

## LISTA BÁSICA POIA – PROBABILIDADES

A história da teoria das probabilidades teve início com os jogos de cartas, de dados e de roleta. Esse é o motivo da grande existência de exemplos de jogos de azar no estudo das probabilidades. A teoria das probabilidades permite que se calcule a chance de ocorrência de um número em um experimento aleatório.

### EXPERIMENTO ALEATÓRIO

É a situação que, quando repetida em iguais condições, pode fornecer resultados diferentes, ou seja, resultados que ocorrem ao acaso ou aleatoriamente.

### ESPAÇO AMOSTRAL

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. A letra que representa o espaço amostral é U.

### EVENTO

É o resultado desejado dentre todos os possíveis do espaço amostral. O evento será um conjunto indicado por E.

### PROBABILIDADE

Se num fenômeno aleatório não há condições externas ou qualquer tipo de manipulação interna associada que favoreça o acontecimento de um evento, as possibilidades de ocorrência se tornam igualmente prováveis. Nesta situação, a probabilidade é a chance de ocorrer um evento.

### CÁLCULO DA PROBABILIDADE

Se A é um evento, a chance de A ocorrer é dada por:

$$P(A) = \frac{\text{Total de Casos Favoráveis}}{\text{Total de Casos Possíveis}} = \frac{N(E)}{N(U)}$$

### EXERCÍCIOS – BLOCO I

**Q01.** Escreva o Espaço amostral para os seguintes experimentos.

- A) Lançamento de uma moeda.
- B) Lançamento de um dado.
- C) Nascimento de uma criança.
- D) Lançamento de duas moedas.
- E) Lançamento de dois dados.
- F) Lançamento de um dado e uma moeda.
- G) Nascimento de três crianças.
- H) Sorteio de um número primo menor que 30.

**Q02.** Escreva o número de elementos do Espaço amostral para os seguintes experimentos

- A) Lançamento de três moedas.
- B) Lançamento de três dados.
- C) Nascimento de quatro crianças.
- D) Lançamento de dois dados e uma moeda.
- E) Lançamento de um dado e duas moedas.
- F) Escolha de um número de dois algarismos.

**Q03.** Considere o lançamento de um dado e de uma moeda. Escreva, explicitamente, os seguintes eventos:

- A)  $A = \{\text{aparecer cara e número par}\}$ .
- B)  $B = \{\text{aparecer um número primo}\}$ .
- C)  $C = \{\text{aparecem coroas e um número ímpar}\}$ .
- D)  $D = \{\text{não aparecer cara ou número primo}\}$ .

**Q04.** Sobre os eventos do exercício anterior, indique o evento em que:

- A)  $E = \{A \text{ ou } B \text{ ocorrerem}\}$ ;
- B)  $F = \{B \text{ e } C \text{ ocorrerem}\}$ ;
- C)  $G = \{\text{somente } B \text{ ocorre}\}$ ;
- D)  $H = \{\text{ocorre } B, \text{ mas não ocorre } D\}$ .

**Q05.** Ainda sobre os eventos A, B, C e D do exercício 03, quais são mutuamente exclusivos?

**Q06.** No lançamento de um dado, qual a probabilidade de ocorrer um número maior que 4?

**Q07.** No lançamento de duas moedas, qual a probabilidade de as faces voltadas para cima serem iguais?

**Q08.** Lança-se um dado e uma moeda. Qual a probabilidade de se ter cara na moeda e um número primo no dado?

**Q09.** Um casal planeja ter três filhos. Qual a probabilidade de que dois deles sejam do mesmo sexo?

**Q10.** Escolhe-se um número natural menor que 100. Qual a probabilidade que tenha dois algarismos distintos?

**Q11.** Escolhe-se um número natural de dois algarismos. Qual a probabilidade de que o número escolhido seja primo?

**Q12.** Uma caixa possui três parafusos e três porcas. Qual a probabilidade de, na retirada de dois objetos, um ser parafuso e o outro, porca?

