Sumário

Questão 1 (Assunto: Sistemas de equações)

Em um estacionamento, há automóveis e motos em um total de 49 veículos e 172 rodas. Qual é a diferença entre a quantidade de automóveis e de motos?

Gabarito

$$\begin{cases} A + M = 49 \\ 4A + 2M = 172 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4A - 4M = -196 \\ 4A + 2M = 172 \end{cases}$$

$-2M = -24$

$M = 12$

$C = 37$

$37 - 12 = 25$

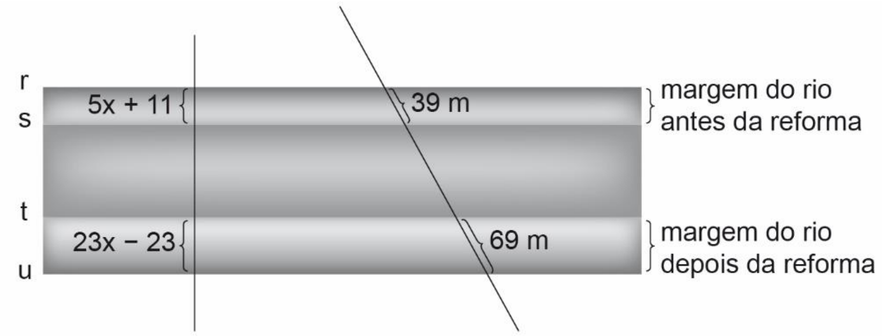
A diferença é de 25 veículos.

Questão 2 (Assunto: Teorema de Tales)

Leia o texto abaixo.

A marginal do rio Tietê é uma importante via de tráfego na cidade de São Paulo. Sua extensão é de cerca de 15 milhas. Reformas vêm sendo feitas para aumentar a capacidade do rio, e uma delas é o alargamento de suas margens.

Use o esquema abaixo, em que as retas r, s, t e u são paralelas entre si, e responda:



a) Qual é o valor de x?

b) Calcule a largura da margem do rio após as reformas.

c) Sabendo que uma milha (mi) equivale a cerca de 1,6 km, calcule qual é a extensão aproximada da marginal do rio Tietê em quilômetros (km).

Gabarito

a) Usando o Teorema de Tales, temos:

$$\frac{5x+11}{23x-23}=\frac{39}{69}$$

$$\frac{5x+11}{23x-23}=\frac{13}{23}$$

$$\frac{5x+11}{x-1}=\frac{13}{1}$$

$$5x+11=13x-13$$

$$8x=24$$

$$x=3\text{ m}$$

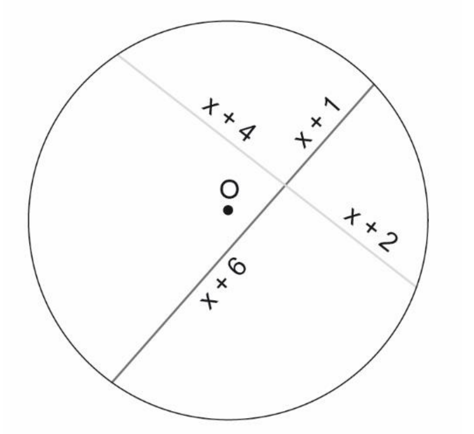
b) A largura da margem do rio, após as reformas, é dado por: 23x – 23.
Assim, 23·3 – 23 = 46 m.

c) A extensão aproximada da marginal em quilômetros é: 15·1,6 = 24 km.

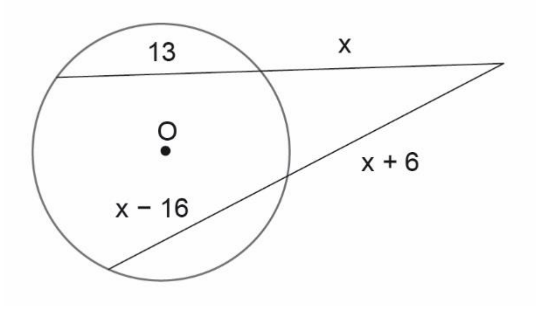
Questão 3 (Assunto: Circunferências; Potência de um ponto)

Sabendo que o ponto “O” é o centro das circunferências, calcule o valor da incógnita que aparece em cada caso.

a)



b)



