Listão de Exercícios sobre Matrizes e Determinantes

01. Determine a matriz $A = (a_{ij})_{3x3}$ tal que $a_{ij} = i - j$.

02. Construa as seguintes matrizes:

$A = (a_{ij})_{3x3}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ se } i = j \\ 0, \text{ se } i \neq j \end{cases}$

$B = (b_{ij})_{3x3}$ tal que $b_{ij} = \begin{cases} i + 2j, \text{ se } i \neq j \\ i - 3j, \text{ se } i = j \end{cases}$

03. Construa a matriz $A = (a_{ij})_{3x2}$ tal que:

$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ se } i = j \\ i^2, \text{ se } i \neq j \end{cases}$

04. Seja a matriz $A = (a_{ij})_{3x4}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} i + j, \text{ se } i = j \\ i - j, \text{ se } i \neq j. \end{cases}$

Calcule o valor de $a_{22} + a_{34}$.

05. Determine a soma dos elementos da 3ª coluna da matriz $A = (a_{ij})_{3x3}$ tal que $a_{ij} = 4 + 3j - i$.

06. Determine a soma dos elementos da diagonal principal com os elementos da diagonal secundária da matriz $A = (a_{ij})_{3x3,}$ tal que $a_{ij} = i^2 + 2i - j$.

07. Na matriz $A = (a_{ij})_{4x4}$ em que $a_{ij} = \begin{cases} i + j, \text{ se } i \leq j \\ i \cdot j, \text{ se } i > j \end{cases}$, determine a soma dos elementos $a_{23} + a_{34}$.

08. Seja a matriz $A = (a_{ij})_{5x5}$ tal que $a_{ij} = 5i - 3j$. Determine a soma dos elementos da diagonal principal dessa matriz.

09. Determine a soma dos elementos da matriz linha (1 x 5) que obedece a lei $a_{ij} = 2i^2 - 7j$.

10. Determine a e b para que a igualdade $\begin{pmatrix} a+4 & b^3 \\ 10 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & b \\ 10 & 7 \end{pmatrix}$ seja verdadeira.

11. Sejam $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 7 & -1 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$, determine $(A + B)^t$.

12. Sejam $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} x+y & x-y \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ as matrizes. Determine x e y para que $A = B^t$.

13. Resolva a equação matricial:

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ -1 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix} = X + \begin{bmatrix} 2 & 7 & 2 \\ 8 & -1 & -3 \\ -1 & 9 & 5 \end{bmatrix}$$

14. Determine os valores de x e y na equação matricial: $\begin{pmatrix} 2 & x \\ y & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -7 & 5 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$.

15. Se o produto $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$, determine, $x + y$.

16. Sendo $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, determine o valor de $x + y$.

17. Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$, calcule:

A) A + B B) A + C C) A + B + C

18. Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, obtenha a matriz X tal que $X = A + A^t$.

19. Sendo $A = (a_{ij})_{1x3}$ tal que $a_{ij} = 2i - j$ e $B = (b_{ij})_{1x3}$ tal que $b_{ij} = -i + j + 1$, calcule A + B.

20. Determine os valores de m, n, p e q de modo que se tenha $\begin{bmatrix} m & 2m \\ p & p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & -n \\ q & -3q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$.

21. Determine os valores de x, y, z e w de modo que se tenha $\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$.

22. Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$, calcule:

A) A – B B) $A - B^t - C$ C) $C - (A^t + B)$

23. Sejam A = $\begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 \\ 6 & 2 & 8 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} -3 & 6 & 9 \\ 12 & -6 & 0 \end{pmatrix}$ e C = $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, as matrizes dadas. Calcule o resultado das seguintes operações:

A) 2A − B + 3C

B) $\frac{1}{2}A - \left(\frac{1}{3}B + C\right)$

24. Efetue:

A) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

25. Dada a matriz A = $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, calcule A^2.

26. Sendo A = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ e B = $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ e C = $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, calcule:

A) AB B) AC C) BC

27. Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Calcule os produtos:

A) AB

B) BC

C) AD

D) DB

28. Considere as matrizes A = (a_{ij}) e B = (b_{ij}) quadradas de ordem 2, com $a_{ij} = 3i + 4j$ e $b_{ij} = -4i - 3j$. Sabendo que C = A + B, determine C^2.

29. Calcule os determinantes das seguintes matrizes:

A) $\begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 8 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -7 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} -4 & 6 & -9 \\ -3 & 4 & 6 \\ -1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

30. Se $a = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$, $b = \begin{vmatrix} 21 & 7 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$ e $c = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$, determine $x = a^2 + b - c^2$.

