$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

$$\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$$

Números Binomiais e Triângulo de Pascal

O homem é feito visivelmente para pensar. É toda a sua dignidade e todo o seu mérito. E todo o seu dever é pensar bem.

Blaise Pascal

BINOMIAIS

Dados n e p naturais, com $n \geq p$, define-se como binomial, fração binomial, número binomial ou coeficiente binomial a representação $\binom{n}{p} = \dfrac{n!}{p!\,(n-p)!}$.

Como você deve lembrar, este resultado remete ao cálculo das combinações simples de n elementos quando p deles são tomados. De fato:

$$C_{n,p} = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

Neste módulo, você vai conhecer e explorar algumas propriedades desses números binomiais que serão muito úteis para a resolução de diversos problemas envolvendo as combinações simples e também para o desenvolvimento matemático de uma expressão chamada Binômio de Newton que você estudará um pouco mais adiante.

Antes, porém, você precisa conhecer o **Triângulo de Pascal**, um resultado que é construído de maneira tão simples e elegante que parece usar da mais fina e pura magia da matemática.

O TRIÂNGULO DE PASCAL

Trata-se de um resultado cuja construção obedece às seguintes regras:

1. É uma sequência de números dispostos em linhas e colunas;

2. A primeira linha do triângulo será chamada de linha zero (L_0), e a primeira coluna de coluna zero (C_0);

3. Todas as linhas começam com 1 e terminam com 1;

4. Cada linha n do triângulo terá sempre n + 1 números;

5. A partir da linha 2, cada número escrito numa coluna p, com $0 < p < n$, é a soma dos números escritos na coluna p e na coluna p – 1 da linha anterior.

Veja abaixo as 9 primeiras linhas do Triângulo de Pascal.

	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
L_0	1								
L_1	1	1							
L_2	1	2	1						
L_3	1	3	3	1					
L_4	1	4	6	4	1				
L_5	1	5	10	10	5	1			
L_6	1	6	15	20	15	6	1		
L_7	1	7	21	35	35	21	7	1	
L_8	1	8	28	56	70	56	28	8	1

O que é ainda mais fantástico e curioso na construção do Triângulo de Pascal é que cada um desses números que se observa é um binomial. Em cada linha e em cada coluna, os números observados não são nada mais que sequências de binomiais.

A linha zero, por exemplo, é formada pelo termo $\binom{0}{0}$; do mesmo modo, a linha 1 é formada pelos binomiais $\binom{1}{0}$ e $\binom{1}{1}$; a linha 2 é composta pela sequência $\binom{2}{0}$, $\binom{2}{1}$ e $\binom{2}{2}$.

Embora possa não parecer trivial agora, cada linha n do triângulo é apenas uma sequência de n + 1 binomiais.

$$
\begin{array}{lcccccccc}
L_0 & \binom{0}{0} & & & & & & & \\
L_1 & \binom{1}{0} & \binom{1}{1} & & & & & & \\
L_2 & \binom{2}{0} & \binom{2}{1} & \binom{2}{2} & & & & & \\
L_3 & \binom{3}{0} & \binom{3}{1} & \binom{3}{2} & \binom{3}{3} & & & & \\
L_4 & \binom{4}{0} & \binom{4}{1} & \binom{4}{2} & \binom{4}{3} & \binom{4}{4} & & & \\
L_5 & \binom{5}{0} & \binom{5}{1} & \binom{5}{2} & \binom{5}{3} & \binom{5}{4} & \binom{5}{5} & & \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\
L_n & \binom{n}{0} & \binom{n}{1} & \binom{n}{2} & \binom{n}{3} & \binom{n}{4} & \binom{n}{5} \cdots & \binom{n}{n-1} & \binom{n}{n}
\end{array}
$$

Esta sequência ilustra o triângulo de Pascal escrito com binomiais.

RESULTADOS IMPORTANTES

A partir do triângulo, podemos observar os seguintes resultados.

