

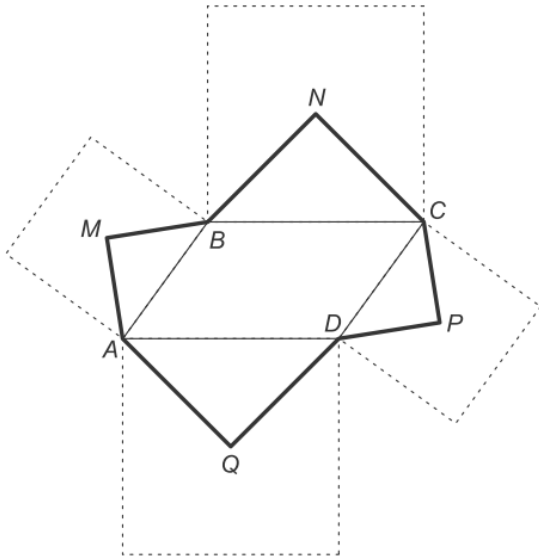
**QUESTÕES:**

**01.** Um algarismo é afilhado de um número natural se ele é o algarismo das unidades de algum divisor desse número. Por exemplo, os divisores de 56 são 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28 e 56, logo os afilhados de 56 são 1, 2, 4, 6, 7 e 8.

- A) Quais são os afilhados de 57?  
 B) Ache um número que tenha 7 e 9 como afilhados, mas não 3. Quais são os afilhados desse número?  
 C) Explique porque 2 e 5 são afilhados de qualquer número que tenha 0 entre seus afilhados.  
 D) Explique porque 8 é afilhado de qualquer número que tenha 0 e 9 entre seus afilhados.

**02.** Na figura seguinte, ABCD é um paralelogramo de área  $20 \text{ cm}^2$  e lados medindo 4 cm e 6 cm. Os pontos M, N, P e Q são os centros dos quadrados construídos sobre os lados do paralelogramo.

- A) Calcule a área do polígono AMBNCPDQ.  
 B) Explique por que os ângulos  $\widehat{M\hat{A}Q}$  e  $\widehat{M\hat{B}N}$  têm a mesma medida.



**03.** Um “matemágico” faz mágicas com cartões verdes, amarelos, azuis e vermelhos, numerados de 1 a 13 para cada cor. Ele mistura os cartões e diz para uma criança: “sem que eu veja, escolha um cartão, calcule o dobro do número desse cartão, some 3 e multiplique o resultado por 5. Depois:

- Some 1, se o cartão for verde;
- Some 2, se o cartão for amarelo;
- Some 3, se o cartão for azul;
- Some 4, se o cartão for vermelho.

Diga-me o resultado e eu lhe direi a cor e o número do cartão que você escolheu.”

- A) Joãozinho escolheu o cartão vermelho com o número 3. Qual é o número que ele deve dizer ao matemágico?  
 B) Mariana disse “setenta e seis” para o matemágico. Qual é o número e a cor do cartão que ela escolheu?

C) Após escolher Pedrinho disse “sessenta e um” e o matemágico respondeu “você errou alguma conta”. Explique como o matemágico pôde saber isso.

**04.** Catarina tem 210 cartões numerados de 1 a 210.

- A) Quantos desses cartões tem um número que é múltiplo de 3?  
 B) Quantos desses cartões tem um número par que não é múltiplo de 3?  
 C) Qual é o menor número de cartões que Catarina deve pegar, ao acaso, para ter certeza de que 2 ou 3, seja divisor comum dos números escritos em pelo menos dois cartões?

**05.** Uma pilha de pedras está sobre uma mesa, Pedrinho joga o seguinte jogo: a cada momento, ele pode escolher uma pilha com pelo menos 3 pedras, retirar uma dessas pedras e dividir a pilha em duas pilhas não vazias. Por exemplo, se ele tem uma pilha com 15 pedras, ele pode dividir essa pilha em duas pilhas de 9 e 5 (ele tira uma pedra, ficando com 14 pedras na pilha e depois a divide). Ele pode continuar com o processo. Por exemplo, Pedrinho pode dividir a pilha com 9 pedras em duas, uma de 3 e uma de 5, ficando no final com três pilhas, uma de 3, e duas de 5.

A) Se no início há uma única pilha com 19 pedras sobre a mesa. Pedrinho com segue, depois de alguns movimentos, que todas as pilhas restantes tenham exatamente 3 pedras?

B) E se houver uma única pilha com 1001 pedras?

**06.** Na expressão  $*1*2*3*4*5*6*7*8*9*10$ , Luís substituiu cada símbolo  $*$  por um sinal  $+$  ou um sinal  $-$ , utilizando cinco sinais de cada tipo. Ao calcular o valor da expressão, o resultado obtido foi um número positivo N, de dois algarismos, que é múltiplo de 7.

- A) Qual foi esse número?  
 B) Mostre uma forma de distribuir os sinais  $+$  e  $-$  para obter este valor.

**07.** Joaquina escreveu uma multiplicação no quadro e, logo depois, Pedrinho substituiu os algarismos por símbolos e letras como mostrado a seguir:

$$\begin{array}{r} \star \star \star \star \star \star A \\ \times \quad A \\ \hline BBBB BBBB \end{array}$$

A letra “A” representa o mesmo algarismo, ou seja, onde agora ela aparece, antes estava o mesmo algarismo. O mesmo vale para a letra B. Por outro lado, as estrelinhas? podem representar algarismos diferentes uns dos outros. Qual foi a multiplicação que Joaquina escreveu?