**Q13.** O grupo A de um torneio de Futebol possui Ajax, Barcelona, Benfica, Chelsea, Milan e Porto. Qual a probabilidade de que Chelsea e Milan sejam os dois primeiros colocados do grupo?

**Q14.** O grupo B de um torneio de Vôlei possui Minas, Sesi, Pinheiros, Osasco, Praia Clube e Rio de Janeiro. Qual a probabilidade de que Osasco e Rio de Janeiro sejam, nesta ordem, o primeiro e segundo colocados do grupo?

**Q15.** Um torneio é realizado com dez equipes que ficam divididas em dois grupos. As equipes jogam entre si uma única vez e os dois primeiros colocados de cada grupo se enfrentam nas semifinais, de forma que o primeiro colocado de um grupo enfrente o segundo colocado do outro grupo, em jogo único. Os vencedores disputam a final, também em um único jogo.

A) Quantos jogos serão disputados no torneio?  
B) Qual a probabilidade de que a final seja entre equipes que estavam no mesmo grupo?

**Q16.** Uma pesquisa feita com 1200 alunos de uma escola de idiomas constatou que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas. Escolhendo-se ao acaso um aluno dessa escola, qual a probabilidade de que esse aluno:

- A) Fale espanhol?
- B) Não fale espanhol?
- C) Fale inglês e espanhol.

## PROPRIEDADES IMPORTANTES

I. Dizemos que um espaço amostral  $U$  (finito) é equiprovável quando seus eventos elementares têm probabilidades iguais de ocorrência.

II. Se  $A$  e  $A'$  são eventos complementares, então  $P(A) + P(A') = 1$ .

III. A probabilidade de um evento é sempre um número entre 0 (probabilidade de evento impossível) e 1 (probabilidade do evento certo).

## PROBABILIDADE CONDICIONAL

Muitas vezes, antes da realização de um experimento, já se tem alguma informação sobre um evento ocorrido e que influencia no resultado que se deseja observar. Nesse caso, o espaço amostral é modificado e o evento tem a sua probabilidade de ocorrência condicionada à informação dada.

### FÓRMULA DE PROBABILIDADE CONDICIONAL

Sendo  $P(A/B)$  é a probabilidade condicional de ocorrer  $A$ , tendo ocorrido  $B$ , temos:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ ou } P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B)$$

## PROBABILIDADE DE EVENTOS INDEPENDENTES

Dizemos que  $A, B, C, \dots, N$  são eventos independentes quando a probabilidade de ocorrer um deles não depende do fato de os outros terem ocorrido. A probabilidade de ocorrerem todos eles é dada por:

$$P(A \cap B \cap C \cap \dots \cap N) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \cdot \dots \cdot P(N)$$

## PROBABILIDADE DA UNIÃO DE EVENTOS

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

De fato, se existirem elementos comuns a  $A$  e  $B$ , estes eventos estarão computados no cálculo de  $P(A)$  e  $P(B)$ . Para que sejam considerados uma vez só, subtraímos  $P(A \cap B)$ .

## PROBABILIDADE DA UNIÃO DE EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS:

$$P(A \cup B \cup C \cup \dots \cup N) = P(A) + P(B) + \dots + P(N)$$

Só pra lembrar, os eventos mutuamente exclusivos não têm pontos comuns ou intersecção.

## EXERCÍCIOS - BLOCO II

**Q01.** Uma urna tem 30 bolas, sendo 10 vermelhas e 20 azuis. Se ocorrer um sorteio de 2 bolas, uma de cada vez e sem reposição, qual será a probabilidade de a primeira ser vermelha e a segunda ser azul?