1. $\binom{n}{0} = 1$

2. $\binom{n}{n} = 1$

3. $\binom{n}{1} = n$

4. $\binom{n}{n-1} = n$

IGUALDADE DE BINOMIAIS

Se você observar novamente o triângulo de Pascal, vai ver que, em todas as linhas, a partir da linha 2, os números crescem e depois decrescem, repetindo-se. Não é curioso?

Por exemplo, na linha 6, estão 1, 6, 15, 20, 15, 6 e 1. Veja que 1, 6 e 15, se repetem. Isso ocorre porque eles resultam de **binomiais complementares**.

- $\binom{6}{0} = \binom{6}{6} = 1$
- $\binom{6}{1} = \binom{6}{5} = 6$
- $\binom{6}{2} = \binom{6}{4} = 15$

Dois números $\binom{n}{p}$ e $\binom{n}{k}$ são chamados de **binomiais complementares** quando **p + k = n**. Perceba que, dados $\binom{n}{p}$ e $\binom{n}{k}$, se:

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{k} \Longrightarrow p = k \text{ ou } p + k = n.$$

Ou seja, se dois números binomiais têm o mesmo valor, ou eles possuem todos os coeficientes iguais ou são complementares.

EXEMPLO RESOLVIDO:

01. Determine o valor k de modo que se tenha:

A) $\binom{7}{k} = \binom{7}{2}$

B) $\binom{10}{2k + 1} = \binom{10}{3}$

SOLUÇÃO:

A) Sendo $\binom{7}{k} = \binom{7}{2}$, há duas possibilidades:

- $k = 2$; ou
- $k + 2 = 7 \Longrightarrow k = 5$.

$\binom{7}{5} = \binom{7}{2}$

Binomiais complementares

B) Considerando que $\binom{10}{2k+1} = \binom{10}{3}$, há duas possibilidades:

- $2k + 1 = 3 \Longrightarrow 2k = 2 \Longrightarrow k = 1$; ou
- $2k + 1 + 3 = 10 \Longrightarrow 2k = 6 \Longrightarrow k = 3$.

$\binom{10}{7} = \binom{10}{3}$

Binomiais complementares

PROPRIEDADES IMPORTANTES

As propriedades a seguir são características presentes no triângulo de Pascal. Por exemplo, na linha 3, observe que $1 + 3 + 3 + 1 = 8 = 2^3$. Do mesmo modo, na linha 5, você pode observar que $1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32 = 2^5$. Não é difícil mostrar que vale a seguinte propriedade:

1. A soma dos elementos de uma linha n: a soma dos elementos da enésima linha é dada por 2^n.

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \binom{n}{4} + \cdots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n.$$

Levando em conta os resultados importantes já destacados anteriormente, esta soma pode variar quando se omite o primeiro termo, o último, os dois primeiros ou os dois últimos, e ainda ser fácil de calcular. Veja abaixo:

- $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \binom{n}{4} + \cdots + \binom{n}{n-1} = 2^n - 1.$

- $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \binom{n}{4} + \cdots + \binom{n}{n-1} = 2^n - 2.$

- $\binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \binom{n}{4} + \cdots + \binom{n}{n-1} = 2^n - n - 2.$

EXEMPLO RESOLVIDO:

02. Determine o valor das somas:

A) $\binom{7}{0} + \binom{7}{1} + \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} =$

B) $\binom{8}{1} + \binom{8}{2} + \binom{8}{3} + \binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8} =$

C) $\binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{9}{4} + \binom{9}{5} + \binom{9}{6} + \binom{9}{7} + \binom{9}{8} =$

D) $\binom{10}{2} + \binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} + \binom{10}{6} + \binom{10}{7} + \binom{10}{8} =$

SOLUÇÃO:

A) Note que $\binom{7}{0}+\binom{7}{1}+\binom{7}{2}+\binom{7}{3}+\binom{7}{4}+\binom{7}{5}+\binom{7}{6}+\binom{7}{7}$ é exatamente a soma de todos os termos da linha 7. Portanto, fica:

$$\binom{7}{0}+\binom{7}{1}+\binom{7}{2}+\binom{7}{3}+\binom{7}{4}+\binom{7}{5}+\binom{7}{6}+\binom{7}{7} = \mathbf{2^7 = 128}.$$

B) A soma $\binom{8}{1}+\binom{8}{2}+\binom{8}{3}+\binom{8}{4}+\binom{8}{5}+\binom{8}{6}+\binom{8}{7}+\binom{8}{8}$ corresponde aos termos da linha 8, exceto o 1º termo. Logo:

$$\binom{8}{1}+\binom{8}{2}+\binom{8}{3}+\binom{8}{4}+\binom{8}{5}+\binom{8}{6}+\binom{8}{7}+\binom{8}{8} = \mathbf{2^8 - 1 = 257}.$$

SOLUÇÃO:

C) A expressão $\binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{9}{4} + \binom{9}{5} + \binom{9}{6} + \binom{9}{7} + \binom{9}{8}$ representa a soma dos termos da linha 9, exceto os dois primeiros e o último termo. Assim, fica:

$$\binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{9}{4} + \binom{9}{5} + \binom{9}{6} + \binom{9}{7} + \binom{9}{8} = \mathbf{2^9 - 1 - 9 - 1 = 501}.$$

SOLUÇÃO:

D) Perceba que $\binom{10}{2} + \binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} + \binom{10}{6} + \binom{10}{7} + \binom{10}{8}$ corresponde à soma dos termos da linha 10, exceto os dois primeiros e os dois últimos. Portanto:

$$\binom{10}{2} + \binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} + \binom{10}{6} + \binom{10}{7} + \binom{10}{8} =$$

$$= \mathbf{2^{10} - 1 - 10 - 10 - 1 = 1024 - 22 = 1002.}$$

Agora procure observar a soma dos elementos na coluna e a relação com o valor em destaque.

	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
L_0	1								
L_1	1	1							
L_2	1	2	1						
L_3	1	3	3	1					
L_4	1	4	6	4	1				
L_5	1	5	10	10	5	1			
L_6	1	6	15	20	15	6	1		
L_7	1	7	21	35	35	21	7	1	
L_8	1	8	28	56	70	56	28	8	1

Você deve ter notado que, em qualquer das colunas, a soma dos primeiros elementos resulta no termo mais abaixo e na próxima coluna. Matematicamente, prova-se que:

2. A soma dos elementos de uma coluna p, desde o primeiro elemento até um elemento qualquer, é igual ao elemento situado na coluna à direita da considerada e na linha imediatamente abaixo. Ou seja,

$$\binom{n}{p} + \binom{n+1}{p} + \binom{n+2}{p} + \cdots + \binom{n+p}{p} = \binom{n+p+1}{p+1},$$

sempre que, em $\binom{n}{p}$, tem-se $n = p$.

EXEMPLO RESOLVIDO:

03. Calcule:

A) $\binom{0}{0} + \binom{1}{0} + \binom{2}{0} + \binom{3}{0} + \binom{4}{0} + \binom{5}{0} + \binom{6}{0} =$

B) $\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \binom{5}{2} + \binom{6}{2} + \binom{7}{2} =$

C) $\binom{4}{3} + \binom{5}{3} + \binom{6}{3} + \binom{7}{3} + \binom{8}{3} =$

D) $\binom{5}{4} + \binom{6}{4} + \binom{7}{4} + \binom{8}{4} =$

SOLUÇÃO:

A) Note que $\binom{0}{0} + \binom{1}{0} + \binom{2}{0} + \binom{3}{0} + \binom{4}{0} + \binom{5}{0} + \binom{6}{0}$ representa a soma dos 7 primeiros termos da coluna 0. Portanto, fica:

$$\binom{0}{0} + \binom{1}{0} + \binom{2}{0} + \binom{3}{0} + \binom{4}{0} + \binom{5}{0} + \binom{6}{0} = \binom{\mathbf{7}}{\mathbf{1}} \mathbf{= 7}.$$