Gabarito

a) $(x + 2)\cdot(x + 4) = (x + 1)\cdot(x + 6)$

$x^2 + 6x + 8 = x^2 + 7x + 6$

$x = 2$

b) $x(x + 13) = (x + 6)\cdot(2x - 10)$

$x^2 + 13x = 2x^2 + 12x - 10x - 60$

$x^2 - 11x - 60 = 0$

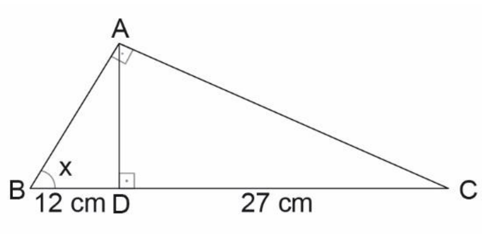
$(x - 15)\cdot(x + 4) = 0$

$x = 15$ ou $x = -4$

$x = 15$ (pois a medida não pode ser negativa)

Questão 4 (Assunto: Relações métricas no triângulo retângulo)

Na figura que se segue, determine o que é pedido em cada item.



a) Qual a medida da altura $\overline{AD}$ do triângulo ABC?

b) Qual a medida dos catetos do triângulo ABC?

c) Quais as medidas de senx, cosx e tgx?

Gabarito

a) Fazendo $\overline{AD}$ = h e usando as relações métricas válidas nos triângulos retângulos, temos:

$h^2 = 12 \times 27$

$h^2 = 4 \times 3 \times 3 \times 9$

$h = 2 \times 3 \times 3 = 18$ cm

b) Fazendo $\overline{AB}$ = a e $\overline{AC}$ = b e usando as relações métricas válidas nos triângulos retângulos, temos:

$a^2 = 12 \times 39$

$a^2 = 4 \times 3 \times 3 \times 13$

$a = 2 \times 3 \times \sqrt{13}$

$a = 6\sqrt{13}$ cm

$b^2 = 27 \times 39$

$b^2 = 9 \times 3 \times 3 \times 13$

$b = 9 \times \sqrt{13}$ cm

c) $\text{senx} = \dfrac{\text{cat. oposto a x}}{\text{hipotenusa}} = \dfrac{18}{6\sqrt{13}} = \dfrac{3}{\sqrt{13}} = \dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

$\cos x = \dfrac{\text{cat. adjacente a x}}{\text{hipotenusa}} = \dfrac{12}{6\sqrt{13}} = \dfrac{2}{\sqrt{13}} = \dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

$\text{tgx} = \dfrac{\text{cat. oposto a x}}{\text{cat. adjacente a x}} = \dfrac{18}{12} = \dfrac{3}{2}$

A resposta pode ser obtida, utilizando os lados do triângulo ABC.

Questão 5 (Assunto: Equação fracionária)

Considere U = R para resolver a equação fracionária a seguir.

$$\frac{4x^2+4}{x^2-1} - \frac{2x-4}{x+1} - \frac{4}{x-1} = 0$$

Gabarito

$$\frac{4x^2+4}{(x+1)(x-1)} - \frac{2x-4}{x+1} - \frac{4}{x-1} = 0$$

$$\frac{4x^2+4-(x-1)(2x-4)-4(x+1)}{(x+1)(x-1)} = 0 \quad DV = R - \{\pm 1\}$$

$4x^2+4-2(x^2-3x+2)-4x-4=0$

$4x^2+4-2x^2+6x-4-4x-4=0$

$2x^2+2x-4=0$

$x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$

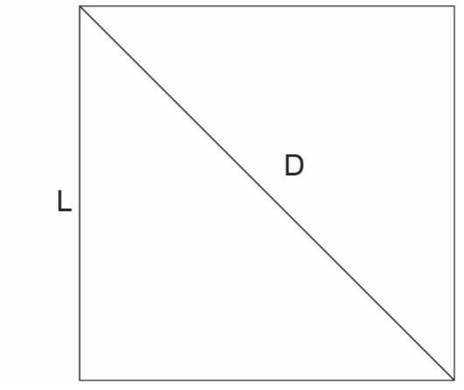
$x=-2 \quad x=1$

$V=\{-2\}$

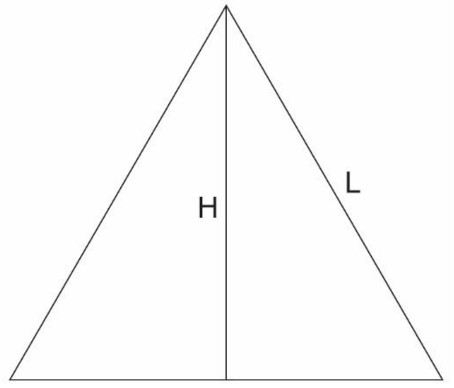
Questão 6 (Assunto: Relações métricas)

O Teorema de Pitágoras é uma ferramenta muito forte no estudo da Geometria e afirma que, em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa. Utilizando esse teorema, responda às questões a seguir.

a) Qual é a medida da diagonal D de um quadrado cujo lado é $L = 4\sqrt{2}\,m$?



b) Qual é a altura H de um triângulo equilátero de lado $L = 2\sqrt{3}\,m$?