31. Resolva a equação $\begin{vmatrix} x & x \\ 5 & x \end{vmatrix} = -6$.

32. Se $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, encontre o valor do determinante de $A^2 - 2A$.

33. Sendo A = $\begin{bmatrix} a & b \\ a^3 & b^3 \end{bmatrix}$, calcule o valor do determinante de A e em seguida calcule o valor numérico desse determinante para a $a = 2$ e $b = 3$.

34. Calcule o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 5 & 7 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

35. Resolva a equação $\begin{vmatrix} x+1 & 2 & 3 \\ x & 1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ x & -2 \end{vmatrix}$

36. Sendo a matriz A = $(a_{ij})_{3x3}$, tal que $a_{ij} = i + j$, calcule det A e det A^t.

37. Foi realizada uma pesquisa, num bairro de determinada cidade, com um grupo de 500 crianças de 3 a 12 anos de idade. Para esse grupo, em função da idade x da criança, concluiu-se que o peso médio $p(x)$, em quilogramas, era dado pelo determinante $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -x \\ 0 & 2 & \frac{2}{3} \end{vmatrix}$. Com base nisso, determine:

A) O peso médio de uma criança de 7 anos.

B) A idade mais provável de uma criança cujo o peso é 30 kg.

38. Calcule o determinante $\begin{vmatrix} sen\,x & -cos\,x \\ cos\,x & -sen\,x \end{vmatrix}$.

39. Resolva a equação $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ x-1 & -1 \end{vmatrix} = 3$.

40. Se A = $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, calcule o valor do determinante de $\left(\frac{A^2}{7} - 2A\right)$.

41. Considere A = $(a_{ij})_{2x2}$, com a_{ij} = -1 + 2i + j, uma matriz onde $1 \le i \le 2$ e $1 \le j \le 2$. Calcule o determinante de A.

42. Calcule o valor máximo da função $f(x)$ representada pelo determinante $\begin{vmatrix} x & 2 & 1 \\ 3 & -1 & x \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

43. Dada a matriz A = $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ e $a = det\,A$. Qual o valor de det(2A) em função de a?

44. Seja a matriz A = $(a_{ij})_{3x3}$ tal que a_{ij} = i – j. Calcule detA e det A^t.

45. Calcule os determinantes das matrizes A = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & -7 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 2 \\ 1 & -6 & -7 \end{bmatrix}$, usando o teorema de Laplace.

46. Resolva as equações:

A) $\begin{vmatrix} x & x+2 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 0$

B) $\begin{vmatrix} x & x \\ 5 & x \end{vmatrix} = 0$

C) $\begin{vmatrix} x+3 & 1 \\ 5 & x-1 \end{vmatrix} = 0$

D) $\begin{vmatrix} x+2 & 4 \\ 5 & x-2 \end{vmatrix} = 1$

47. Sabendo-se que a = $\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -5 & 1 \end{vmatrix}$ e b = $\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}$, calcule o valor de 3a + b^2.

48. Dada a matriz A = $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$, calcule:

A) detA

B) detA^2

49. Calcule o determinante da matriz P^2, em que P é a matriz $\begin{bmatrix} \sqrt{2} & -1 & 1 \\ \sqrt{2} & 1 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$.

50. Obtenha o valor de cada determinante:

A) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

B) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

C) $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix}$

D) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

51. Dada a matriz $\begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & -3 & 9 \end{pmatrix}$, calcule:

A) Seu determinante.

B) Os valores de x que anulam esse determinante.

52. Determine em $\mathbb{R}$ a solução da equação $\begin{vmatrix} 2 & x & x \\ -1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 8 - \log_4 8$.

53. Sabendo que $a = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$ e b = $b = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$, calcule o valor de $a^2 - 2b$.

54. Resolva a equação: $\begin{vmatrix} x & \sqrt[3]{8} \\ -2 & -x \end{vmatrix}$ = 0.

55. Calcule o determinante da matriz $\begin{pmatrix} sen\,x & cos\,x \\ -2\,cos\,x & 2\,sen\,x \end{pmatrix}$.

56. Resolver a equação $\begin{vmatrix} x & x & x \\ x & x & 4 \\ x & 4 & 4 \end{vmatrix} = 0$

57. Resolva as equações:

A) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & x \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$

B) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & x \\ 2 & x & -3 \end{vmatrix} = 2$

C) $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & x \\ 3 & x & 1 \\ x & 2 & x-1 \end{vmatrix} = 0$

D) $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & 9 & 0 \\ -3 & x & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$