B) Observe que a expressão $\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \binom{5}{2} + \binom{6}{2} + \binom{7}{2}$ corresponde à soma dos 6 primeiros termos da coluna 2. Logo:

$$\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \binom{5}{2} + \binom{6}{2} + \binom{7}{2} = \binom{\mathbf{8}}{\mathbf{3}} \mathbf{= 56}.$$

SOLUÇÃO:

C) A expressão $\binom{4}{3}+\binom{5}{3}+\binom{6}{3}+\binom{7}{3}+\binom{8}{3}$ representa a soma dos 6 primeiros termos da coluna 3, exceto o primeiro deles. Aí fica:

$$\binom{4}{3}+\binom{5}{3}+\binom{6}{3}+\binom{7}{3}+\binom{8}{3}=\binom{\mathbf{9}}{\mathbf{4}}\mathbf{-1=126-1=125}.$$

D) Note que $\binom{5}{4}+\binom{6}{4}+\binom{7}{4}+\binom{8}{4}$ representa a soma dos 5 primeiros termos da coluna 4, exceto o primeiro deles. Daí segue:

$$\binom{5}{4}+\binom{6}{4}+\binom{7}{4}+\binom{8}{4}=\binom{\mathbf{9}}{\mathbf{5}}\mathbf{-1=126-1=125}.$$

Observe agora a soma dos elementos que estão em diagonal, iniciando da coluna zero e de qualquer linha.

	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
L_0	1								
L_1	1	1							
L_2	1	2	1						
L_3	1	3	3	1					
L_4	1	4	6	4	1				
L_5	1	5	10	10	5	1			
L_6	1	6	15	20	15	6	1		
L_7	1	7	21	35	35	21	7	1	
L_8	1	8	28	56	70	56	28	8	1

Você percebeu que, em qualquer das diagonais, a soma dos primeiros elementos resulta no termo logo abaixo do último termo?

Matematicamente, não é difícil mostrar que vale a seguinte propriedade:

3. A soma dos primeiros elementos de uma diagonal: a soma dos elementos situados na mesma diagonal desde o elemento da 1ª coluna até o de uma coluna qualquer é igual ao elemento imediatamente abaixo deste último.

$$\binom{n}{0} + \binom{n+1}{1} + \binom{n+2}{2} + \cdots + \binom{n+p}{p} = \binom{n+p+1}{p}$$

EXEMPLO RESOLVIDO:

04. Calcule as somas:

A) $\binom{3}{0} + \binom{4}{1} + \binom{5}{2} + \binom{6}{3} + \binom{7}{4} + \binom{8}{5} + \binom{9}{6} =$

B) $\binom{5}{0} + \binom{6}{1} + \binom{7}{2} + \binom{8}{3} + \binom{9}{4} + \binom{10}{5} =$

C) $\binom{6}{1} + \binom{7}{2} + \binom{8}{3} + \binom{9}{4} =$

D) $\binom{10}{0} + \binom{11}{1} + \binom{12}{2} =$

SOLUÇÃO:

Veja que basta aplicar a propriedade anterior e tem-se:

A) $\binom{3}{0} + \binom{4}{1} + \binom{5}{2} + \binom{6}{3} + \binom{7}{4} + \binom{8}{5} + \binom{9}{6} = \boldsymbol{\binom{10}{6}} = \mathbf{210}.$

B) $\binom{5}{0} + \binom{6}{1} + \binom{7}{2} + \binom{8}{3} + \binom{9}{4} + \binom{10}{5} = \boldsymbol{\binom{11}{5}} = \mathbf{462}.$

C) $\binom{6}{1} + \binom{7}{2} + \binom{8}{3} + \binom{9}{4} = \boldsymbol{\binom{10}{4}} - \mathbf{1} = \mathbf{209}.$

