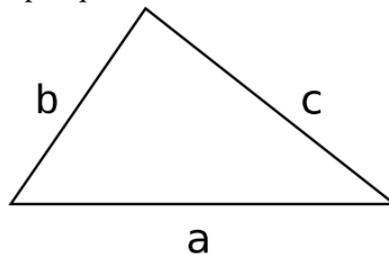


C) Mostre como Dafne pode preencher, sem deixar buracos, um quadrado de lado 15 cm com suas peças, sendo apenas uma delas um quadrado de lado 3 cm.



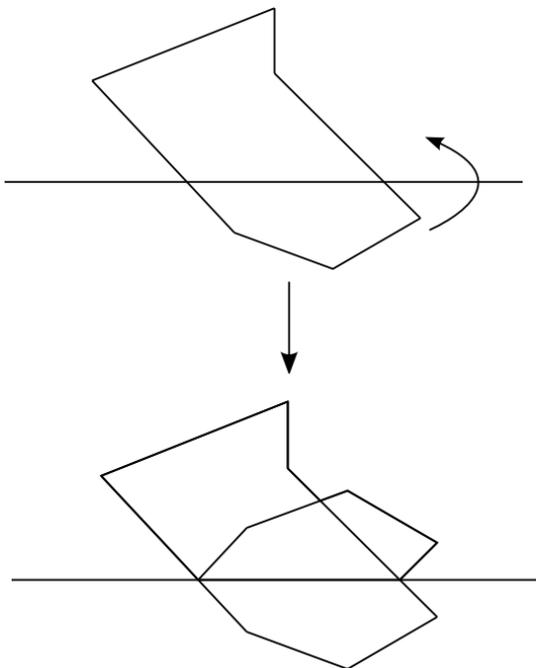
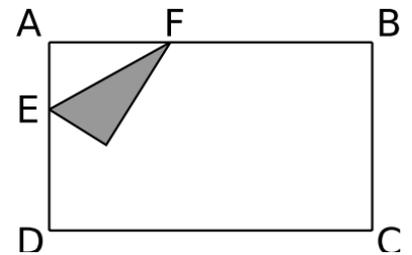
D) Explique por que Dafne não pode preencher um quadrado de lado 15 cm sem usar pelo menos um quadrado de lado 3 cm.

06. Num triângulo de lados  $a$ ,  $b$  e  $c$ , vale sempre que a soma de dois lados é maior do que o terceiro lado. Por exemplo, no triângulo abaixo, de lados  $a$ ,  $b$  e  $c$ ,



vale a desigualdade  $a < b + c$ . Esta é a famosa Desigualdade Triangular.

A) Um retângulo de papel foi dobrado conforme mostra a figura abaixo. Mostre que o perímetro (soma dos comprimentos dos lados) do polígono FBCDE obtido é menor do que o perímetro do retângulo ABCD original.



B) Um polígono de papel foi dobrado conforme a figura ao lado. Mostre que o perímetro do polígono formado é menor do que o perímetro do polígono original.

07. A professora Lorena ensinou a seus alunos o seguinte produto notável: para quaisquer números reais  $a$  e  $b$ ,

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

Por exemplo,  $4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$ . Por outro lado,  $(4 + 3)(4 - 3) = 7 \times 1 = 7$ . Usando este ensinamento da professora Lorena, faça o que se pede a seguir.

A) Calcule:

$$100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + 96^2 - 95^2 + \dots + 2^2 - 1^2$$

B) Encontre dois números inteiros maiores do que 1 cujo produto é 999 991.

08. Mirtes trabalha num setor com mais sete colegas, sendo portanto oito ao todo. No dia 1º de janeiro, Mirtes comenta que neste ano dois dos funcionários do setor farão aniversário no mesmo dia da semana, pois há sete dias em uma semana e oito colegas.

A) Usando esta ideia de Mirtes, descubra qual é o número mínimo de funcionários que o setor precisaria ter para garantir que duas pessoas tenham o mesmo signo.

B) Qual o número mínimo de funcionários que o setor precisaria ter para garantir que pelo menos quatro deles fizessem aniversário no mesmo dia da semana neste ano?

09. O número 1089 tem uma propriedade interessante. Quando fazemos a multiplicação deste número por 9, como é mostrado a seguir, obtemos o número 9801 que é o número 1089 com os seus algarismos escritos da esquerda para direita!

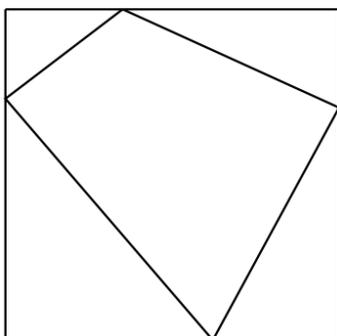
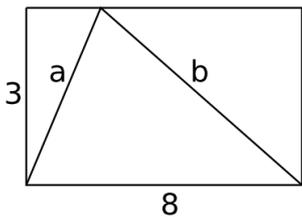
$$\begin{array}{r} 1089 \\ \times 9 \\ \hline 9801 \end{array}$$

A) Encontre um número de cinco algarismos ABCDE tal que sua multiplicação por 9 seja igual ao número que tem os dígitos de ABCDE escritos da direita para a esquerda, ou seja,

$$\begin{array}{r} A B C D E \\ \times 9 \\ \hline E D C B A \end{array}$$

B) Encontre todos os números de sete algarismos cuja multiplicação por 9, como anteriormente, inverte a posição de seus algarismos.

10. Na figura abaixo pode-se observar um retângulo cujo lado menor mede 3 e cujo lado maior mede 8. Suponha que  $a \neq b$ . Mostre que  $a + b > 10$ . Sugestão: copie um retângulo igual ao desenhado em cima dele!



B) Em cada lado de um quadrado é escolhido um ponto. Em seguida, estes pontos são ligados formando um quadrilátero, conforme mostrado na figura à esquerda. Mostre que o perímetro deste quadrilátero (soma dos comprimentos dos lados) é maior ou igual a duas vezes o comprimento da diagonal do quadrado. Sugestão: desenhe vários quadrados iguais ao quadrado dado!