

**QUESTÕES:**

**01.** A caminhonete de Beremiz pode carregar até 2 000 quilos. Ele aceita um serviço para transportar uma carga de 150 sacas de açúcar de 60 quilos cada e 100 sacas de milho de 25 quilos cada.

A) Beremiz conseguirá fazer o serviço em cinco viagens? Por quê?

B) Descreva uma maneira de fazer o serviço em seis viagens.

**02.** Um antigo método para codificar palavras consiste em escolher um número de 1 a 26, chamado chave do código, e girar o disco interno do aparelho ilustrado na figura até que essa chave corresponda à letra A. Depois disso, as letras da palavra são substituídas pelos números correspondentes, separados por tracinhos. Por exemplo, na figura ao lado a chave é 5 e a palavra PAI é codificada como 20-5-13.



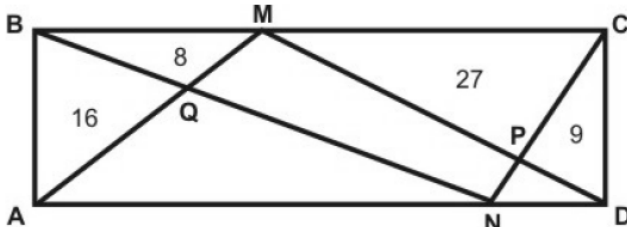
A) Usando a chave indicada na figura, descubra qual palavra foi codificada como 23-25-7-25-22-13.

B) Codifique OBMEP usando a chave 20.

C) Chico codificou uma palavra de 4 letras com a chave 20, mas esqueceu-se de colocar os tracinhos e escreveu 2620138. Ajude o Chico colocando os tracinhos que ele esqueceu e depois escreva a palavra que ele codificou.

D) Em uma outra chave, a soma dos números que representam as letras A, B e C é 52. Qual é essa chave?

**03.** Na figura ABCD é um retângulo, M e N são pontos nos lados BC e AD, respectivamente, e os números representam as áreas dos triângulos ABQ, BQM, MPC e CPD em cm<sup>2</sup>.



A) Qual é a área do triângulo AMD? Por quê?

B) Calcule a soma das áreas dos triângulos AQN e NPD.

C) Calcule a área do quadrilátero MPNQ.

**04.** Um algarismo é afilhado de um número natural se ele é o algarismo das unidades de algum divisor desse número. Por exemplo, os divisores de 56 são 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28 e 56, logo os afilhados de 56 são 1, 2, 4, 6, 7 e 8.

A) Quais são os afilhados de 57?

B) Ache um número que tenha 7 e 9 como afilhados, mas não 3. Quais são os afilhados desse número?

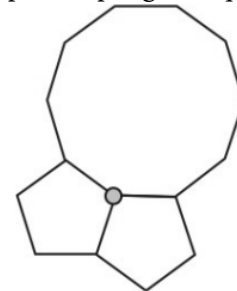
C) Explique porque 2 e 5 são afilhados de qualquer número que tenha 0 entre seus afilhados.

D) Explique porque 8 é afilhado de qualquer número que tenha 0 e 9 entre seus afilhados.

**05.** Dizemos que três ou mais polígonos regulares se encaixam se é possível colocá-los em torno de um vértice comum, sem sobreposição, de modo que cada lado que parte desse vértice é comum a dois desses polígonos. Na figura vemos dois exemplos de polígonos que se encaixam.



Três triângulos e dois quadrados



Um decágono e dois pentágonos

A) Complete a tabela abaixo, lembrando que a soma de todos os ângulos internos é de um polígono regular de  $n$  lados é  $(n - 2) \times 180^\circ$ .

$n$	Soma dos ângulos internos	Ângulo interno
3	180°	60°
4	360°	90°
5		
6		
8		

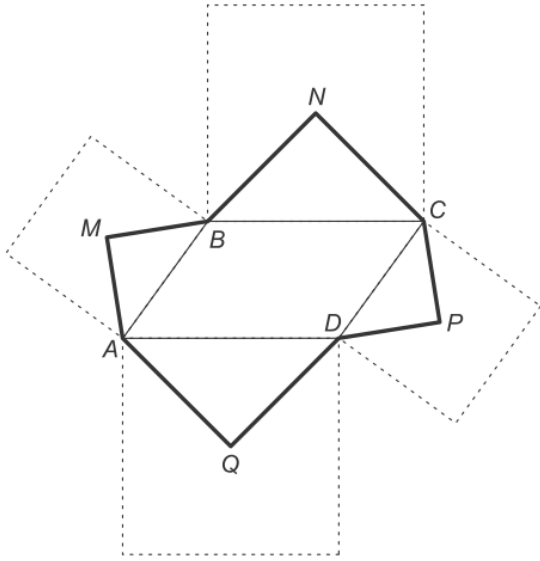
B) Um quadrado e dois octógonos (polígonos regulares de oito lados) se encaixam? Justifique sua resposta.