D) $\binom{10}{0} + \binom{11}{1} + \binom{12}{2} = \boldsymbol{\binom{13}{2}} = \mathbf{78}.$

Para a construção do **Triângulo de Pascal**, você deve lembrar que foram estabelecidas as seguintes condições:

1. É uma sequência de números dispostos em linhas e colunas;

2. A primeira linha do triângulo será chamada de linha zero (L_0), e a primeira coluna de coluna zero (C_0);

3. Todas as linhas começam com 1 e terminam com 1;

4. Cada linha n do triângulo terá sempre n + 1 números;

5. A partir da linha 2, cada número escrito numa coluna p, com $0 < p < n$, é a soma dos números escritos na coluna p e na coluna $p - 1$ da linha anterior.

Nesta sequência, a última condição estabelece que a soma de dois números em uma linha resulta em um número na linha seguinte.

Observe isso no triângulo.

C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
L_0	1								
L_1	1	1							
L_2	1	2	1						
L_3	1	3	3	1					
L_4	1	4	6	4	1				
L_5	1	5	10	10	5	1			
L_6	1	6	15	20	15	6	1		
L_7	1	7	21	35	35	21	7	1	
L_8	1	8	28	56	70	56	28	8	1

Conhecida como **relação de Stifel**, esta propriedade garante que somar dois binomiais consecutivos em uma mesma linha resulta no binomial da linha seguinte que está na mesma coluna de parada, como escrito a seguir.

3. Relação de Stifel: a soma de dois elementos consecutivos de uma mesma linha é igual ao elemento imediatamente abaixo do maior destes.

$$\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$$

EXEMPLO RESOLVIDO:

05. Calcule as somas abaixo aplicando a relação de Stifel.

A) $\binom{4}{2} + \binom{4}{3} =$

B) $\binom{6}{3} + \binom{6}{4} =$

C) $\binom{8}{2} + \binom{8}{3} + \binom{9}{2} =$

SOLUÇÃO:

Veja que, basta aplicar a relação de Stifel, e tem-se:

A) $\binom{4}{2} + \binom{4}{3} = \binom{\mathbf{5}}{\mathbf{3}} = \mathbf{10}$

B) $\binom{6}{3} + \binom{6}{4} = \binom{\mathbf{7}}{\mathbf{4}} = \mathbf{35}$

C) $\underbrace{\binom{8}{2} + \binom{8}{3}}_{\binom{9}{3}} + \binom{9}{2} = \underbrace{\binom{9}{3} + \binom{9}{2}}_{\binom{10}{3}} = \binom{\mathbf{10}}{\mathbf{3}} = \mathbf{120}$

EXERCÍCIOS

QUESTÃO 01

Calcule os binomiais.

A) $\binom{6}{2}$

C) $\binom{9}{6}$

B) $\binom{7}{4}$

D) $\binom{11}{9}$

QUESTÃO 02

Calcule o valor das expressões.

A) $\binom{7}{0} + \binom{8}{8} + \binom{9}{1}$

B) $\binom{7}{1} + \binom{9}{9} + \binom{10}{10}$

C) $\binom{6}{5} + \binom{9}{8} \cdot \binom{8}{7}$

D) $\binom{7}{0} + \binom{11}{10} \cdot \binom{10}{9}$

E) $\binom{20}{0} + \binom{20}{20} + \binom{50}{0} \cdot \binom{50}{50}$

F) $\sqrt{\binom{30}{1} \cdot \binom{30}{29} + \binom{40}{1} \cdot \binom{40}{39}}$

QUESTÃO 03

Determine o valor das expressões, aplicando a propriedade da soma dos elementos de uma mesma linha.