### Resolução:

Seja o espaço amostral  $U$ , onde  $N(U) = 30$  bolas, e consideraremos os seguintes eventos:

$$A: \text{vermelha na primeira retirada e } P(A) = \frac{10}{30}$$

$$B: \text{azul na segunda retirada e } P(B) = \frac{20}{29}$$

Assim:

$$P(A \cap B) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = \frac{10}{30} \cdot \frac{20}{29} = \frac{20}{87}$$

**Q02.** Uma urna tem 30 bolas, sendo 10 vermelhas e 20 azuis. Se sortearmos 2 bolas, 1 de cada vez e repondo a sorteada na urna, qual será a probabilidade de a primeira ser vermelha e a segunda ser azul?

### Resolução:

Como os eventos são independentes, a probabilidade de sair vermelha na primeira retirada e azul na segunda retirada é igual ao produto das probabilidades de cada condição, ou seja,  $P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B)$ . Note que a probabilidade de sair vermelha na primeira retirada é  $\frac{10}{30}$  e a de sair azul na segunda retirada  $\frac{20}{30}$ . Daí, usando a regra do produto, mostrada anteriormente, temos:

$$P(A \cap B) = \frac{10}{30} \cdot \frac{20}{30} = \frac{2}{9}$$

Observe que na segunda retirada foram consideradas todas as bolas, pois houve reposição. Assim,  $P(B/A) = P(B)$ , porque o fato de sair bola vermelha na primeira retirada não influenciou a segunda retirada, já que ela foi repostada na urna. Daí serem eventos independentes.

**Q03.** Se dois dados, azul e branco, forem lançados, qual a probabilidade de sair 5 no azul e 3 no branco?

### Resolução:

Considerando os eventos:

$$A: \text{Tirar 5 no dado azul} \rightarrow P(A) = 1/6$$

$$B: \text{Tirar 3 no dado branco} \rightarrow P(B) = 1/6$$

Sendo  $U$  o espaço amostral de todos os possíveis resultados, temos:  $n(U) = 6 \cdot 6 = 36$  possibilidades. Daí, temos:

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$$

**Q04.** Se retirarmos aleatoriamente uma carta de baralho com 52 cartas, qual a probabilidade de ser um 8 ou um rei?

### Resolução:

Sendo  $U$  o espaço amostral de todos os resultados possíveis para o baralho, temos:  $n(U) = 52$  cartas.

Agora consideremos os eventos:

$$A: \text{sair 8} \rightarrow P(A) = \frac{4}{52}$$

$$B: \text{sair um rei} \rightarrow P(B) = \frac{4}{52}$$

$$\text{Assim, } P(A \cup B) = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} - 0 = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$$

Note que  $P(A \cap B) = 0$ , pois uma carta não pode ser 8 e rei ao mesmo tempo. Quando isso ocorre, dizemos que os eventos  $A$  e  $B$  são mutuamente exclusivos.

**Q05.** Uma moeda é viciada, de forma que as caras são três vezes mais prováveis de aparecer do que as coroas. Determine a probabilidade de num lançamento sair coroa.

**Q06.** Três estudantes  $A, B$  e  $C$  estão em uma competição de natação.  $A$  e  $B$  têm as mesmas chances de vencer e, cada um, tem duas vezes mais chances de vencer do que  $C$ . Calcule a probabilidade de  $A$  ou  $C$  vencer.

**Q07.** Um dado é viciado, de modo que cada número par tem duas vezes mais chances de aparecer num lançamento que qualquer número ímpar. Determine a probabilidade de num lançamento aparecer um número primo.

**Q08.** Um cartão é retirado aleatoriamente de um conjunto de 50 cartões numerados de 1 a 50. Determine a probabilidade de o cartão retirado ser de um número primo.

**Q09.** Das 10 alunas de uma classe, 3 têm olhos azuis. Se duas delas são escolhidas ao acaso, qual é a probabilidade de ambas terem os olhos azuis?

**Q10.** Oito pessoas incluindo um casal e seu filho são colocados aleatoriamente em fila. Qual é a probabilidade de que a família fique junta?

