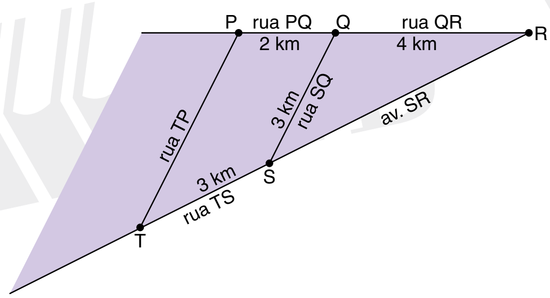
Resolução das atividades complementares

TERCEIRÃO FTD 1

Matemática

M1 — Geometria Plana

1 (UFF-RJ) O circuito triangular de uma corrida está esquematizado na figura a seguir:



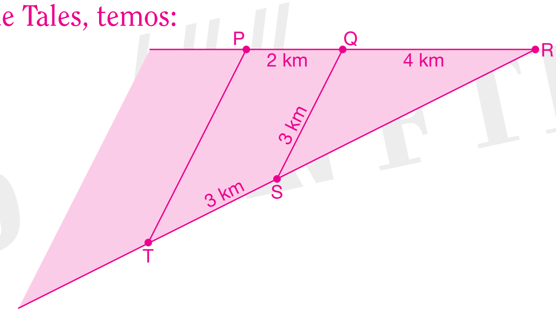
As ruas TP e SQ são paralelas. Partindo de *S*, cada corredor deve percorrer o circuito passando, sucessivamente, por *R*, *Q*, *P*, *T*, retornando, finalmente, a *S*.

Assinale a opção que indica o perímetro do circuito:

a) 4,5 km
b) 19,5 km
c) 20,0 km
d) 22,5 km
e) 24,0 km

Resolução:

Usando o teorema de Tales, temos:



$$\frac{QR}{PQ} = \frac{SR}{TS} \Rightarrow \frac{4}{2} = \frac{SR}{3} \Rightarrow SR = 6 \text{ km}$$

$$\frac{TP}{SQ} = \frac{PQ + QR}{QR} \Rightarrow \frac{TP}{3} = \frac{2+4}{4} \Rightarrow TP = 4,5 \text{ km}$$

O perímetro do circuito é igual a:

$SR + QR + PQ + TP + TS = 6 + 4 + 2 + 4,5 + 3 = 19,5$ km

2 (Fuvest-SP) Em uma fotografia aérea em trecho retilíneo de uma estrada que mede 12,5 km aparece medindo 5 cm.

a) Calcule, em quilômetros, o comprimento que corresponde a 1 cm na mesma fotografia. 2,5 km

b) Uma área de 1 cm^2 dessa fotografia corresponde a quantos quilômetros quadrados do real? 6,25 km^2

c) Se, nessa fotografia, uma área queimada aparece com 9 cm^2, qual é, em quilômetros quadrados, a área real da superfície queimada? 56,25 km^2

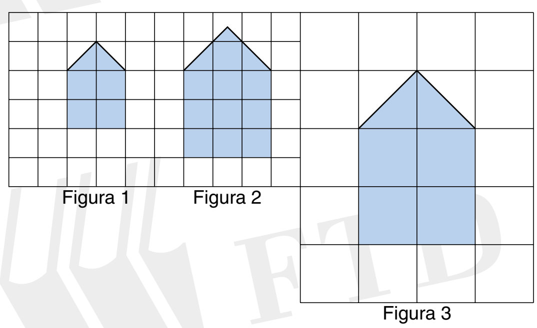
Resolução:

a)
$$\begin{array}{lcl} \text{km} & \underline{\qquad} & \text{cm} \\ 12{,}5 & \underline{\qquad} & 5 \\ x & \underline{\qquad} & 1 \end{array} \Bigg\} \; x = \frac{12{,}5}{5} = 2{,}5 \text{ km}$$

c)
$$\begin{array}{lcl} \text{cm}^2 & \underline{\qquad} & \text{km}^2 \\ 1 & \underline{\qquad} & 6{,}25 \\ 9 & \underline{\qquad} & x \end{array} \Bigg\} \; x = 9 \cdot 6{,}25 = 56{,}25 \text{ km}^2$$

b)
$$\begin{array}{lcl} 1 \text{ cm} & \rightarrow & 2{,}5 \text{ km} \\ (1 \text{ cm})^2 & \rightarrow & (2{,}5 \text{ km})^2 \\ 1 \text{ cm}^2 & \rightarrow & 6{,}25 \text{ km}^2 \end{array}$$

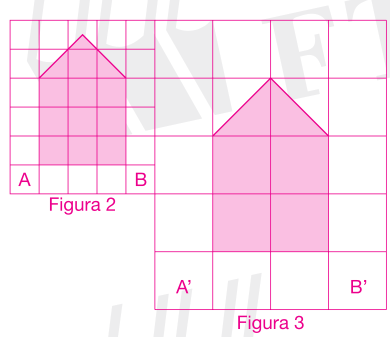
3 (FGV-SP) Observe as figuras seguintes.



A figura 1 foi ampliada para a figura 2, e esta também foi ampliada para a figura 3.
O fator de ampliação da figura 2 para a figura 3 é:

a) $\frac{7}{4}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{5}{4}$ e) $\frac{7}{6}$

Resolução:



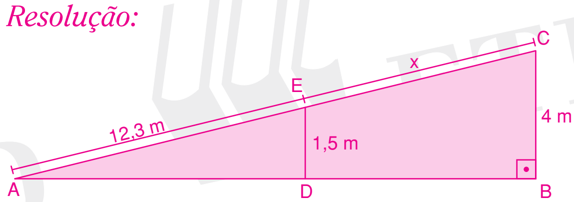
Seja *x* a medida do lado da malha quadriculada da figura 2, e admitamos que a medida do lado da malha quadriculada da figura 3 é 2x.

Assim, A'B' = 4x, AB = 3x e, portanto, o fator de ampliação da figura 2 para a figura 3 é:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{4x}{3x} = \frac{4}{3}$$

4 (Unicamp-SP) Uma rampa de inclinação constante, como a que dá acesso ao Palácio do Planalto em Brasília, tem 4 m de altura na sua parte mais alta. Uma pessoa, tendo começado a subi-la, nota que após caminhar 12,3 m sobre a rampa está a 1,5 m de altura em relação ao solo. Calcule quantos metros a pessoa ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa. 20,5 m

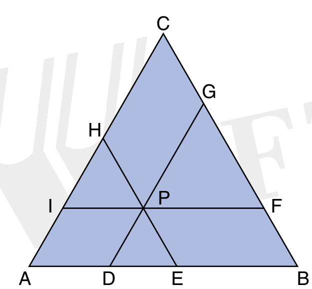
Resolução:



$$\frac{1{,}5}{4} = \frac{12{,}3}{12{,}3 + x} \Rightarrow 12{,}3 + x = \frac{4 \cdot 12{,}3}{1{,}5}$$

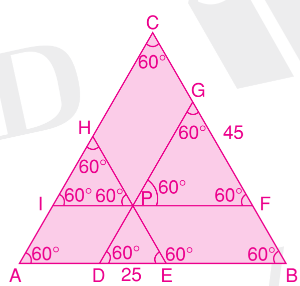
$$x = 32{,}8 - 12{,}3 \Rightarrow x = 20{,}5 \text{ m}$$

5 (UFPE) Na ilustração ao lado, o ponto P está no interior do triângulo ABC, e por P são traçadas paralelas aos lados $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ que interceptam esses lados nos pontos D, E, F, G, H e I. Se ABC é eqüilátero de lado 100, DE = 25 e FG = 45, qual a medida de $\overline{HI}$? 30



Resolução:

Da figura, obtemos:



Os triângulos ABC, DEP, FGP e HIP são todos semelhantes.

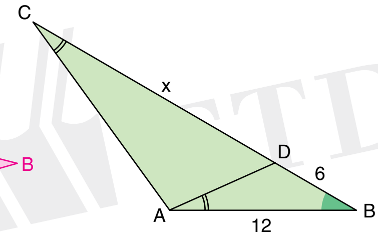
Portanto:

$$\frac{DE}{AB} + \frac{FG}{BC} + \frac{HI}{AC} = \frac{DE}{AB} + \frac{PF}{AB} + \frac{PI}{AB} = \frac{(EB + DE + AD)}{AB} = 1$$

Daí, vem:

$$\frac{25}{100} + \frac{45}{100} + \frac{HI}{100} = 1 \Rightarrow 70 + HI = 100 \Rightarrow HJ = 30$$

6 (UFCE) Na figura são dados AB = 12 cm e BD = 6 cm. Como o △ABC ~ △ABD, determine a medida, em centímetros, do segmento $\overline{CD}$. CD = 18 cm



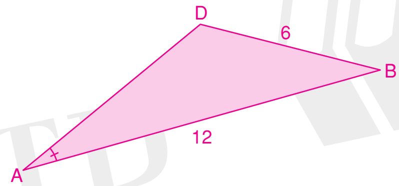
Resolução:

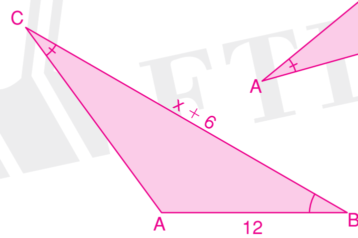
$$\frac{12}{x+6} = \frac{6}{12}$$

6(x + 6) = 144

x + 6 = 24

CD = 18 cm





7 (Fatec-SP) Na figura abaixo, o triângulo ABC é retângulo e isósceles, e o retângulo nele inscrito tem lados que medem 4 cm e 2 cm. O perímetro do triângulo MBN é:

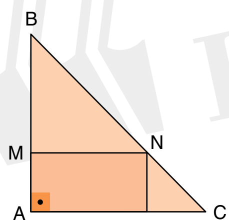
a) 8 cm

b) 12 cm

c) $(8 + \sqrt{2})$ cm

d) $8 + 2\sqrt{2}$) cm

e) $4(2 + \sqrt{2})$ cm



Resolução:

MN = AP = 4 (medidas dos lados opostos de um retângulo)

△BMN ~ △BAC

$\begin{cases} B\hat{M}N \cong B\hat{A}C \text{ (retos)} \\ \hat{B} \text{ (comum)} \end{cases}$

Então o triângulo BMN é retângulo isósceles.