A) $\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \cdots + \binom{6}{6} =$

B) $\binom{7}{0} + \binom{7}{1} + \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \cdots + \binom{7}{7} =$

C) $\binom{8}{1} + \binom{8}{2} + \binom{8}{3} + \binom{8}{4} + \cdots + \binom{8}{8} =$

D) $\binom{9}{0} + \binom{9}{1} + \binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \cdots + \binom{9}{8} =$

E) $\binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \cdots + \binom{10}{9} =$

F) $\binom{12}{2} + \binom{12}{3} + \binom{12}{4} + \binom{12}{5} + \cdots + \binom{12}{11} =$

G) $\binom{11}{2} + \binom{11}{3} + \binom{11}{4} + \binom{11}{5} + \cdots + \binom{11}{9} =$

H) $\binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{9}{4} + \binom{9}{5} + \cdots + \binom{9}{7} =$

QUESTÃO 04

Aplique a relação de Stifel e transforme cada soma em um único número binomial. Em seguida obtenha o valor.

A) $\binom{8}{2} + \binom{8}{3} =$

D) $\binom{8}{4} + \binom{8}{3} =$

B) $\binom{9}{5} + \binom{9}{6} =$

E) $\binom{8}{5} + \binom{8}{6} + \binom{9}{7} =$

C) $\binom{7}{2} + \binom{7}{3} =$

F) $\binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{11}{3} =$

QUESTÃO 05

Considerando a propriedade de igualdade de binomiais, determine o valor x em cada caso.

A) $\binom{7}{2} = \binom{7}{x}$

B) $\binom{11}{2} = \binom{11}{x}$

C) $\binom{12}{x} = \binom{12}{7}$

D) $\binom{13}{5} = \binom{13}{x+3}$

E) $\binom{10}{2x+1} = \binom{10}{7}$

F) $\binom{x}{6} = \binom{x}{4}$

QUESTÃO 06

Considerando a igualdade de binomiais e a relação de Stifel, calcule o valor x em cada caso.

A) $\binom{x}{2} + \binom{x}{3} = \binom{8}{3}$

B) $\binom{x}{4} + \binom{x}{5} = \binom{7}{5}$

C) $\binom{10}{x} + \binom{10}{x+1} = \binom{11}{8}$

QUESTÃO 07

Considere a soma dos elementos de uma mesma coluna do triângulo de Pascal e determine o valor das somas abaixo.

A) $\binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{5}{3} + \binom{6}{3} + \binom{7}{3} + \binom{8}{3} =$

B) $\binom{5}{5} + \binom{6}{5} + \binom{7}{5} + \binom{8}{5} + \binom{9}{5} + \binom{10}{5} =$

C) $\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \binom{5}{2} + \binom{6}{2} =$

D) $\binom{5}{4} + \binom{6}{4} + \binom{7}{4} + \binom{8}{4} + \binom{9}{4} =$

E) $\binom{6}{5} + \binom{7}{5} + \binom{8}{5} + \binom{9}{5} + \binom{10}{5} =$

QUESTÃO 08

Considere a soma dos elementos de uma mesma diagonal do triângulo de Pascal e determine o valor das somas abaixo.

A) $\binom{3}{0} + \binom{4}{1} + \binom{5}{2} + \binom{6}{3} + \binom{7}{4} =$

B) $\binom{5}{0} + \binom{6}{1} + \binom{7}{2} + \binom{8}{3} + \binom{9}{4} =$

C) $\binom{9}{2} + \binom{10}{3} + \binom{11}{4} + \binom{12}{5} =$

D) $\binom{4}{0} + \binom{5}{1} + \binom{6}{2} + \binom{7}{3} + \binom{8}{4} + \binom{9}{5} + \binom{10}{6} =$

E) $\binom{7}{1} + \binom{8}{2} + \binom{9}{3} + \binom{10}{4} =$

QUESTÃO 09

Determine x na equação $\binom{x}{1} + \binom{x+1}{2} + \binom{x+2}{3} = \binom{9}{3} - 1$.

QUESTÃO 10

A soma das raízes da equação $\binom{18}{6} = \binom{18}{4x-1}$ é:

A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 10

QUESTÃO 11

Seja n um número natural tal que $\binom{10}{4} + \binom{10}{n+1} = \binom{11}{4}$.