**Q11.** Três livros de Álgebra, três de Geometria e três de Estatística são colocados ao acaso numa estante. Qual a probabilidade de que os livros fiquem ordenados por temas?

### QUESTÕES BÁSICAS

**Q01.** (Cesgranrio) Uma urna contém 4 bolas brancas e 5 bolas pretas. Duas bolas escolhidas ao acaso são sacadas dessa urna, sucessivamente e sem reposição. A probabilidade de que ambas sejam brancas é:

- A)  $1/6$                       C)  $4/9$                       E)  $20/81$   
B)  $2/9$                       D)  $16/81$

**Q02.** (FATEC) Considere todos os números de cinco algarismos distintos obtidos pela permutação dos algarismos 4, 5, 6, 7 e 8. Escolhendo-se um desses números, ao acaso, a probabilidade de ele ser um número ímpar é:

- A) 1                          C)  $2/5$                           E)  $1/5$   
B)  $1/2$                       D)  $1/4$

**Q03.** (FEI-SP) Uma caixa contém 3 bolas verdes, 4 bolas amarelas e 2 bolas pretas. Duas bolas são retiradas ao acaso e sem reposição. A probabilidade de ambas serem da mesma cor é:

- A)  $13/72$                       C)  $5/18$                       E)  $1/4$   
B)  $1/18$                       D)  $1/9$

**Q04.** (FEI-SP) Em uma pesquisa realizada em uma Faculdade foram feitas duas perguntas aos alunos. Cento e vinte responderam “sim” a ambas; 300 responderam “sim” à primeira; 250 responderam “sim” à segunda e 200 responderam “não” a ambas. Se um aluno for escolhido ao acaso, qual é a probabilidade de ele ter respondido “não” à primeira pergunta?

- A)  $1/7$                           C)  $3/8$                           E)  $4/25$   
B)  $1/2$                       D)  $11/21$

**Q05.** (FUVEST) Escolhem-se ao acaso três vértices distintos de um cubo. A probabilidade de que estes vértices pertençam a uma mesma face é:

- A)  $3/14$                       C)  $5/14$                       E)  $13/18$   
B)  $2/7$                       D)  $3/7$

**Q06.** (FUVEST) Em certo jogo de loteria seis números distintos são sorteados dentre os números 1, 2, ..., 50. A probabilidade de que, numa extração, os seis números sorte-

ados sejam todos ímpares vale aproximadamente:

- A) 50%                      C) 25%                      E) 5%  
B) 1%                      D) 10%

**Q07.** (Mackenzie) Num grupo de 12 professores, somente 5 são de matemática. Escolhidos ao acaso 3 professores do grupo, a probabilidade de no máximo um deles ser de matemática é:

- A)  $3/11$ .                      C)  $7/11$ .                      E)  $9/11$ .  
B)  $5/11$ .                      D)  $8/11$ .

**Q08.** (PUC – Campinas) O número de fichas de certa urna é igual ao número de anagramas da palavra VESTIBULAR. Se em cada ficha escrevermos apenas um dos anagramas, a probabilidade de sortearmos uma ficha dessa urna e no anagrama marcado as vogais estarem juntas é:

- A)  $1/5040$                       C)  $1/60$                       E)  $1/15$   
B)  $1/1260$                       D)  $1/30$

**Q09.** O número de fichas em certa urna é igual ao número de anagramas da palavra POIA. Se em cada ficha está escrito apenas um dos anagramas, a probabilidade de sortearmos uma ficha dessa urna e no anagrama marcado as vogais estarem todas juntas é:

- A)  $1/4$                           C)  $2/3$                           E)  $4/5$   
B)  $1/2$                       D)  $3/4$

**Q10.** A probabilidade de um homem estar vivo daqui a 20 anos é de 10% e a de seu filho é 50%. A probabilidade de esse filho ser órfão de pai daqui a 20 anos é:

- A) 10%                      C) 25%                      E) 45%  
B) 20%                      D) 40%

**Q11.** Um jogo de crianças consiste em lançar uma caixa de fósforos sobre uma mesa. Ganha quem conseguir fazer com que a caixa fique apoiada sobre sua menor face. Suponha que a probabilidade de uma face ficar apoiada sobre a mesa é proporcional à sua área e que a constante de proporcionalidade é a mesma para cada face. Se as dimensões da caixa são 2 cm, 4 cm e 8 cm, qual é a probabilidade de a caixa ficar apoiada sobre sua face menor?

**Q12.** Uma caixa contém 11 bolas idênticas, numeradas de 01 a 11. Retira-se uma bola desta caixa e verifica-se que é um número ímpar. Qual a probabilidade de esse número ser menor que 7?

### QUESTÕES COMPLEMENTARES

**Q01.** (MACK) Em um determinado jogo, são sorteados 3 números entre os 30 que estão no volante de apostas. O apostador, que assinala 6 números no volante, ganha, se todos os 3 números sorteados estiverem entre os 6 assinalados. A probabilidade de o apostador ganhar é:

- A)  $1/203$                       C)  $1/456$                       E)  $1/98$   
B)  $1/507$                       D)  $1/280$

**Q02.** (MACK) Considere todos os números de 3 algarismos formados com os algarismos 1, 2, 3, 5, 7 e 9. Dentre eles, a quantidade de números pares com exatamente 2 algarismos iguais é:

- A) 17                          C) 15                          E) 24  
B) 18                          D) 22

**Q03.** (UNB) Uma criança entra em um elevador de um edifício no andar térreo. Os botões do painel do elevador estão dispostos como ilustrado na figura a seguir, em que o número zero representa o andar térreo e os números negativos representam os três subsolos do edifício. A criança aperta um botão ao acaso, mas, por ser ainda muito pequena, a probabilidade de ela apertar qualquer botão correspondente a um dos números do conjunto  $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$  é o triplo da probabilidade de ela apertar qualquer botão correspondente a um dos números do conjunto  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , a qual, por sua vez, é o dobro da probabilidade de ela apertar qualquer botão correspondente a um dos números do conjunto  $\{9, 10, 11, 12\}$ .

12	11
10	9
8	7
6	5
4	3
2	1
0	-1
-2	-3

Nessas condições, julgue os itens que se seguem.

- I. A probabilidade de a criança apertar um dos botões correspondentes a um dos números do conjunto  $\{-1, -2, -3\}$  é igual a  $1/3$ .
- II. A probabilidade de ela apertar o botão correspondente ao número 5 ou o botão correspondente ao número 2 é igual a  $1/6$ .
- III. A probabilidade de ela apertar o botão correspondente ao número 0 é menor que  $1/10$ .

**Q04.** (COVEST) Três dados perfeitos A, B e C têm suas faces numeradas da seguinte forma:

Dado A: Duas faces numeradas com 1 e quatro com 5;

Dado B: Seis faces numeradas com 4;

Dado C: Quatro faces numeradas com 2 e duas com 6.

Lançando-se dois destes dados, diremos que é ganhador aquele que apresenta o maior número na face voltada para cima. De posse destas informações, analise as afirmativas abaixo:

- O dado A ganha do dado B com probabilidade  $2/3$ .
- O dado B ganha do dado C com probabilidade  $2/3$ .
- O dado C ganha do dado A com probabilidade  $5/9$ .

Está(ão) correta(s):

- A) 1 e 2 apenas  
 B) 1 apenas  
 C) 1, 2 e 3  
 D) 1 e 3 apenas  
 E) 2 e 3 apenas

**Q05.** (COVEST) Um saco contém 12 bolas verdes e 8 bolas amarelas. Quantas bolas azuis devem ser colocadas no saco, de modo que a probabilidade de retirarmos do mesmo, aleatoriamente, uma bola azul, seja  $2/3$ ?

