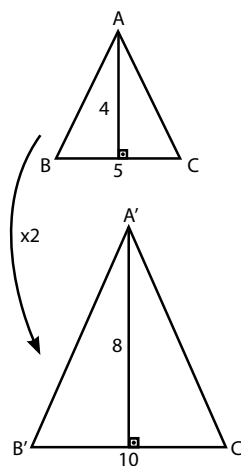


Grandezas proporcionais (II): regra de três composta



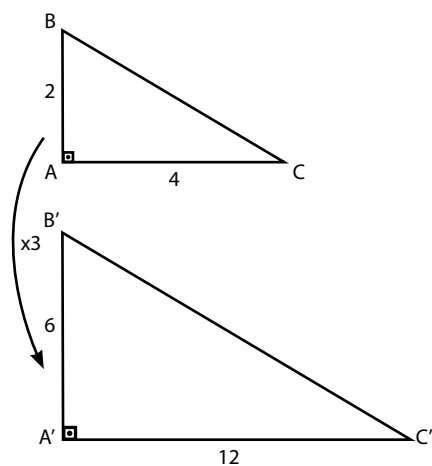
1. Proporcionalidade composta

Observe as figuras:



Triângulo		
Base	Altura	Área
5	4	$A = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$
10	8	$A = \frac{10 \cdot 8}{2} = 40$

Arrows and circled labels indicate the scaling factors: 'x2' for the base and height, and 'x2 x 2' for the area.



Triângulo		
Base	Altura	Área
4 ↓ 12	2 ↓ 6	$A = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$
(x3)	(x3)	$A = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36$
		(x 3 x 3)

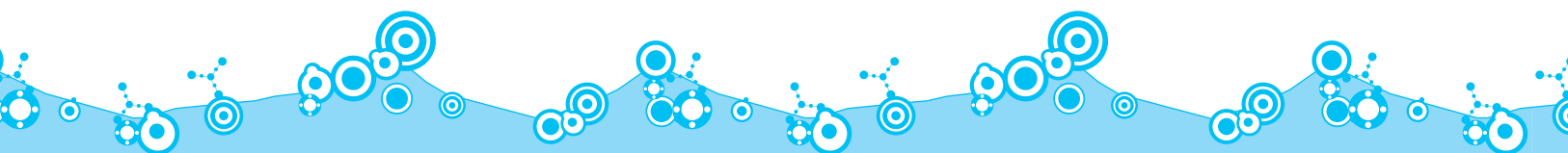
Pelas figuras anteriores observamos que:

Se uma grandeza é proporcional a outras, então os valores de suas medidas são proporcionais ao produto dos valores das medidas das outras.

Vamos ver como funciona:

a)

Triângulo		
Base	Altura	Área
10 ↓ 20	5 ↓ 10	25 ↓ 100
(x2)	(x2)	(x2 x2)



b)

Triângulo		
Base	Altura	Área
7	6	21
↓ (x2)	↓ (x $\frac{1}{2}$)	↓ (x 2 x $\frac{1}{2}$)
14	3	21

c)

Triângulo		
Base	Altura	Área
4	3	6
↓ (x2)	↓ (x $\frac{1}{2}$)	↓ (x 2 x $\frac{1}{2}$)
8	1,5	6

Agora, vamos seguir a resolução de um problema passo a passo, estudando a regra de três composta.



2. Regra de três composta

Problemas que envolvem várias grandezas, direta ou inversamente proporcionais, são resolvidos com o auxílio de uma regra chamada **regra de três composta**.

Vejamos alguns exemplos:

- a) Dois operários, depois de 8 dias de serviço, receberam R\$400,00. Quanto receberão 5 operários por 12 dias de trabalho?

Operários	Tempo	Valor
2	8 dias	R\$400,00
5	12 dias	x

Analise, isoladamente e com cada uma das outras, a grandeza que contém o valor desconhecido. Assim:

	Operários	Valor	
aumenta	2	R\$400,00	também
↙	5	x	↘ aumenta

Se 2 operários recebem R\$400,00, 5 operários deverão receber mais. Então, as grandezas operário e valor são diretamente proporcionais. Portanto, a ordem das razões é:

$$\frac{2}{5} \text{ e } \frac{400}{x}$$

	Tempo	Valor	
aumenta	8 dias	R\$400,00	também
↙	12 dias	x	↘ aumenta

Se em 8 dias os operários recebem R\$400,00, em 12 dias deverão receber mais. Então, as grandezas tempo e valor são diretamente proporcionais. Portanto, a ordem das razões é:

$$\frac{8}{12} \text{ e } \frac{400}{x}$$

Para as três grandezas, a ordem das razões é: $\frac{2}{5}$, $\frac{400}{x}$ e $\frac{8}{12}$.