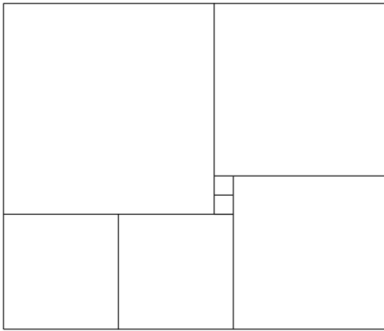
**08.** Ximena deseja numerar as páginas de um caderno. Para isto, ela tem uma grande quantidade de adesivos com os algarismos 0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, mas tem somente 100 adesivos com o algarismo 2. Determine até que página Ximena pode numerar este caderno.

09. Em quantos zeros termina:

A) O número  $A = 2^5 \times 3^7 \times 5^7 \times 11^3$  ?

B) O número  $B = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 137$  ?

10. Sofia montou um retângulo usando vários quadrados de diferentes tamanhos conforme mostra a figura a seguir:



Se os lados dos quadrados menores medem 1 cm, qual a área do retângulo formado?

11. Cinco piratas encontraram um cofre do tesouro cheio de moedas de ouro e as dividiram entre si. Sabe-se que:

— O que o primeiro pirata recebeu é equivalente à metade do que receberam os outros quatro em conjunto.

— O que o segundo pirata recebeu é equivalente à terça parte do que receberam os outros quatro em conjunto.

— O que o terceiro pirata recebeu é equivalente à quarta parte do que receberam os outros quatro em conjunto.

— O que o quarto pirata recebeu é equivalente à quinta parte do que receberam os outros quatro em conjunto.

Se o quinto pirata recebeu 90 moedas, diga quantas moedas tinha o cofre antes da divisão.

12. Um número inteiro positivo é chamado “equilibrado” se ele tem quatro algarismos, e um desses algarismos é igual à média dos outros três. Por exemplo: o número 2631 é equilibrado porque 3 é a média de 2, 6 e 1; 4444 também é equilibrado porque 4 é a média de 4, 4 e 4.

A) Encontre os três menores números equilibrados.

B) Quantos são os números equilibrados menores que 2014?

13. Pedrinho faz uma lista de todos os números de 5 algarismos distintos que se formam com os dígitos 1, 2, 3, 4, 5. Nesta lista os números estão ordenados de forma crescente.

A) Qual o número que ocupa a posição 10 da lista?

B) Qual o número que ocupa a posição 85 da lista?

14. Otávio mostrou para Gabriela um truque com três dados, cujas faces estão numeradas de 1 a 6. Ele fica de costas, pede a ela que jogue um dado de cada vez e que, em seguida:

— dobre o número obtido no primeiro dado, some 3 e multiplique por 5;

— some ao resultado encontrado o número obtido no segundo dado e multiplique por 10;

— some ao último resultado o número obtido no terceiro dado;

— anuncie o resultado final.

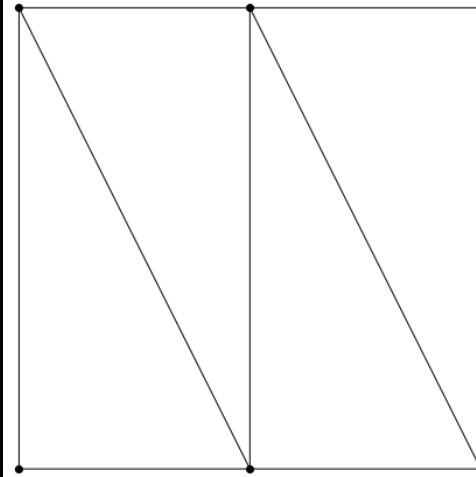
Otávio então dirá, em ordem, quais foram os números obtidos nos dados.

A) Se Gabriela obtiver os números 4, 6 e 1, nessa ordem, qual resultado ela anunciará?

B) Se Gabriela anunciar o resultado 273, o que Otávio vai dizer?

C) Explique por que Gabriela não pode anunciar o resultado 432.

15. Pedrinho tem várias peças de madeira na forma de um triângulo retângulo de catetos 1 cm e 2 cm. Com 4 dessas peças, ele consegue montar um quadrado de lado 2 cm, como na figura abaixo.



Brincando com mais peças, ele conseguiu montar um quadrado usando exatamente 20 peças. Descreva uma maneira de montar um quadrado usando 20 peças.

16. Um número de quatro algarismos ABCD é chamado balanceado se  $A + B = C + D$ .

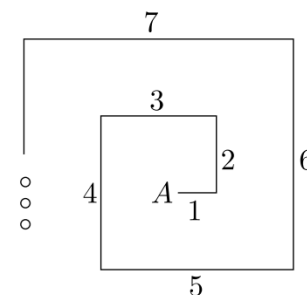
Calcule as seguintes quantidades:

A) Quantos números abcd são tais que  $a + b = c + d = 8$  ?

B) Quantos números abcd são tais que  $a + b = c + d = 16$  ?

C) Quantos números balanceados existem?

17. Florinda foi dar um passeio. Ela saiu do ponto A e caminhou 1 m. Nesse ponto ela virou para a esquerda um ângulo de  $90^\circ$  e caminhou 2 m. No último ponto ela virou para esquerda, e caminhou 3 m. Ela continuou andando desta maneira até que no último trecho ela caminhou 30 m e chegou ao seu ponto final que chamaremos de ponto B. A figura seguinte ilustra os primeiros sete trechos do passeio de Florinda (note que o ponto B não está ilustrado).



Calcule a distância entre os pontos A e B.