PROBLEMAS DO 1º GRAU

Problemas, de uma maneira geral, são situações reais e, muitas vezes, cotidianas que precisam de uma solução matemática. Essa solução pode ser algébrica ou não.

Para resolver um problema, os elementos que devemos utilizar são as informações escritas nele e a partir delas fazemos a transformação para a linguagem matemática.

Quando a resolução de um problema nos leva uma equação de 1º grau ou a um sistema de equações do 1º grau afirmamos que esse é um **problema do 1º grau**.

Não existe uma resolução padrão para os problemas matemáticos. De fato, cada um deles apresenta uma resolução própria e a melhor forma de se aprender a resolvê-los é conhecendo alguns padrões, exercitando alguns deles antes.

Para isso, faremos agora um breve treinamento de como transformar a linguagem escrita para uma linguagem matemática.

Exemplo 01:
Um número é adicionado ao seu triplo

Se chamarmos esse número de x seu triplo será 3x e assim podemos representar:
$x + 3x = 4x$

Exemplo 02:
Um número é diminuído de sua terça parte.

Se chamarmos o número de x sua terça parte será $\frac{x}{3}$ e assim podemos representar:
$\frac{x}{3} - x$

Exemplo 03:
Determine o número cujo triplo quando adicionado a 10 resulta em sua metade.

Podemos chamar o número de x e teremos o seguinte:

◇ Número: x
◇ Triplo do número: 3x
◇ Metade do número: $\frac{x}{2}$
◇ Equação: $3x + 10 = \frac{x}{2}$

A equação é a transformação de todo o problema para uma linguagem matemática. Nesse caso, para se obter o número basta resolver a equação.

1. Deve-se obter o m.m.c. e eliminar o denominador, fica: $6x + 20 = x$

2. Separa-se os termos com letras dos termos numéricos: $6x - x = -20$

3. Reduz-se o 1º membro e calcula-se o valor de x: $5x = -20$. Daí, dividimos –20 por 5 e obtemos $x = -4$, que é o número.

Verificação: note que o triplo de –4 é –12. Agora somando-se –12 com 10 obtemos –2 que é a metade de –4.

Exemplo 04:
A soma de dois números é 17. Subtraindo-se o maior do décuplo do menor obtemos 38. Qual o menor número?

Nesse problema, temos duas informações, o que permite que criemos até duas equações ou um sistema de equações. Podemos representar da seguinte forma:
◇ Número maior: x
◇ Número menor: y
◇ Décuplo do número menor: 10y

1ª informação: a soma dos números é 17, então $x + y = 17$.

2ª informação: subtraindo-se o maior do décuplo do menor obtemos 38, o que pode ser representado por $10y - x = 38$.

Podemos assim formar um sistema e resolver:

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 10y - x = 38 \end{cases}$$

Para resolver este sistema, há vários métodos que você já deve ter estudado. Um dos métodos "fáceis" para esse caso, é somar as equações.
Fazendo isso teremos:

$$x + 10y + y - x = 55$$

$$11y = 55$$

$$y = \frac{55}{5} = 5$$

Já obtemos o valor de y que é o número menor. Então, a resposta é 5.

Verificação: como o número menor é 5, o maior precisa ser 12. Fazendo o décuplo de 5 e diminuindo 12, devemos obter 38.

Exemplo 05:
A soma do dobro com a quinta parte de um número dá 44. Qual é esse número?

Podemos chamar o número de x e teremos o seguinte:
◇ Número: x
◇ Dobro do número: 2x
◇ Quinta parte do número: $\frac{x}{5}$
◇ Equação: $2x + \frac{x}{5} = 44$

Vamos resolver a equação.

1. Devemos obter o m.m.c. e eliminar o denominador, fica: $10x + x = 220$

2. Reduzimos o 1º membro e calculamos o valor de x: $11x = 220$. Daí, dividimos 220 por 11 e obtemos $x = 20$, que é o número.