Podemos concluir então que: $\frac{400}{x} = \frac{2}{5} \cdot \frac{8}{12} \Rightarrow \frac{400}{x} = \frac{4}{15} \Rightarrow x = \frac{400 \cdot 15}{4} = 1\ 500$.

Resposta: 5 operários receberão por 12 dias de trabalho R\$1.500,00.

- b) Um carro com a velocidade média de 80km/h percorre, em 2 dias de viagem, 1 800km. Se a velocidade for alterada para 60km/h, quanto tempo ele levará para percorrer 3 375km?

Velocidade	Tempo	Percurso
80km/h	2 dias	1 800km
60km/h	x	3 375km

	Velocidade	Tempo	
	80km/h	2 dias	
diminui ↙	60km/h	x	↘ aumenta

Se a velocidade do carro for de 80km/h o tempo necessário é de 2 dias. Quando a velocidade for de 60km/h o carro precisará de mais tempo. Então, velocidade e tempo são grandezas inversamente proporcionais. Logo, a ordem das razões é:

$$\frac{60}{80} \text{ e } \frac{2}{x}$$

	Tempo	Percurso	
	2 dias	1 800km	
aumenta ↙	x	3 375km	↘ aumenta

Se para percorrer 1 800km o carro leva 2 dias, para percorrer 3 375km o carro vai precisar de mais tempo. Então, máquinas e tempo são grandezas diretamente proporcionais. Logo, a ordem das razões é:

$$\frac{2}{x} \text{ e } \frac{1\ 800}{3\ 375}$$

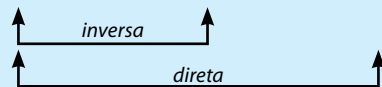
Para as três grandezas, a ordem das razões é: $\frac{60}{80}, \frac{2}{x} \text{ e } \frac{1\ 800}{3\ 375}$

Então podemos concluir que: $\frac{2}{x} = \frac{60}{80} \cdot \frac{1\ 800}{3\ 375} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = 5$

Resposta: Serão necessários 5 dias.

- c) 6 máquinas trabalhando 4 horas produzem 200m de um tecido. Quantas máquinas serão necessárias para, em 3 horas, produzir 800m desse tecido?

Máquinas	Tempo	Comprimento
6	4h	200m
x	3h	800m



$$\frac{6}{x} = \frac{3}{4} \cdot \frac{200}{800} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 15$$

Resposta: Serão necessárias 15 máquinas.

- d) Uma turma de 20 pessoas foi acampar, levando alimentos suficientes para 21 dias, com 3 refeições diárias. Chegando ao local, encontraram mais 15 pessoas. Por quantos dias terão alimento, se fizerem apenas 2 refeições diárias?

Pessoas	Tempo	Refeições/dia
20	21 dias	3
35	x	2



$$\frac{21}{x} = \frac{2}{3} \cdot \frac{35}{20} \Rightarrow \frac{21}{x} = \frac{14}{12} \Rightarrow x = 18 \text{ dias}$$

Resposta: Terão alimento por apenas 18 dias.

Exercícios

Tente resolver os seguintes problemas:

1. Cinco operários demoram 9 horas para retirar 1 000 tijolos da carroceria de um caminhão. Quantos tijolos 6 operários, com a mesma capacidade dos anteriores, conseguirão retirar em 5 horas?
2. Cinco grupos de estudo com 4 alunos em cada grupo resolvem, em 2 horas, 36 problemas. Em quanto tempo 10 grupos de 8 alunos resolverão 72 problemas?
3. Uma perfuradora de cartões, trabalhando 12 horas por dia, perfura 3 200 cartões em 8 dias. Quantas horas por dia deverá trabalhar para perfurar 5 000 cartões em 15 dias?

7. Andando 14 horas por dia, com uma velocidade média de 30km/h, um carro leva 6 dias para percorrer 2 520km. Qual deve ser a velocidade média desse carro para ele percorrer essa mesma distância em 7 dias, andando 10 horas por dia?
8. Numa indústria, 4 máquinas trabalhando 8 dias produzem 600 peças. Quantos dias serão necessários para que apenas 2 máquinas produzam 900 peças?
9. Cinco operários trabalhando 6 horas por dia durante 10 dias produzem 200 objetos. Quantos objetos serão produzidos por 8 operários trabalhando 4 horas por dia durante 15 dias?

Anotações