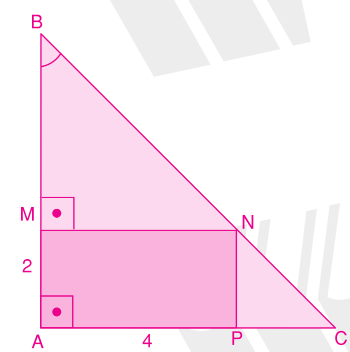
BM = MN = 4

$(BN)^2 = (BM)^2 + (MN)^2$

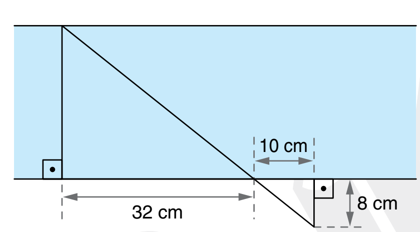
$(BN)^2 = 4^2 + 4^2$

$(BN)^2 = 32 \therefore BN = 4\sqrt{2}$

Perímetro do △BMN: $4 + 4 + 4\sqrt{2} = 4(2 + \sqrt{2})$ cm



8 (UFPE) A figura representa um rio cujas margens são retas paralelas.



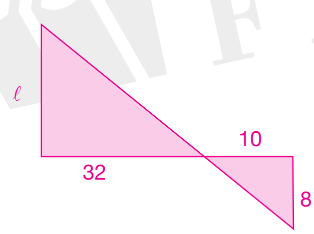
Qual é o número inteiro mais próximo da largura do rio, quando esta é medida em metros? 26 m

Resolução:

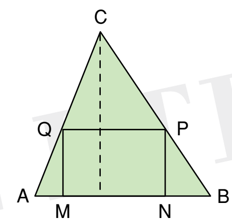
$$\frac{\ell}{8} = \frac{32}{10}$$

$\ell = 25{,}6$ m

Número inteiro mais próximo = 26 m



9 (Fuvest-SP) No triângulo acutângulo ABC, a base $\overline{AB}$ mede 4 cm e a altura relativa a essa base também mede 4 cm. MNPQ é um retângulo cujos vértices *M* e *N* pertencem ao lado $\overline{AB}$, *P* pertence ao lado $\overline{BC}$ e *Q* ao lado $\overline{AC}$. O perímetro desse retângulo, em centímetros, é:



a) 4 b) 8 c) 12 d) 14 e) 16

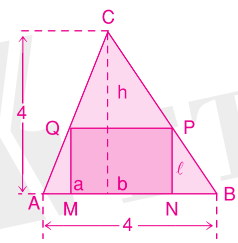
Resolução:

AB = 4

h = 4

$$S_{\triangle} = \frac{4 \cdot 4}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Na figura, temos:



$$\frac{AM \cdot \ell}{2} + b \cdot \ell + \frac{NB \cdot \ell}{2} + \frac{b(h - \ell)}{2} = 8$$

$AM \cdot \ell + 2b \cdot \ell + NB \cdot \ell + bh - b\ell = 16$

$AM \cdot \ell + b\ell + NB \cdot \ell + bh = 16 \Rightarrow \ell(AM + b + NB) + bh = 16$

Pela figura, $AM + b + NB = 4$.

$4\ell + 4b = 16$ (:2) $\Rightarrow 2\ell + 2b = 8$

O perímetro é 8.

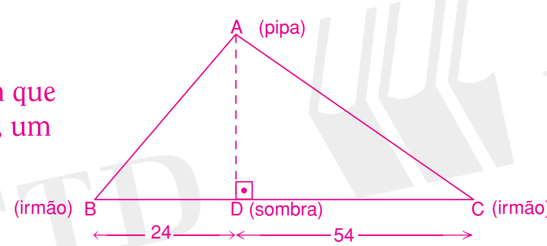
10 (IBMEC-SP) Dois irmãos, curiosos para saber a que altura do chão conseguiam empinar sua pipa, resolveram mandá-la ao ar presa em duas linhas. Eles fizeram esta experiência num momento em que o Sol projetava uma sombra perfeitamente vertical sobre eles. Cada um dos irmãos ficou segurando uma das linhas, ambas supostamente esticadas. Eles observaram que suas posições estavam alinhadas com a sombra da pipa, estando a sombra da pipa entre os dois. E mediram 24 metros de distância entre um dos irmãos e a sombra da pipa, e 78 metros de distância entre os dois.

a) Faça um esboço da situação descrita, destacando as posições dos irmãos, da pipa e sua sombra.

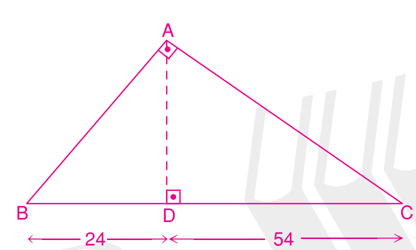
b) Supondo que as duas linhas formavam um ângulo reto no nó preso à pipa, calcule a que altura estava a pipa. 36 m

Resolução:

a) Do enunciado esboçamos a figura, cotada em metros, em que os pontos *A*, *B*, *C* e *D* representam, respectivamente, a pipa, um irmão, o outro irmão e a sombra da pipa:



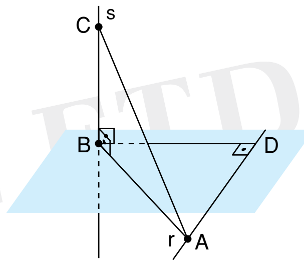
b) Do enunciado e do item anterior temos a figura:



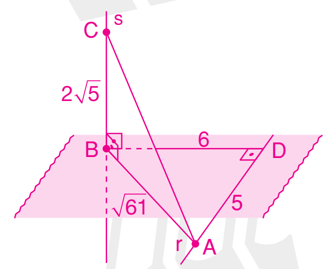
Das relações métricas no triângulo retângulo ABC, a medida AD pedida é tal que $(AD)^2 = 24 \cdot 54$, ou seja, AD = 36 m.

11 (Fatec-SP) O ponto *A* pertence à reta *r*, contida no plano α. *A* reta s, perpendicular a α, o intercepta no ponto *B*. O ponto *C* pertence a *s* e dista $2\sqrt{5}$ cm de *B*. Se a projeção ortogonal de $\overline{AB}$ em *r* mede 5 cm e o ponto *B* dista 6 cm de *r*, então a distância de *A* a *C*, em centímetros, é igual a:

a) $9\sqrt{5}$
b) 9
c) 7
d) 4
e) $3\sqrt{5}$



Resolução:



No triângulo retângulo ADB, temos:
$(AB)^2 = (6 \text{ cm})^2 + (5 \text{ cm})^2 \rightarrow (AB)^2 = 61 \text{ cm}^2$

No triângulo retângulo ABC, temos:
$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$
$(AC)^2 = 61 \text{ cm}^2 + (2\sqrt{5} \text{ cm})^2 \rightarrow AC = 9 \text{ cm}$

12 (Unicamp-SP) Entre todos os triângulos cujos lados têm como medidas números inteiros e perímetro igual a 24 cm, apenas um deles é eqüilátero e apenas um deles é retângulo. Sabe-se que um dos catetos do triângulo retângulo mede 8 cm.

a) Calcule a área do triângulo eqüilátero. $16\sqrt{3}$ cm²
b) Encontre o raio da circunferência circunscrita ao triângulo retângulo. 5 cm

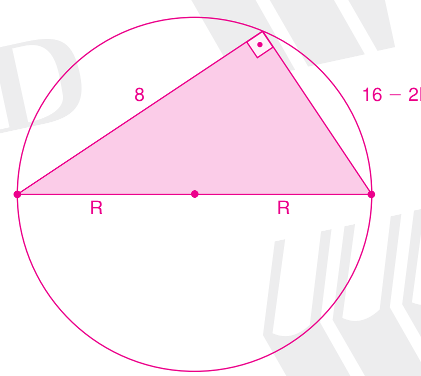
Resolução:

a) Sendo *S* a área, em centímetros quadrados, e ℓ a medida, em centímetros, de cada lado do único triângulo eqüilátero cujo perímetro é igual a 24 centímetros, tem-se:

1º) $3\ell = 24 \Leftrightarrow \ell = 8$

2º) $S = \dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$

Assim: $S = \dfrac{8^2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow S = 16\sqrt{3}$

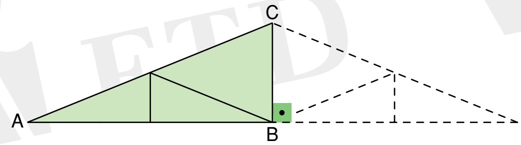


b) Sendo *R* a medida, em centímetros, do raio da circunferência circunscrita ao triângulo retângulo de perímetro igual a 24 centímetros em que um dos catetos mede 8 centímetros e outro naturalmente mede 16 – 2R centímetros, de acordo com o Teorema de Pitágoras, tem-se:

$(2R)^2 = 8^2 + (16 - 2R)^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 4R^2 = 64 + 256 - 64R + 4R^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 64R = 320 \Leftrightarrow R = 5$

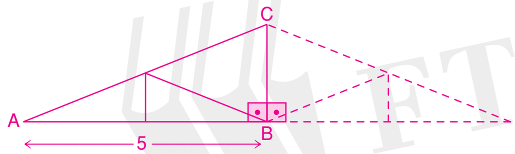
13 (Mackenzie-SP) A figura abaixo representa uma estrutura de construção chamada tesoura de telhado. Sua inclinação é tal que, a cada metro deslocado na horizontal, há um deslocamento de 40 cm na vertical. Se o comprimento da viga $\overline{AB}$ é 5 m, das alternativas abaixo, a que melhor aproxima o valor do comprimento da viga $\overline{AC}$, em metros, é:

a) 5,4 b) 6,7 c) 4,8 d) 5,9 e) 6,5



Resolução:

Do enunciado, temos a figura ao lado, cotada em *m*:



Ainda, do enunciado, a medida BC é tal que:

$BC = 0{,}4 \cdot 5 \therefore BC = 2$

Aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo ABC, temos:

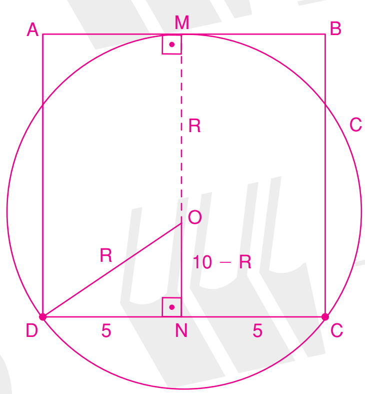
$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \therefore (AC)^2 = 5^2 + 2^2 \therefore AC = \sqrt{29} \therefore AC \approx 5{,}4$

14 (Unicamp-SP) Sejam *A*, *B*, *C* e *D* os vértices de um quadrado cujos lados medem 10 cm cada um. Suponha que a circunferência *C* passe pelos pontos *C* e *D*, que formam o lado $\overline{CD}$ do quadrado, e seja tangente, no ponto *M*, ao lado oposto $\overline{AB}$.

a) Calcule a área do triângulo cujos vértices são *C*, *D* e *M*. 50 cm²

b) Calcule o raio da circunferência *C*. 6,25 cm

Resolução:



a) Consideremos a figura ao lado, que mostra o quadrado ABCD e a circunferência *C* de centro *O* e raio *R*. Observe que $\overline{OM} \perp \overline{AB}$, pois a circunferência é tangente ao lado $\overline{AB}$ no ponto *M*.

Como *M* pertence ao lado $\overline{AB}$, cuja distância a $\overline{CD}$ é 10 cm, a altura do triângulo CDM relativa ao lado $\overline{CD}$ mede 10 cm.

Assim, a sua área é $\dfrac{CD \cdot 10}{2} = \dfrac{10 \cdot 10}{2} = 50 \text{ cm}^2$.

b) No triângulo retângulo OND, temos:

$ON = MN - OM = 10 - R$

$OD = R$

$DN = \dfrac{10}{2} = 5 \text{ cm}$

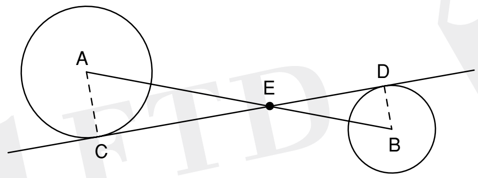
Usando o teorema de Pitágoras, vem:

$R^2 = (10 - R)^2 + 5^2$

$R^2 = 100 - 20R + R^2 + 25$

$R = 6{,}25 \text{ cm}$

15 (UFSC) Na figura abaixo, as circunferências de centros *A* e *B* têm raios 9 cm e 6 cm, respectivamente, e a distância entre os centros é 25 cm. A reta *t* é uma tangente interior às circunferências nos pontos *C* e *D*. Calcule, em centímetros, a medida do segmento $\overleftrightarrow{CD}$. CD = 20 cm



Resolução:

$(AB)^2 = (AF)^2 + (FB)^2$

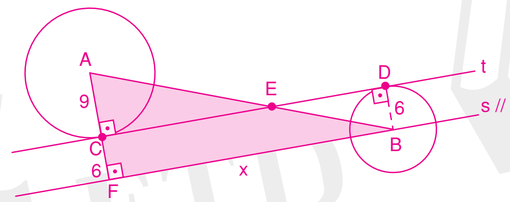
$25^2 = 15^2 + x^2$

$x^2 = 625 - 225$

$x^2 = 400, x > 0$

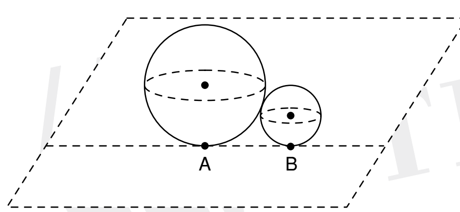
$x = \sqrt{400} = 20$

CD = 20 cm



16 (Fuvest-SP) No jogo de bocha, disputado num terreno plano, o objetivo é conseguir lançar uma bola de raio 8 o mais próximo possível de uma bola menor, de raio 4. Num lançamento, um jogador conseguiu fazer com que as duas bolas ficassem encostadas, conforme ilustra a figura abaixo. A distância entre os pontos *A* e *B*, em que as bolas tocam o chão, é:

a) 8 b) $6\sqrt{2}$ c) $8\sqrt{2}$ d) $4\sqrt{3}$ e) $6\sqrt{3}$



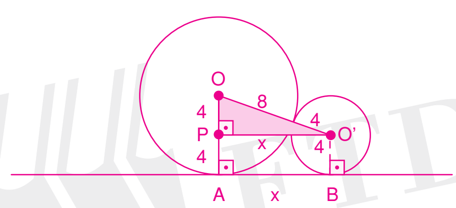
Resolução:

No triângulo retângulo OPO':

$x^2 + 4^2 = 12^2$

$x^2 + 16 = 144$

$x^2 = 128 \therefore x = 8\sqrt{2}$



17 (UnB-DF) Em um triângulo retângulo, um dos catetos mede 16 metros. Determine, em metros, a medida da hipotenusa, sabendo que a medida desta excede a medida do outro cateto em 8 metros. 20 m

Resolução:

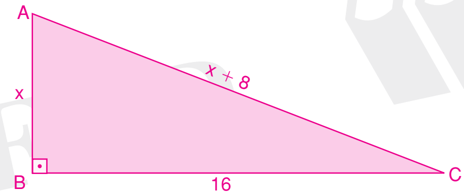
$(x + 8)^2 = x^2 + 16^2$

$x^2 + 16x + 64 = x^2 + 256$

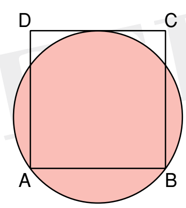
$16x = 256 - 64$

$x = 12$

$AC = x + 8 \therefore AC = 20$ m



18 (UFPE) Na ilustração abaixo, a circunferência passa pelos vértices *A* e *B* do quadrado ABCD e é tangente ao lado $\overline{CD}$. Se o quadrado tem lado 12, indique o diâmetro da circunferência. 15



Resolução:

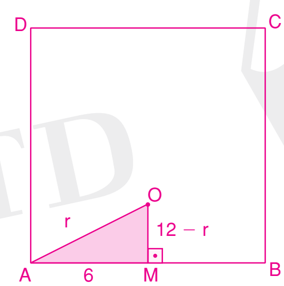
Da figura, temos:

$r^2 = (12 - r)^2 + 6^2 \Rightarrow r^2 = 144 - 24r + r^2 + 36$

$24r = 180$

$r = 7{,}5$

Portanto, $d = 2r \Rightarrow d = 15$



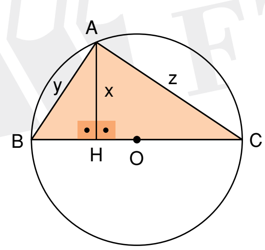
19 Por um ponto *A* de uma circunferência, traça-se o segmento $\overline{AH}$ perpendicular a um diâmetro $\overline{BC}$, conforme a figura abaixo. Se o ponto *H* determina no diâmetro segmentos de 4 cm e 9 cm, calcule a medida *x* do segmento $\overline{AH}$, a medida *y* da corda $\overline{AB}$ e a medida *z* da corda $\overline{AC}$. $x = 6$ cm; $y = 2\sqrt{13}$ cm; $z = 3\sqrt{13}$ cm

Resolução:

$x^2 = 4 \cdot 9$

$x^2 = 36$

$x = 6$ cm



$y^2 = 4 \cdot 13$

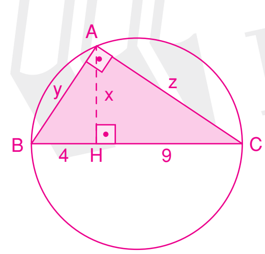
$y^2 = 52$

$y = 2\sqrt{13}$ cm

$z^2 = 9 \cdot 13$

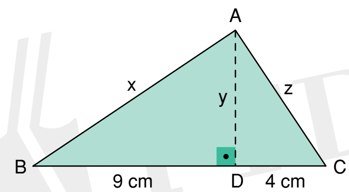
$z^2 = 117$

$z = 3\sqrt{13}$ cm



20 Observe o triângulo retângulo ABC mostrado na figura. Determine os valores de x, y e z.

$x = 3\sqrt{13}$ cm; $y = 6$ cm; $z = 2\sqrt{13}$ cm



Resolução:

$y^2 = 9 \cdot 4 \Rightarrow y = \sqrt{36} \therefore y = 6$ cm

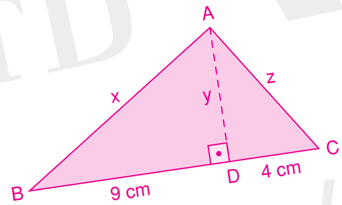
$z^2 = y^2 + 4^2 \Rightarrow z^2 = 36 + 16$

$z = \sqrt{52} \therefore z = 2\sqrt{13}$ cm

$x^2 = 13^2 - \left(\sqrt{52}\right)^2$

$x^2 = 169 - 52$

$x = \sqrt{117} \therefore x = 3\sqrt{13}$ cm



21 (UFPel-RS) Um carrossel circular, localizado em determinado parque, possui, em seu interior, outro carrossel circular concêntrico. O raio de cada um é, respectivamente, 5 m e 3 m. Sabendo que os dois brinquedos possuem o mesmo ponto de embarque, considerando uma pessoa embarcando em cada um desses brinquedos e, ainda, que um deles completa uma volta em 40 segundos e o outro, em 50 segundos, responda às perguntas abaixo:

a) Em quanto tempo as pessoas que embarcaram juntas estarão novamente juntas no ponto de embarque? 3min 20s

b) No momento em que estiverem novamente juntas, no ponto de embarque, que distância terá percorrido cada pessoa? 125,6 m e 94,2 m

Resolução:

a) Se um deles completa uma volta em 40 segundos e o outro, em 50 segundos, as pessoas estarão novamente juntas no ponto de embarque no instante igual a:
m.m.c (40,50) = 200 s ou 3min 20s

b) Em 200 s, o número de voltas dadas pelos carrocéis é:

$$\frac{200 \text{ s}}{40 \text{ s}} = 5 \text{ voltas}$$

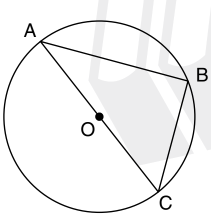
$$\frac{200 \text{ s}}{50 \text{ s}} = 4 \text{ voltas}$$

Assim, temos:

$d_1 = 4\,C_1 = 4 \cdot 2\pi \cdot 5 = 40\pi = 40 \cdot 3{,}14 = 125{,}6$ m

$d_2 = 5\,C_2 = 5 \cdot 2\pi \cdot 3 = 30\pi = 30 \cdot 3{,}14 = 94{,}2$ m

22 Na figura ao lado, a corda $|\overline{AB}|$ mede 8 cm e a corda $|\overline{BC}|$ mede 6 cm. Sendo $|\overline{AC}|$ um diâmetro dessa circunferência, qual é o comprimento da circunferência? 31,4 cm



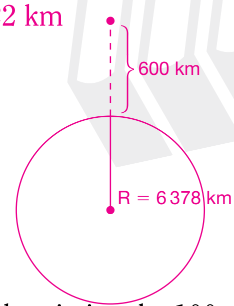
Resolução:

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \Rightarrow (AC)^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow AC = 10$ cm

$r = \dfrac{AC}{2} = 5 \text{ cm} \Rightarrow C = 2\pi r$

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \Rightarrow C = 31{,}4$ cm

23 Um satélite artificial gira ao redor da Terra a uma altura de 600 km. Qual será o comprimento do percurso de um giro completo do satélite, supondo que sua órbita seja exatamente circular e no plano equatorial? Dados: raio da Terra = 6 378 km e π = 3,14. $\simeq$ 43 822 km



Resolução:

r = 6 378 + 600 = 6 978

$C = 2\pi \cdot r$

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6\,978$

C = 43 821,84

C $\simeq$ 43 822 km

24 Uma pessoa se encontra na margem de um lago circular de raio igual a 100 m e deseja ir até o ponto diametralmente oposto, na outra margem do lago. Suponha que essa pessoa consiga nadar a 1 km/h e andar a 2 km/h. Considerando que velocidade $= \dfrac{\text{distância}}{\text{tempo}}$, qual o caminho que essa pessoa deve escolher (por terra ou por água) de modo que gaste o menor tempo possível? caminho por terra

Resolução:

Vamos estudar as duas situações:

Nadando:

$\ell = 2r = 200$ m = 0,2 km

$V = \dfrac{\text{distância}}{\text{tempo}} \Rightarrow 1 = \dfrac{0{,}2}{t}$

t = 0,2 hora ou 12 minutos

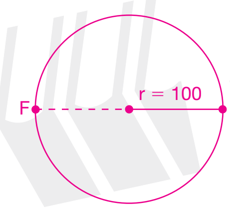
Andando:

$C = \pi r = 3{,}14 \cdot 100$

C = 314 m = 0,314 km

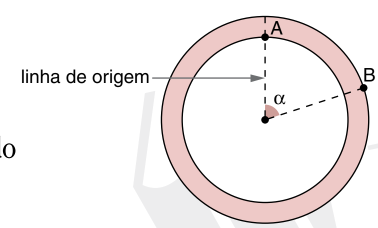
$t = \dfrac{0{,}314}{2} = 0{,}157$

t = 0,157 h ou t = 9,42 min



Deve escolher o caminho por terra.

25 (UFG) Deseja-se marcar nas trajetórias circulares concêntricas, representadas na figura ao lado, os pontos *A* e *B*, de modo que dois móveis partindo, respectivamente, dos pontos *A* e *B*, no sentido horário, mantendo-se na mesma trajetória, percorram distâncias iguais até a linha de origem. Considerando que o ponto *A* deverá ser marcado sobre a linha de origem a 8 m do centro e o ponto *B* a 10 m do centro, o valor do ângulo α, em graus, será igual a:



a) 30 b) 36 c) 45 d) 60 e) 72

Resolução:

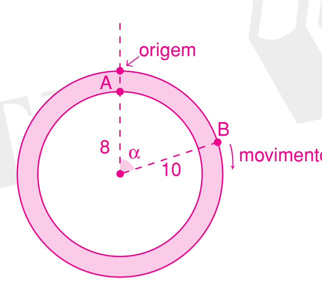
O móvel que parte de *A* dá uma volta completa na circunferência. Assim, percorre:

$C_1 = 2\pi R_1 \rightarrow C = 2\pi 8 = 16\pi\text{m}$

O móvel *B* deverá percorrer 16πm. Assim: $C_2 = 2\pi R \rightarrow$

1 volta ______ 20πm,
x ______ 16πm

$\rightarrow \dfrac{1}{x} = \dfrac{20\pi}{16\pi} \rightarrow x = \dfrac{4}{5}$ volta



Daí, vem:

$\dfrac{4}{5}$ volta ______ y°
1 volta ______ 360°

$\rightarrow \dfrac{\frac{4}{5}}{1} = \dfrac{y}{360°} \rightarrow y = 288°$

O ângulo α é igual a:

$\alpha = 360° - 288° = 72°$

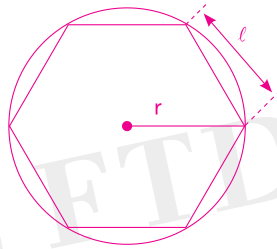
26 Um hexágono regular tem lados medindo 8 cm. Calcule a diferença entre o comprimento da circunferência circunscrita e o perímetro desse hexágono. (Use $\pi = 3{,}14$.) 2,24 cm

Resolução:

$\ell = r = 8$ cm

$C = 2\pi r \Rightarrow C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 8$

$C = 50{,}24$ cm



$2p = 6\ell \Rightarrow 2p = 6 \cdot 8$

$2p = 48$ cm

$\therefore C - 2p = 2{,}24$ cm

27 O apótema de um hexágono regular mede $6\sqrt{3}$ cm. Nessas condições, determine a medida do seu lado. 12 cm

Resolução:

$m = 6\sqrt{3}$ cm

$\ell = r$

$$m = \frac{r\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 6\sqrt{3} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \therefore \ell = 12 \text{ cm}$$

28 Dado um triângulo eqüilátero, cujo lado mede 6 cm, calcule:

a) o raio da circunferência circunscrita; $2\sqrt{3}$ cm

b) a medida do apótema. $\sqrt{3}$ cm

Resolução:

a) $\ell = r\sqrt{3} \Rightarrow 6 = r\sqrt{3} \therefore r = 2\sqrt{3}$ cm

b) $m = \dfrac{r}{2} \therefore m = \sqrt{3}$ cm

29 Calcule a razão entre a medida do lado de um hexágono regular e a do lado de um quadrado inscritos na mesma circunferência de raio r. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Resolução:

Hexágono regular: $\ell = r$

Quadrado: $\ell' = r\sqrt{2}$

$$\frac{\ell}{\ell'} = \frac{r}{r\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\ell}{\ell'} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

30 Uma circunferência tem 12 cm de raio. Calcule a medida do lado do quadrado e do triângulo eqüilátero inscritos nessa circunferência. $12\sqrt{2}$ cm; $12\sqrt{3}$ cm

Resolução:

$r = 12$ cm

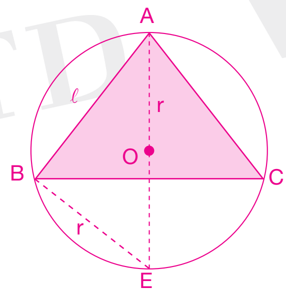
Quadrado: $\ell_1 = r\sqrt{2} \Rightarrow \ell_1 = 12\sqrt{2}$ cm

Triângulo eqüilátero: $\ell_2 = r\sqrt{3} \Rightarrow \ell_2 = 12\sqrt{3}$ cm

31 (UFU-MG) Sejam ABC um triângulo eqüilátero inscrito numa circunferência de raio *r* e $\overline{AE}$ o diâmetro dessa circunferência. As medidas dos lados do triângulo AEB, em função de *r*, são:

a) $2r$, $\sqrt{3}\,r$ e $\sqrt{2}\,r$ (b) $2r$, $\sqrt{3}\,r$ e r c) $2r$, $3r$ e $\sqrt{2}\,r$ d) $2r$, $3\sqrt{2}\,r$ e r e) $2r$, $3r$ e r

Resolução:



$AE = 2r,\ BE = r$

$4r^2 = r^2 + \ell^2$

$3r^2 = \ell^2 \Rightarrow \ell = \sqrt{3}\,r$

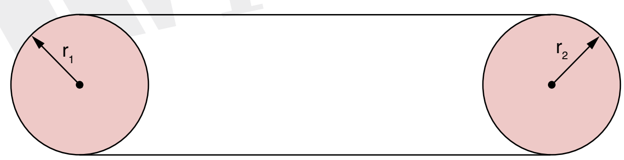
$AB = r\sqrt{3}$

As medidas dos lados do triângulo são:

$2r$, $\sqrt{3}\,r$ e r.