Verificação: o dobro de 20 é 40 e a quinta parte de 20 é 20 ÷ 5 = 4. Portanto 40 + 4 = 44.

Exemplo 06:
Alice e André tem juntos R$ 100,00. Se tirarmos R$ 15,00 de André e dermos para Alice os dois ficaram com a mesma importância. Quanto dinheiro tem cada um?

Esse problema pode ser resolvido de forma semelhante ao Exemplo 04, formando duas equações. Mas faremos a solução de uma maneira alternativa. Para isso vamos considerar a seguinte linguagem:

- Alice tem x reais;
- Como os dois juntos têm 100 reais, André tem o que sobra de 100 quando tirarmos o que Alice possui, então André tem 100 – x.

Então vamos representar as informações:
◇ Alice: x reais
◇ André: (100 – x) reais
◇ Tirando R$ 15,00 de André: **100 – x – 15**
◇ Dando R$ 15,00 a Alice: **x + 15**

De acordo com o problema, essa duas últimas expressões representam o mesmo valor, pois correspondem a mesma importância. Dessa forma, temos a equação abaixo.

$$\mathbf{x + 15 = 100 - x - 15}$$

$$x + x = 100 - 15 - 15$$

$$2x = 70$$

$$x = \frac{70}{2}$$

$$\underline{x = 35 \text{ reais}}$$

Então Alice possui 35 reais, pois é o valor x. E André possui 100 – 35 = 65 reais.

Verificação: perceba que dando 15 reais a Alice ela ficará com 35 + 15 = 50 reais, que é o mesmo valor que André terá se der os 15 reais a Alice.

Exemplo 07:
Mateus tem 7 anos e Lucas tem 37. Daqui a quantos anos a idade de Lucas será o triplo da idade de Mateus?

Como não sabemos, devemos supor que será daqui a x anos. E considerando isso, teremos:

Daqui a x anos:
Mateus terá x + 7 anos e Lucas x + 37 anos.
Nesse momento do tempo, a idade de Lucas será o triplo da idade de Mateus então podemos representar da seguinte forma:

$$x + 37 = 3\cdot(x + 7)$$
$$x + 37 = 3x + 21$$
$$x - 3x = 21 - 37$$
$$-2x = -16 \ ^{(-1)}$$
$$x = 8 \text{ anos}$$

Então isso deve ocorrer daqui a 8 anos.

Verificação: não é difícil perceber que daqui a 8 anos André terá 7 + 8 = 15 anos, e Lucas terá 37 + 8 = 45 anos, exatamente o triplo da idade de André.

Exemplo 08:
A idade de Ana é 3/5 da idade de Dulce. Sabendo que juntos elas têm 48 anos, determine a idade de cada uma deles.

Podemos representar as idades assim:
◇ Ana: x anos
◇ Dulce: (48 – x) anos, é o que falta pra 48.

Agora montamos a equação:

$$x = \frac{3}{5}(48 - x)$$

Podemos multiplicar cruzado e eliminar o denominador ou mesmo "tirar" o m.m.c., você escolhe o processo. Fica assim:

$$5x = 3\cdot(48 - x)$$
$$5x = 144 - 3x$$
$$5x + 3x = 144$$
$$8x = 144$$
$$x = \frac{144}{8}$$
$$x = 18 \text{ anos}$$

Nesse caso, x = 18 anos é a idade de Ana e a idade de Dulce será 48 – 18 = 30 anos.

Verificação: calculando-se 3/5 de 30 obteremos 18, o que mostra que a solução está correta.

Exemplo 09:
No terreno de dona Glória há vacas e perus. No total há 13 animais e 36 pés. Quantos são os perus?

Podemos representar as vacas por v e os perus por p. Dessa forma:

- Somando-se os animais: v + p = 13
- Somando-se os pés: 4v + 2p = 36.