C) Um triângulo equilátero, um heptágono (polígono regular de sete lados) e um outro polígono se encaixam. Quantos lados tem esse polígono?

**06.** Na figura seguinte, ABCD é um paralelogramo de área 20 cm<sup>2</sup> e lados medindo 4 cm e 6 cm. Os pontos M, N, P e Q são os centros dos quadrados construídos sobre os lados do paralelogramo.

A) Calcule a área do polígono AMBNCPDQ.

B) Explique por que os ângulos  $\widehat{M\hat{A}Q}$  e  $\widehat{M\hat{B}N}$  têm a mesma medida.



07. Um “matemágico” faz mágicas com cartões verdes, amarelos, azuis e vermelhos, numerados de 1 a 13 para cada cor. Ele mistura os cartões e diz para uma criança: “sem que eu veja, escolha um cartão, calcule o dobro do número desse cartão, some 3 e multiplique o resultado por 5. Depois:

- Some 1, se o cartão for verde;
- Some 2, se o cartão for amarelo;
- Some 3, se o cartão for azul;
- Some 4, se o cartão for vermelho.

Diga-me o resultado e eu lhe direi a cor e o número do cartão que você escolheu.”

A) Joãozinho escolheu o cartão vermelho com o número 3. Qual é o número que ele deve dizer ao matemágico?

B) Mariana disse “setenta e seis” para o matemágico. Qual é o número e a cor do cartão que ela escolheu?

C) Após escolher Pedrinho disse “sessenta e um” e o matemágico respondeu “você errou alguma conta”. Explique como o matemágico pôde saber isso.

08. Catarina tem 210 cartões numerados de 1 a 210.

A) Quantos desses cartões tem um número que é múltiplo de 3?

B) Quantos desses cartões tem um número par que não é múltiplo de 3?

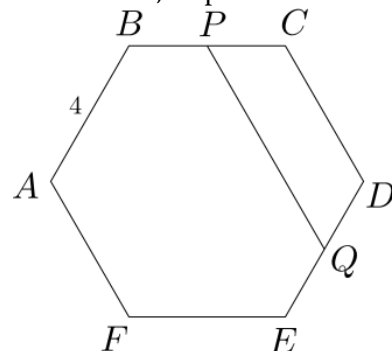
C) Qual é o menor número de cartões que Catarina deve pegar, ao acaso, para ter certeza de que 2 ou 3, seja divisor comum dos números escritos em pelo menos dois cartões?

09. Pedrinho escolheu 8 números distintos entre 1 e 11 e os escreveu numa determinada ordem. Joãozinho, vendo os

números que Pedrinho escreveu, notou o seguinte fato curioso: se fizermos a média dos  $n$  primeiros números escritos por Pedrinho,  $n = 1, \dots, 8$ , teremos como resultado sempre um número inteiro. Ou seja, se fizermos a média dos dois primeiros números, dos três primeiros, dos quatro primeiros números, e assim por diante, todas essas médias serão inteiras. Quais são as possíveis sequências de números que Pedrinho escreveu? (Dica: primeiro descubra quais são as possíveis somas para os 8 números, e depois tente descobrir de trás pra frente os números escolhidos.)

10. Um grupo de rapazes e moças saiu para comer pizza em dois dias consecutivos. No restaurante em que foram, as pizzas são cortadas em doze pedaços iguais. Maria observou que no primeiro dia cada rapaz comeu 7 pedaços, e cada moça 3 pedaços. Já no segundo dia, cada rapaz comeu 6 pedaços e cada moça 2 pedaços. Curiosamente, em ambos os dias eles pediram quatro pizzas que foram totalmente consumidas e depois pediram mais uma, da qual sobraram alguns pedaços (ou seja, foi comido pelo menos um pedaço e sobrou pelo menos um pedaço). Quantos rapazes e moças foram à pizzaria?

11. Considere o seguinte hexágono regular  $ABCDEF$ , cujo lado mede 4 cm, e onde os pontos  $P$  e  $Q$  são os pontos médios dos lados  $BC$  e  $DE$ , respectivamente.



Calcule o perímetro do hexágono  $ABPQEF$ .

12. Uma pilha de pedras está sobre uma mesa, Pedrinho joga o seguinte jogo: a cada momento, ele pode escolher uma pilha com pelo menos 3 pedras, retirar uma dessas pedras e dividir a pilha em duas pilhas não vazias. Por exemplo, se ele tem uma pilha com 15 pedras, ele pode dividir essa pilha em duas pilhas de 9 e 5 (ele tira uma pedra, ficando com 14 pedras na pilha e depois a divide). Ele pode continuar com o processo. Por exemplo, Pedrinho pode dividir a pilha com 9 pedras em duas, uma de 3 e uma de 5, ficando no final com três pilhas, uma de 3, e duas de 5.

A) Se no início há uma única pilha com 19 pedras sobre a mesa. Pedrinho com segue, depois de alguns movimentos, que todas as pilhas restantes tenham exatamente 3 pedras?

B) E se houver uma única pilha com 1001 pedras?