32 Duas polias de raios iguais a 2,2 cm são ligadas por uma correia de comprimento igual a 44 cm. Qual a distância entre os centros das duas polias? $\simeq$ 15,1 cm

Resolução:



$r = 2{,}2$ cm

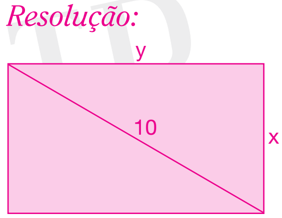
$C = 2\pi r$

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}2 \Rightarrow C = 13{,}816$

$2d + 13{,}816 = 44 \Rightarrow d \simeq 15{,}1$ cm

33 Encontre a área de um retângulo, sabendo que a diagonal mede 10 m e o perímetro é igual a 28 m. $48\ m^2$

Resolução:



$S = xy$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 28 \Rightarrow x + y = 14 \ (I) \\ x^2 + y^2 = 10^2 \ (II) \end{cases}$$

Elevando (I) ao quadrado, temos:

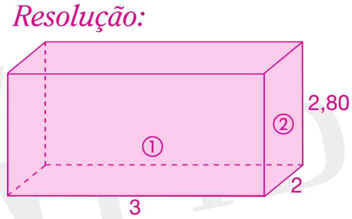
$(x + y)^2 = 14^2 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 196$ (III)

Substituindo (II) em (III): $10^2 + 2xy = 196 \Rightarrow xy = 48\ m^2$

Portanto, $S = 48\ m^2$

34 (Cesgranrio-RJ) Numa cozinha de 3 m de comprimento, 2 m de largura e 2,80 m de altura, as portas e janelas ocupam uma área de 4 m². Para azulejar as quatro paredes, o pedreiro aconselha a compra de 10% a mais de metragem a ladrilhar. Calcule a metragem de ladrilhos que se deve comprar. $26{,}40\ m^2$

Resolução:



S_T = área total

$S_T = 2S_1 + 2S_2 - 4$

$S_T = 2 \cdot 3 \cdot 2{,}80 + 2 \cdot 2 \cdot 2{,}80 - 4$

$S_T = 16{,}8 + 11{,}2 - 4 \Rightarrow S_T = 24\ m^2$

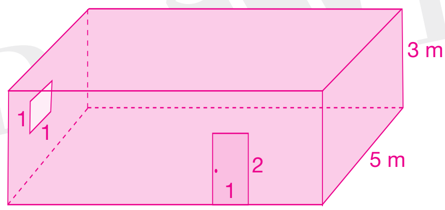
Metragem de ladrilhos $= 24 + 24 \cdot 10\% = 24(1 + 0{,}10) = 26{,}40\ m^2$

35 (UFG) Um quarto possui 7 m de comprimento, 5 m de largura e 3 m de altura, tendo uma porta de 1 m por 2 m e uma janela quadrada de 1 m de lado. Deseja-se pintar as quatro paredes internas e o teto do quarto, excetuando-se a janela, a porta e o chão.

a) Qual a área a ser pintada? $104\ m^2$

b) Se um litro de tinta é suficiente para pintar $3\ m^2$, quantos litros de tinta serão gastos nessa pintura? $34{,}66\ \ell$

Resolução:



a) $S_T = 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 7 + 7 \cdot 5 - 1 \cdot 2 - 1 \cdot 1$

$S_T = 107 - 3 \Rightarrow S_T = 104\ m^2$

b) Cada litro de tinta cobre $3\ m^2$.

Para pintar $104\ m^2$, temos $\frac{104}{3} \Rightarrow \frac{104}{3}\ \ell = 34{,}66\ \ell$.

36 (Unicamp-SP) Um fio de 48 cm de comprimento é cortado em duas partes, para formar dois quadrados, de modo que a área de um deles seja quatro vezes a área do outro.

a) Qual deve ser o comprimento de cada uma das partes do fio? 32 cm e 16 cm

b) Qual será a área de cada um dos quadrados formados? $64\ cm^2$ e $16\ cm^2$

Resolução:

a) $\underbrace{\quad}_{x}\underbrace{\qquad\qquad}_{48 - x}$

$$\left(\frac{48 - x}{4}\right)^2 = 4 \cdot \left(\frac{x}{4}\right)^2$$

$x^2 + 32x - 768 = 0$ ⟨ $x_1 = -48$ (não convém); $x_2 = 16$

$48 - x = 32$ cm

$x = 16$ cm

b) $\ell_1 = \frac{32}{4} = 8$

$S_1 = 8^2 \Rightarrow S_1 = 64\ cm^2$

$\ell_2 = \frac{16}{4} = 4$

$S_2 = 4^2 \Rightarrow S_2 = 16\ cm^2$

37 O mapa de um loteamento foi desenhado de forma que cada 2 cm do mapa representam 300 m da realidade. No mapa, a chácara de meu tio é um retângulo de lados 1,5 cm e 2,4 cm. Qual é a área, em metros quadrados, dessa chácara? $81\,000\ m^2$

Resolução:

med. no desenho (em *cm*)	med. no real (em *m*)
2	300
1,5	b
2,4	h

$$\left.\begin{matrix} 2 \text{ ——— } 300 \\ 1{,}5 \text{ ——— } b \end{matrix}\right\} \quad b = 225\ m$$

$$\left.\begin{matrix} 2 \text{ ——— } 300 \\ 2{,}4 \text{ ——— } h \end{matrix}\right\} \quad h = 360\ m$$

Área $= b \cdot h = 81\,000\ m^2$

38 Um engenheiro fez a planta de um apartamento, e cada 5 cm do desenho corresponde a 2,5 m reais. Sabendo que as áreas de dois polígonos semelhantes são proporcionais aos quadrados das medidas de dois lados correspondentes quaisquer, determine:

a) a escala utilizada na planta; 1 : 50

b) a razão entre as áreas do apartamento na planta e no real; 1 : 2 500

c) a área real, em metros quadrados, de uma sala que tem 60 cm^2 no desenho da planta. 15 m^2

Resolução:

a) $\begin{cases} 5\text{ cm} \text{ ——— } 2{,}5\text{ m} \\ 1\text{ cm} \text{ ——— } x \end{cases}$

$\dfrac{5}{1} = \dfrac{2{,}5}{x} \Rightarrow x = 0{,}5\text{ m ou } 50\text{ cm}$

Escala 1 : 50

b) $\dfrac{S'}{S} = \left(\dfrac{1}{50}\right)^2 = \dfrac{1}{2500}$

Razão 1 : 2 500

c) $S = 2\,500 \cdot S'$, em que $S' = 60\text{ cm}^2$

Logo: $S = 2\,500 \cdot 60$

$S = 150\,000\text{ cm}^2$ ou 15 m^2

39 (UFSCar-SP) A *Folha de S. Paulo*, na sua edição de 11/10/2000, revela que o buraco que se abre na camada de ozônio sobre a Antártida a cada primavera no Hemisfério Sul formou-se mais cedo neste ano. É o maior buraco já monitorado por satélites, com o tamanho recorde de $(2{,}85) \cdot 10^7\text{ km}^2$. Em números aproximados, a área de $(2{,}85) \cdot 10^7\text{ km}^2$ equivale à área de um quadrado cujo lado mede:

a) $(5{,}338) \cdot 10^2$ km

b) $(5{,}338) \cdot 10^3$ km

c) $(5{,}338) \cdot 10^4$ km

d) $(5{,}338) \cdot 10^5$ km

e) $(5{,}338) \cdot 10^6$ km

Resolução:

$\ell^2 = 2{,}85 \cdot 10^7\text{ km}^2 \Rightarrow \ell^2 = 28{,}5 \cdot 10^6\text{ km}^2$

$\ell = \sqrt{28{,}5} \cdot 10^3\text{ km} \Rightarrow \ell \simeq 5{,}338 \cdot 10^3\text{ km}$

40 (Mackenzie-SP) O triângulo ABC da figura foi dividido em duas partes de mesma área pelo segmento $\overline{DE}$, que é paralelo a $\overline{BC}$. A razão $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{DE}}$ vale:

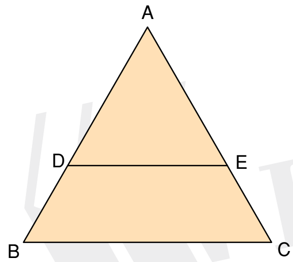
a) 2

b) $\dfrac{3}{2}$

c) $\dfrac{5}{2}$

d) $\sqrt{2}$

e) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$



Resolução:

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$

$\dfrac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \left(\dfrac{\overline{BC}}{\overline{DE}}\right)^2 = 2 \Rightarrow \dfrac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \sqrt{2}$

41 (Vunesp-SP) Para ladrilhar uma sala são necessárias exatamente 400 peças iguais de cerâmica na forma de um quadrado. Sabendo-se que a área da sala é 36 m², determine:

a) a área de cada peça, em metros quadrados; $0{,}09\ m^2$

b) o perímetro de cada peça, em metros. 1,2 m

Resolução:

a) $S = \dfrac{36}{400} \Rightarrow S = 0{,}09\ m^2$

b) $\ell^2 = S \Rightarrow \ell^2 = 0{,}09$

$\ell = \sqrt{0{,}09} \Rightarrow \ell = 0{,}3\ m$

$P_{\square} = 4 \cdot \ell \Rightarrow P_{\square} = 4 \cdot 0{,}3 \Rightarrow P_{\square} = 1{,}2\ m$

42 A área de um triângulo pode ser calculada em função das medidas *a, b,* e *c* de seus lados. Basta usar a fórmula, atribuída ao matemático grego Herão (séc. I d.C.):

$$S = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}\text{, em que } p = \frac{a + b + c}{2}.$$

Calcule a área de um triângulo cujos lados medem 7 cm, 8 cm e 9 cm. $12\sqrt{5}\ cm^2$

Resolução:

$p = \dfrac{7 + 8 + 9}{2} = 12\ cm$

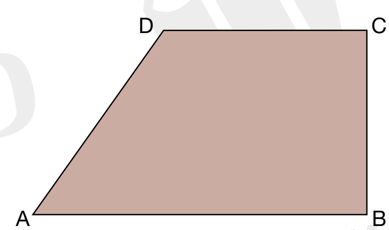
$S = \sqrt{12(12 - 7)(12 - 8)(12 - 9)} \Rightarrow S = 12\sqrt{5}\ cm^2$

43 (Unicamp-SP) Um terreno tem a forma de um trapézio retângulo ABCD, conforme mostra a figura a seguir, e as seguintes dimensões:

$\overline{AB} = 25\ m$, $\overline{BC} = 24\ m$, $\overline{CD} = 15\ m$

a) Se cada metro quadrado desse terreno vale R$ 50,00, qual é o valor total do terreno? R$ 24 000,00

b) Divida o trapézio ABCD em quatro partes de mesma área, por meio de três segmentos **paralelos ao lado** BC. Faça uma figura para ilustrar sua resposta, indicando nela as dimensões das divisões no lado AB.



Resolução:

a) Área do trapézio ABCD

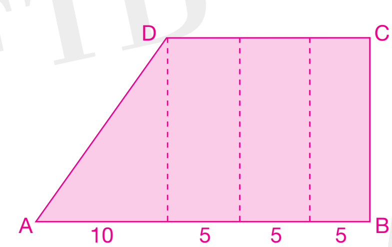
$S = \dfrac{(25 + 15) \cdot 24}{2} \Rightarrow S = 480\ m^2$

Valor do terreno:

$V = 480 \cdot 50$

$V = R\$\ 24\,000{,}00$

b) Trapézio dividido em quatro partes de mesma área:



44 (Unifor-CE) A área, em metros quadrados, de um trapézio cujas bases medem 12 m e 8 m e cujos ângulos da base medem 60° é:

a) $20(\sqrt{3} + 4\sqrt{2})$ b) $20\sqrt{3}$ c) $20\sqrt{2}$ d) $16\sqrt{2}$ e) $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

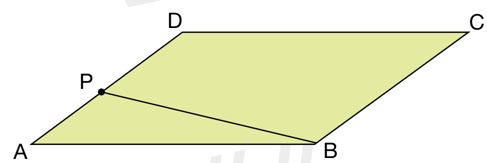
Resolução:

$$\text{tg } 60° = \frac{h}{2}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{2} \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

$$S = \frac{(12 + 8)2\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3} \Rightarrow S = 20\sqrt{3}\ \text{m}^2$$

45 (UFPE) Na figura ao lado, *P* é o ponto médio do segmento $\overline{AD}$ do paralelogramo ABCD. Calcule a área, em metros quadrados, do triângulo APB, sabendo-se que a área do paralelogramo é 136 m^2. 34 m^2

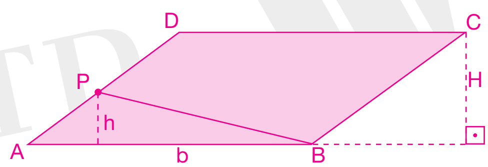


Resolução:

$$S_{ABCD} = b \cdot H = 136\ \text{m}^2\ \text{(I)}$$

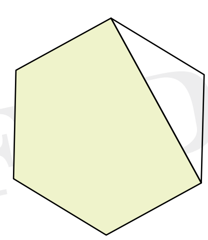
$$h = \frac{H}{2},\ S_{\triangle} = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow S_{\triangle} = \frac{b \cdot H}{2 \cdot 2}\ \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II): $S_{\triangle} = \frac{136}{4} = 34\ \text{m}^2$



46 (Mackenzie-SP) Se o hexágono regular da figura tem área 2, a área do pentágono assinalada é:

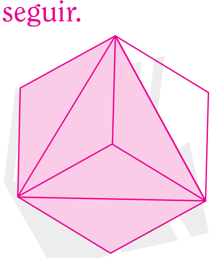
a) $\frac{7}{2}$ b) $\frac{7}{3}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{5}{3}$



Resolução:

O hexágono regular pode ser dividido em 6 triângulos de mesma área, conforme a figura a seguir.

$$S_{pent} = \frac{5}{6} \cdot S_{hex} = \frac{5}{6} \cdot 2 = \frac{5}{3}$$

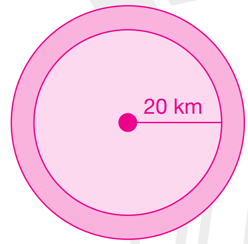


47 (Fuvest-SP) Deseja-se construir um anel rodoviário circular em torno da cidade de São Paulo, distando aproximadamente 20 km da Praça da Sé.

a) Quantos quilômetros deverá ter essa rodovia? $\simeq$120 km

b) Qual a densidade demográfica da região interior ao anel (em habitantes por quilômetro quadrado), supondo que lá residam 12 milhões de pessoas? (Adote o valor $\pi = 3$.) 10^4 hab./km^2

Resolução:



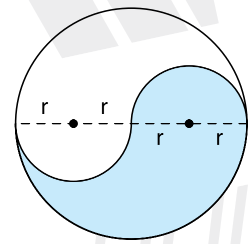
a) $C = 2\pi R = 2 \cdot \pi \cdot 20 = 40\pi$

$C \simeq 120$ km

b) $d = \dfrac{\text{nº de pessoas}}{\text{área}} = \dfrac{12 \cdot 10^6}{1200} = 10^4$

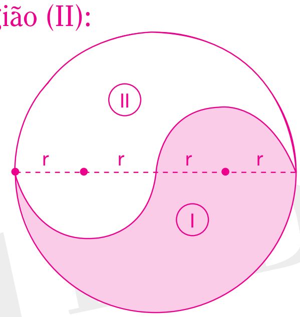
$d = 10^4$ hab./km^2

48 Sabendo que r = 10 cm, calcule a área da região colorida de azul na figura. (Adote $\pi = 3{,}14$.) 628 cm^2



Resolução:

A área da região (I) é igual à área da região (II):

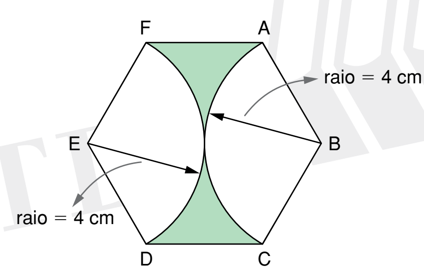


$S_I = S_{II} = \dfrac{\pi \cdot (2r)^2}{2} = 2\pi r^2$

$r = 10$

$S_I = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 \Rightarrow S_I = 628$ cm^2

49 A figura ao lado representa um hexágono regular. Calcule:



a) a medida do seu apótema; $2\sqrt{3}$ cm

b) a área da região colorida de verde. $\dfrac{72\sqrt{3} - 32\pi}{3}$ cm^2

Resolução:

a) $m = \dfrac{r\sqrt{3}}{2} = \dfrac{4\sqrt{3}}{2} \therefore m = 2\sqrt{3}$ cm

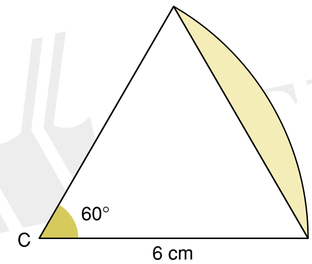
b) $S = S_{hex} - 2 \cdot S_{setor}$

$S_{hex} = 6 \cdot \dfrac{4 \cdot \cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{2}} \therefore S_{hex} = 24\sqrt{3}$ cm^2

$S_{setor} = \dfrac{120 \cdot \pi \cdot 4^2}{360} \therefore S_{setor} = \dfrac{16\pi}{3}$ cm^2

$S = 24\sqrt{3} - 2 \cdot \dfrac{16\pi}{3} \therefore S = \dfrac{72\sqrt{3} - 32\pi}{3}$ cm^2

50 Calcule a área do segmento circular da figura ao lado. $3{,}27\ \text{cm}^2$
Use $\pi = 3{,}14$ e $\sqrt{3} = 1{,}73$.