Lembre que uma vaca tem 4 pés e um peru apenas 2. Dessa forma, temos um sistema de equações:

$$\begin{cases} v + p = 13 \\ 4v + 2p = 36 \end{cases}$$

Vamos resolver o sistema por substituição:
1. v + p = 13
v = 13 – p

2. 4v + 2p = 36, e aqui substituímos o valor de v por 13 – p que foi obtido no passo anterior. E teremos:

$$4(13 - p) + 2p = 36$$
$$52 - 4p + 2p = 36$$
$$-4p + 2p = 36 - 52$$
$$-2p = -16 \ ^{(-1)}$$
$$2p = 16$$
$$p = 8 \text{ perus}$$

Portanto há 8 perus no terreno.

Verificação: Note que, se são 8 os perus, as vacas devem ser apenas 5, pois o problema afirmou que são 13 animais. Dessa forma, podemos ver se está correto, fazendo a contagem dos pés. Observe que vamos ter 5 x 4 + 8 x 2 = 20 + 16 = 36, que é o total de pés expresso no problema.

Exemplo 10:

Se somarmos 11 ao numerador de uma fração ela fica igual a 2, mas se subtrairmos 1 do seu denominador ela fica igual a 1. Qual é a fração?

Podemos supor que temos uma fração do tipo $\frac{x}{y}$. Nesse caso, de acordo com o problema, temos as duas equações a seguir:

$$\frac{x+11}{y} = 2 \text{ e } \frac{x}{y-1} = 1$$

Multiplicando cruzado e organizando as equações obtemos:

$$x = 2y - 11 \text{ e } x = y - 1$$

Essas duas equações representam um sistema. Comparando as duas, temos:

$$2y - 11 = y - 1$$
$$2y - y = -1 + 11$$
$$y = 10$$

Como y = 10, então podemos substituir na 2ª equação e teremos x = 10 – 1, ou seja, teremos x = 9. Logo, a fração desejada é $\frac{9}{10}$.

Verificação: Perceba o que acontece se somarmos 11 no numerador dessa fração. Ela fica $\frac{20}{10} = 2$. E se diminuirmos 1 do denominador? Faça as contas!

A verificação da solução obtida é muito importante, pois ela garante se o problema está resolvido corretamente ou não.

Exemplo 11:

Um reservatório é alimentado por duas torneiras. A primeira torneira, quando ligada sozinha, enche o reservatório em 8 horas. Já a segunda torneira, se operando sozinha, leva 12 horas para encher o reservatório. Se forem abertas ao mesmo tempo as duas torneiras quando o reservatório estiver vazio, em quanto tempo ele estará cheio?

Podemos considerar o seguinte:

◇ A primeira torneira leva 8 horas para encher o reservatório, então, em 1 hora, ela enche apenas $\frac{1}{8}$ dele.

◇ Da mesma forma, a segunda torneira, encherá apenas $\frac{1}{12}$ do reservatório em 1 h.

◇ Considerando as duas operando juntas, podemos assumir que elas encherão o reservatório em x horas. Logo, temos a equação a seguir.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{1}{x}$$

Calculamos o m.m.c. do primeiro lado que é 24 e usamos o processo de dividir pelo "de baixo" e multiplicar pelo "de cima".

$$\text{Assim teremos } \frac{3+2}{24} = \frac{1}{x}$$

$$\text{Ou seja, } \frac{5}{24} = \frac{1}{x}$$

Multiplicando cruzado, obtemos 5x = 24

$$x = \frac{24}{5} = 4{,}8 \text{ horas}$$

Dividindo 24 por 5 obtivemos 4,8 horas. Isso representa 4 horas e mais 0,8 horas. Para se ter uma noção melhor do que isso representa, basta multiplicar 0,8 por 60 minutos e teremos 48 minutos.

Concluímos assim que o reservatório ficará cheio em 4 h e 48 minutos.

Agora é com você! Faça bastantes exercícios e tire dúvidas com o seu professor!