- A) 5  
 B) 10  
 C) 20  
 D) 30  
 E) 40

**Q06.** Num grupo de 12 professores, somente 5 são de Matemática. Escolhendo ao acaso, três professores desse grupo, a probabilidade de que, no máximo um deles seja de Matemática é:

- A)  $2/11$   
 B)  $4/11$   
 C)  $5/11$   
 D)  $6/11$   
 E)  $8/11$

**Q07.** (UNEAL) Em uma festa de rua, existe um jogo onde, em cada extração, são sorteados quatro, dentre os números de 1 a 40. Se João aposta em oito números, e Pedro aposta em dez números, qual a razão entre as probabilidades de Pedro ganhar e de João ganhar?

- A) 2  
 B) 3  
 C) 4  
 D) 5  
 E) 6

**Q08.** (UNEAL) Cada um de dois dados perfeitos têm suas faces numeradas de 1 a 6. Os dados são lançados, e os números das faces voltadas para cima são subtraídos, de modo a se obter um inteiro não negativo. Qual dos números abaixo ocorre com maior probabilidade?

- A) 1  
 B) 2  
 C) 3  
 D) 4  
 E) 5

**Q09.** (UNEAL) Uma pesquisa realizada nos Estados Unidos revelou que, quando querem esclarecer dúvidas a respeito de temas cotidianos, 58% da população consultam a internet, e 53% buscam profissionais especializados. Qual o percentual mínimo da população que recorre às duas fontes de informação?

- A) 8%  
 B) 9%  
 C) 10%  
 D) 11%  
 E) 12%

**Q10.** (UNEAL) Das balas de determinada marca, uma em cada 100 está amassada. Se você escolhe duas destas balas aleatoriamente, de um saco contendo 100 delas, qual a probabilidade percentual de, pelo menos uma das duas, estar amassada?

- A) 1,99%  
 B) 19,9%  
 C) 0,199%  
 D) 1,98%  
 E) 19,8%

**Q11.** (UFAL) Realizada uma pesquisa 200 dos alunos de uma escola de idiomas, concluiu-se que 130 deles estudam inglês, 80 deles estudam espanhol e 30 deles estudam as duas línguas. Selecionando-se ao acaso um dos alunos pesquisados, a probabilidade de ele

- A) não estudar essas duas línguas é 12,5%;  
 B) estudar espanhol e não estudar inglês é 15%;  
 C) estudar espanhol e não estudar inglês é 20%;  
 D) estudar inglês e não estudar espanhol é 20%;  
 E) estudar inglês e não estudar espanhol é 50%.

**Q12.** (UFAL) Sabe-se que de um lote de peças produzidas por uma máquina, 10 estavam perfeitas, 4 com pequenos defeitos e 2 com defeitos graves. Retirando-se ao acaso duas dessas peças, sem reposição, determine a probabilidade de:

- A) ambas serem perfeitas;  
 B) nenhuma delas ter defeitos graves.

**Q13.** A probabilidade de um casal ter um filho do sexo masculino é  $1/4$ . Então, supondo que o casal venha a ter três filhos, a probabilidade de serem exatamente dois do mesmo sexo é:

- A)  $3/16$   
 B)  $1/16$   
 C)  $1/8$   
 D)  $3/8$   
 E)  $9/16$

**Q14.** Uma prova apresenta 8 questões objetivas (com alternativas de A até E). Qual a probabilidade de pelo menos 5 acertos, no chute?

**GABARITO – PROBABILIDADES**

<b>Q</b>	<b>BLOCO I</b>	<b>BLOCO II</b>	<b>BÁSICAS</b>	<b>COMPLEMENTARES</b>
01				
02				
03				
04				
05		1/4		
06		3/5		
07		4/9		
08		3/10		
09		1/15		
10		10,71%		
11		1/7		
12				
13				