Resolução:

$$S_{\text{seg. circular}} = S_{\text{setor}} - S_{\triangle}$$

$$S_{\text{setor}} = \frac{\alpha R^2}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3} \text{ e } R = 6\ \text{cm}$$

$$S_{\text{setor}} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{6^2}{2} \Rightarrow$$

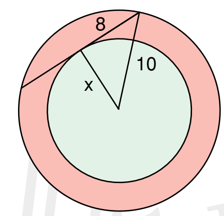
$$\Rightarrow S_{\text{setor}} = 6\pi\ \text{cm}^2$$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2}\, b \cdot h \begin{cases} b = 6\ \text{cm} \\ h = \dfrac{6\sqrt{3}}{2} \therefore h = 3\sqrt{3}\ \text{cm} \end{cases}$$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3\sqrt{3} \therefore S_{\triangle} = 9\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

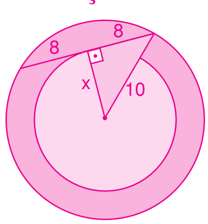
$$S_{\text{seg. circular}} = 6\pi - 9\sqrt{3} \Rightarrow S_{\text{seg. circular}} = 3{,}27\ \text{cm}^2$$

51 (UFRN) Dois círculos são concêntricos, e o primeiro, de área $100\pi\ \text{m}^2$, possui uma corda de 16 m tangenciando o segundo. A área do segundo círculo é:



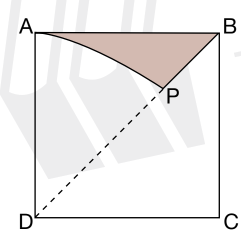
a) $28\pi\ \text{m}^2$
b) $36\pi\ \text{m}^2$
c) $45\pi\ \text{m}^2$
d) $62\pi\ \text{m}^2$
e) $64\pi\ \text{m}^2$

Resolução:



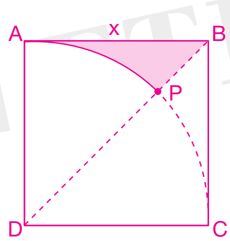
$10x^2 = x^2 + 8^2$
$x^2 = 36$
$x = 6$
$S = \pi x^2 = 36\pi$
$S = 36\pi\ \text{m}^2$

52 (Mackenzie-SP) Na figura, ABCD é um quadrado e o arco AP tem centro em *D*. Se a área assinalada mede $\dfrac{4 - \pi}{8}$, o perímetro do quadrado é igual a:



a) 2
b) $4\sqrt{2}$
c) 4
d) $\sqrt{2}$
e) 8

Resolução:



$$S = \frac{1}{2} \cdot \left(x^2 - \frac{1}{4}\pi x^2\right) = \frac{4 - \pi}{8}$$

$$\frac{x^2}{2} - \frac{\pi x^2}{8} = \frac{4 - \pi}{8}$$

$$4x^2 - \pi x^2 = 4 - \pi \Rightarrow (4 - \pi)x^2 = 4 - \pi$$

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$$

Perímetro do quadrado: $P = 4x = 4$

53 (FGV-SP) O menor número possível de lajotas que deve ser usado para recobrir um piso retangular de 5,60 m por 7,20 m, com lajotas quadradas, sem partir nenhuma delas, é:

a) 1 008 b) 720 c) 252 d) 63 e) 32

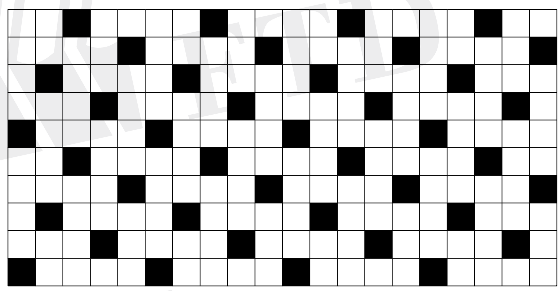
Resolução:

Além de ser divisor de 560 cm e de 720 cm, o número que representa a medida, em cm, do lado de cada lajota quadrada, deve ser o maior possível.

Assim, o lado será $\ell = \text{mdc}(560, 720) = 80$.

O piso retangular comportará, portanto, no mínimo, $\frac{560}{80} \cdot \frac{720}{80} = 7 \cdot 9 = 63$ lajotas.

54 (ENEM) Um pátio de grandes dimensões vai ser revestido por pastilhas quadradas brancas e pretas, segundo o padrão representado abaixo, que vai ser repetido em toda a extensão do pátio.



As pastilhas de cor branca custam R$ 8,00 por metro quadrado e as de cor preta, R$ 10,00. O custo por metro quadrado do revestimento será:

a) R$ 8,20 b) R$ 8,40 c) R$ 8,60 d) R$ 8,80 e) R$ 9,00

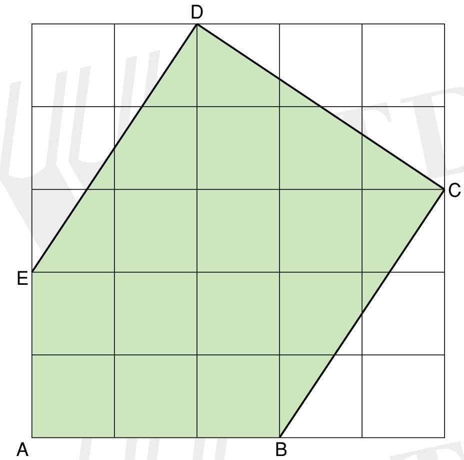
Resolução:

Num quadrado de 10 pastilhas × 10 pastilhas, no padrão representado na figura, temos: 20 pastilhas pretas e 80 pastilhas brancas.

Assim, a razão entre o número de pastilhas pretas e o número de pastilhas brancas, respectivamente, é 1 : 4. Logo, o custo por metro quadrado revestido será:

$$\frac{1 \cdot \text{R\$ } 10{,}00 + 4 \cdot \text{R\$ } 8{,}00}{5} = \text{R\$ } 8{,}40.$$

55 (UFPE) Cada quadrado pequeno ilustrado na figura tem lado 2. Qual é a área do polígono ABCDE? 64



Resolução:

A área do polígono ABCDE é igual à área do quadrado maior menos três vezes a área do triângulo ABE. Assim:

$$A = 10 \cdot 10 - 3 \cdot \frac{6 \cdot 4}{2} \rightarrow A = 100 - 36$$

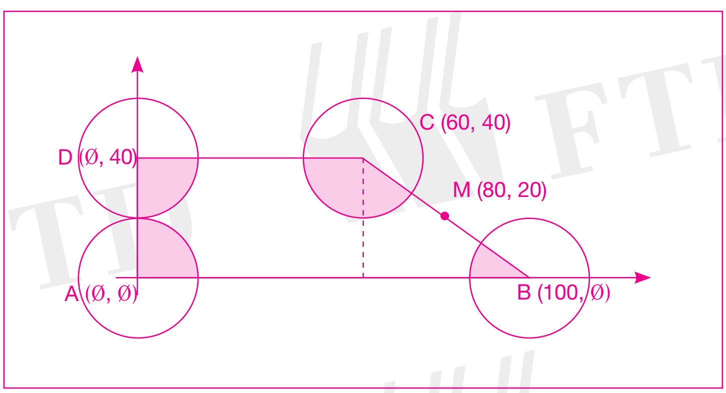
$$A = 64$$

56 (Unicamp-SP) As transmissões de determinada emissora de rádio são feitas por meio de quatro antenas situadas nos pontos A (0, 0), B (100, 0), C (60, 40) e D (0, 40), sendo o quilômetro a unidade de comprimento. Desprezando a altura das antenas e supondo que o alcance máximo de cada antena é 20 km, pergunta-se:

a) O ponto médio do segmento $\overline{BC}$ recebe as transmissões dessa emissora? Justifique sua resposta apresentando os cálculos necessários. Não recebe, pois BM $= 20\sqrt{2}$ km $>$ 20 km.

b) Qual a área da região limitada pelo quadrilátero ABCD que não é alcançada pelas transmissões da referida emissora? $400(8 - \pi)$ km^2

Resolução:



a) Sendo *M* ponto médio de BC, tem-se:

$$BM = CM = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{(100-60)^2 + (40-0)^2}}{2} = 20\sqrt{2} > 20$$

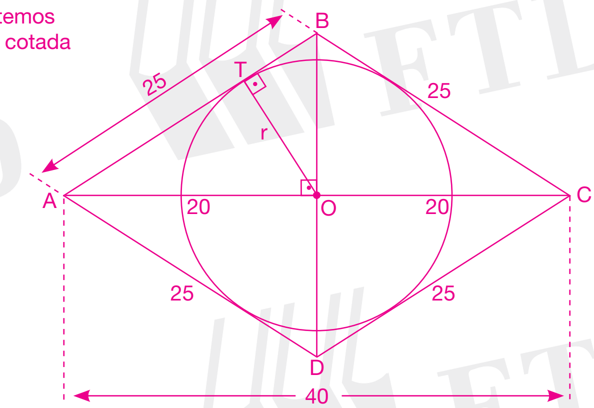
Como a distância do ponto *M* às antenas mais próximas, situadas em *B* e *C*, é maior que o raio de alcance da emissora, o ponto *M* não recebe as transmissões.

b) A área *S* do quadrilátero que não é alcançada pelos transmissores é a área do trapézio ABCD menos a área dos quatro setores circulares, hachurados na figura, que equivalem à área de um círculo de raio 20 km.

Assim, $S = \frac{(100 + 60) \cdot 40}{2} - \pi \cdot 20^2 = 400(8 - \pi)$ km^2.