Então n vale:

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

QUESTÃO 12

Determine n na equação $\binom{n}{3} + \binom{n}{4} = 5n(n-2)$.

QUESTÕES COMPLEMENTARES

QUESTÃO 13

Sabendo que $\binom{k}{2} = 21$, tem-se k igual a:

A) 3.
B) 4.
C) 6.
D) 7.
E) 9.

QUESTÃO 14

A igualdade $\binom{n+2}{n} = 10$ é verdadeira para um certo n tal que n! é igual a:

A) 3.

B) 6.

C) 24.

D) 120.

E) 720.

QUESTÃO 15 (UNIFOR - CE)

A soma dos números binomiais

$$\binom{100}{0} + \binom{100}{1} + \binom{100}{2} + \binom{100}{3} + \cdots + \binom{100}{99} + \binom{100}{100}$$

é igual a:

A) 2^{11}

B) 2^{100}

C) 100^{0}

D) 100^{2}

E) 100^{100}

QUESTÃO 16

O valor de n tal que

$$\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \cdots + \binom{n}{n-1} = 2046 \text{ é:}$$

A) 5.
B) 8.
C) 10.
D) 11.
E) 12.

QUESTÃO 17

Um palácio possui 15 quartos, 35 lâmpadas internas e 10 lâmpadas externas. Sabendo que cada quarto possui uma única lâmpada, de quantas maneiras é possível que, pelo menos, uma lâmpada interna ou externa fique acesa, ficando as luzes dos quartos todas apagadas?

A) 30^{45}

B) 30^{15}

C) 45^{30}

D) $3^{45} - 1$

E) $2^{30} - 1$

QUESTÃO 18

Os números binomiais $\binom{20}{6}$ e $\binom{20}{2x}$ representam valores em duas posições equidistantes, respectivamente, do início e do final de uma mesma linha no triângulo de Pascal. Desse modo, tem-se que:

A) x = 3.

B) x = 5.

C) x = 7.

D) x = 8.

E) x = 9.

QUESTÃO 19

Considere a igualdade a seguir.

$$\binom{15}{y+5} + \binom{3x}{7} = \binom{3x+1}{y+5}$$

A soma dos valores de x e y vale:

A) 3.

B) 5.

C) 7.

D) 8.

E) 10.

QUESTÃO 20

Considere a seguinte soma de coeficientes binomiais:

$$\binom{30}{17} + \binom{30}{18} + \binom{31}{19} + \binom{32}{20} + \binom{33}{21} + \binom{34}{22}$$

Um número binomial que representa essa soma é

A) $\binom{35}{12}$

B) $\binom{35}{13}$

C) $\binom{34}{21}$

D) $\binom{34}{22}$

E) $\binom{35}{23}$

GABARITOS E RESPOSTAS

01. A) 15	B) 35	C) 36	D) 55		
02. A) 11	B) 9	C) 78	D) 111	E) 3	F) 50

03.

A) 64	C) 255	E) 1022	G) 2024
B) 128	D) 511	F) 4082	H) 492

04. A) 84	B) 210	C) 56	D) 126	E) 120	F) 495

05.

A) $x = 2$ ou $x = 5$	D) $x = 2$ ou $x = 5$
B) $x = 2$ ou $x = 9$	E) $x = 3$ ou $x = 1$
C) $x = 7$ ou $x = 5$	F) $x = 10$

06.

A) $x = 7$

B) $x = 6$

C) $x = 7$ ou $x = 2$

07. A) 126	B) 462	C) 35	D) 251	E) 461
08. A) 70	B) 210	C) 1278	D) 462	E) 329
09. $x = 6$	**10**. A	**11**. B	**12**. $n = 11$.	**13**. D
14. B	**15**. B	**16**. D	**17**. E	**18**. C
19. D	**20**. B			

@polinatadigital