57 (ITA-SP) Considere um losango ABCD cujo perímetro mede 100 cm e cuja maior diagonal mede 40 cm. Calcule a área, em cm^2, do círculo inscrito nesse losango. 144π

Do enunciado, temos a figura ao lado cotada em cm:



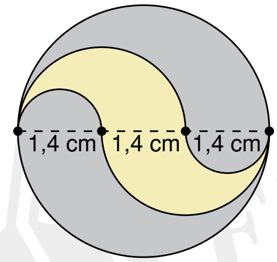
O: centro do círculo inscrito no losango ABCD;
r: medida do raio desse círculo.

Resolução:

No triângulo retângulo ABO, temos:
$(OB)^2 + (OA)^2 = (AB)^2 \therefore (OB)^2 + 20^2 = 25^2 \therefore OB = 15$

Ainda,
$(AB) \cdot (OT) = (OB) \cdot (OA) \therefore 25 \cdot r = 15 \cdot 20 \therefore r = 12$
Logo, a área pedida é igual a: $\pi \cdot 12^2$, ou seja, 144π.

58 (UFLA-MG) Uma das faces de uma medalha circular tem o desenho ao lado. A região amarela é de ouro e a cinzenta é de prata. Sabendo que os contornos das áreas amarelas são semicírculos, calcule as áreas das superfícies de ouro e de prata.
ouro: $1{,}47\pi$ cm^2 e prata: $2{,}94\pi$ cm^2



Resolução:

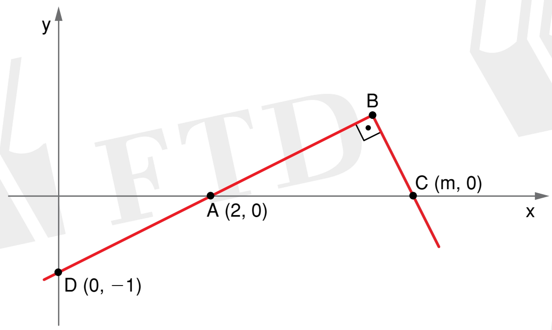
A parte amarela corresponde à área de um círculo de raio 1,4 cm menos a área de um círculo de raio 0,7 cm. Assim, temos:

$$A_1 = \pi r_2^2 - \pi r_1^2 \rightarrow A_1 = \pi\,(1{,}4^2 - 0{,}7^2)$$
$$A_1 = \pi\,(1{,}96 - 0{,}49)$$
$$A_1 = 1{,}47\pi \text{ cm}^2$$

A parte cinzenta tem área igual a:

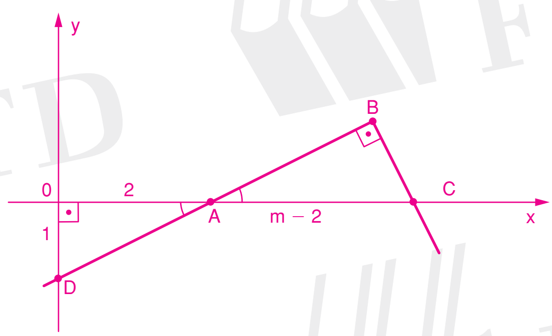
$$A_2 = \pi r_3^2 - A_1 \rightarrow A_2 = \pi \cdot \left(\frac{4{,}2}{2}\right)^2 - 1{,}47\pi$$
$$A_2 = 2{,}94\pi \text{ cm}^2$$

59 (Fuvest-SP) Na figura abaixo, A, B e D são colineares e o valor da abscissa m do ponto C é positivo. Sabendo-se que a área do triângulo retângulo ABC é $\frac{5}{2}$, determine o valor de m. $2 + \frac{5\sqrt{2}}{2}$



Resolução:

Do enunciado, temos a figura:



Aplicando-se o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo AOD:

$AD^2 = OD^2 + OA^2 \rightarrow AD^2 = 1^2 + 2^2 \rightarrow AD = \sqrt{5}$

Os triângulos ABC e AOD são semelhantes. Assim, sendo S_1 e S_2, respectivamente, as áreas desses triângulos, temos:

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{AC}{AD}\right)^2 \rightarrow \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2} = \left(\frac{m-2}{\sqrt{5}}\right)^2 \rightarrow \frac{5}{2} = \left(\frac{m-2}{\sqrt{5}}\right)^2$$

$$m = 2 + \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

60 (FGV-SP) A seguir, estão representadas as quatro primeiras figuras de uma seqüência infinita, em que cada quadrado tem 10 cm de lado.

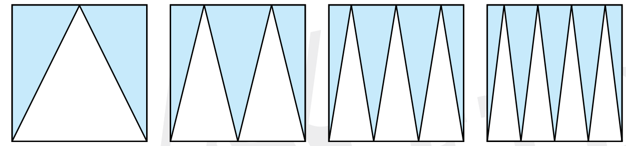


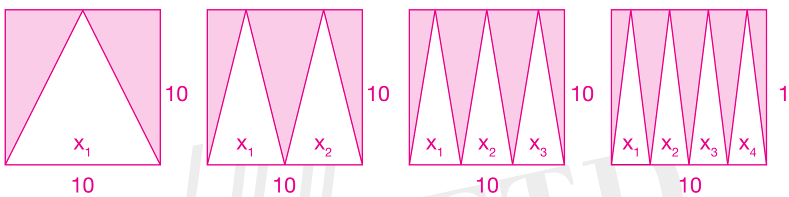
Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

a) Chame de *n* o número de ordem e de *A* a área da superfície pintada de cinza de uma figura qualquer dessa seqüência. Determine uma função, por meio de uma equação, que descreva como a área da parte cinza dessas figuras varia com seu número de ordem na seqüência. $A(n) = 50$, com $n \in \mathbb{N}^*$

b) Construa um gráfico cartesiano da função obtida na parte *a*.

Resolução:

a)



Sendo A(1); A(2); A(3); ...; A(n) as áreas, em centímetros quadrados, da 1ª, 2ª, 3ª ... nª figuras, respectivamente, temos:

1) $A(1) = 10^2 - \dfrac{x_1 \cdot 10}{2} = 100 - \dfrac{10 \cdot 10}{2} = 50$

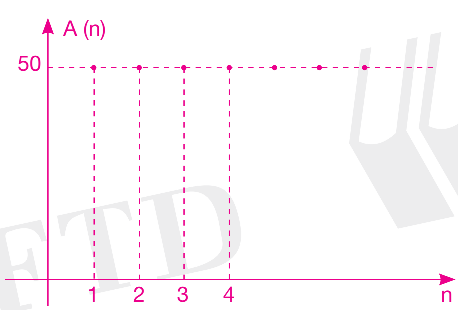
2) $A(2) = 10^2 - \left(\dfrac{x_1 \cdot 10}{2} + \dfrac{x_2 \cdot 10}{2}\right) = 10^2 - 5(x_1 + x_2) = 100 - 5 \cdot 10 = 50$

3) $A(3) = 10^2 - \left(\dfrac{x_1 \cdot 10}{2} + \dfrac{x_2 \cdot 10}{2} + \dfrac{x_3 \cdot 10}{2}\right) = 50$

Assim:

$A(n) = 10^2 - \left(\dfrac{x_1 \cdot 10}{2} + \dfrac{x_2 \cdot 10}{2} + \dfrac{x_3 \cdot 10}{2} + ... + \dfrac{x_n \cdot 10}{2}\right) = 50$, pois $x_1 + x_2 + ... + x_n = 10$

b) O gráfico da função $A(n) = 50$, com $n \in \mathbb{N}^*$, é:

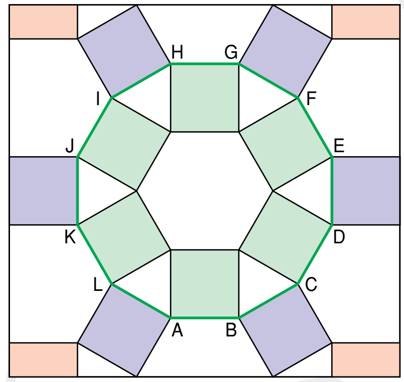


61 (UFRJ) No toldo da barraca de seu Antônio, decorado com polígonos coloridos, destaca-se um dodecágono cujos vértices são obtidos a partir de quadrados construídos em torno de um hexágono regular, conforme mostra o desenho abaixo.

a) Demonstre que o dodecágono ABCDEFGHIJKL é um polígono regular.

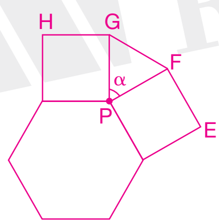
b) Tomando o quadrado de lado $\overline{AB}$ como unidade de área, calcule a área desse dodecágono.

$(3\sqrt{3} + 6)$ unidades



Resolução:

a) Da figura, temos:



$\alpha + 90° + 120° + 90° = 360° \Rightarrow \alpha = 60°$

Portanto, o triângulo FPG é eqüilátero.

Como todos os lados do dodecágono são congruentes a um lado de cada quadrado, o dodecágono é eqüilátero. Sendo assim, cada ângulo interno do dodecágono medirá 90° + 60° = 150°, ou seja, o dodecágono é eqüiângulo; logo, esse polígono é regular.

b) $\text{área}_{\text{dodecágono}} = 12 \times \text{área}_{\text{triângulo}} + 6 \times \text{área}_{\text{quadrado}}$

$\text{área}_{\text{triângulo}} = \dfrac{\lambda^2\sqrt{3}}{4}$ $\quad \text{área}_{\text{quadrado}} = \lambda^2$ unidades

$\text{área}_{\text{dodecágono}} = 12\dfrac{\lambda^2\sqrt{3}}{4} + 6\lambda^2 = 3\lambda^2\sqrt{3} + 6\lambda^2 = \lambda^2 (3\sqrt{3} + 6) = (3\sqrt{3} + 6)$ unidades