Gabarito

a) Aplicando o Teorema de Pitágoras nos lados do quadrado:

$$D^2 = L^2 + L^2$$

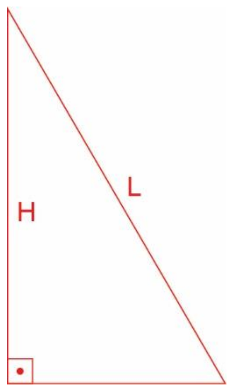
$$D^2 = \left(4\sqrt{2}\right)^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2$$

$$D^2 = 32 + 32 = 64$$

$$D = 8\ m$$

Logo, a diagonal mede 8 metros.

b) Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo formado pela altura, pela metade da base e por um lado do triângulo, temos:



$$L^2 = H^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$\left(2\sqrt{3}\right)^2 = H^2 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$12 = H^2 + 3$$

$$H^2 = 9$$

$$H = 3 \text{ m}$$

Logo, a altura do triângulo é 3 metros.

Questão 7 (Assunto: Equações fracionárias e equações irracionais)

Considere a equação a seguir.

$$\frac{2x}{x+2} + \frac{3}{x+1} = 2$$

a) Verifique qual é o domínio de validade dessa equação.

b) Qual é o valor de x?

Gabarito

a) Para que a equação seja válida, o denominador não pode ser igual a zero, ou seja, o valor de x não pode ser –2 nem –1.

b) Realizando o mmc da equação fracionária dada, teremos:

$$\frac{2x \cdot (x+1) + 3 \cdot (x+2)}{(x+2) \cdot (x+1)} = 2$$

$$2x^2 + 2x + 3x + 6 = 2 \cdot \left(x^2 + 3x + 2\right)$$

$$2x^2 + 5x + 6 = 2x^2 + 6x + 4$$

$$6 - 4 = 6x - 5x$$

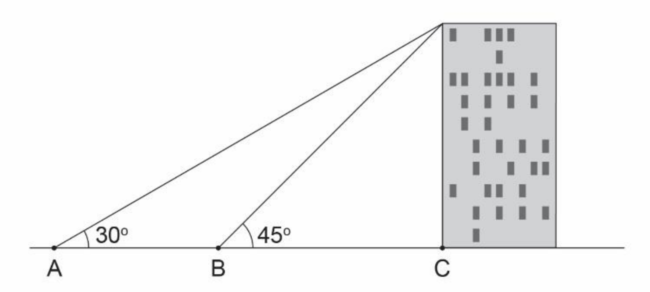
$$2 = x$$

$$x = 2$$

Questão 8 (Assunto: Trigonometria)

Teodolito é um equipamento capaz de realizar medidas de ângulos. É utilizado em áreas como a agrimensão, a topografia e as navegações.

Suponha que uma pessoa queira descobrir a altura de uma torre e que, utilizando um teodolito, obtenha os ângulos indicados na figura a seguir.



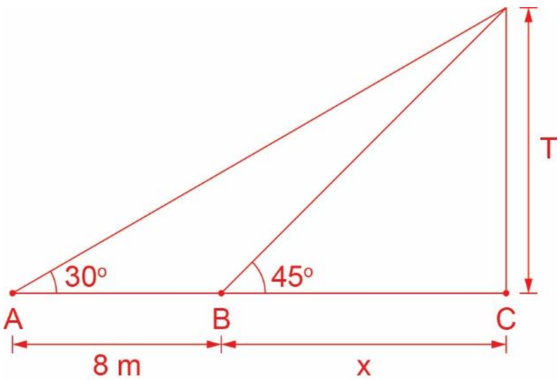
Considerando que os pontos A, B e C estão alinhados, que a distância entre os pontos A e B é 8 metros e que tg30° = 0,6, responda às perguntas.

a) Qual é a altura da torre?

b) Qual é a distância entre o ponto A e o ponto C?

Gabarito

a) Chamando a altura da torre de T e a distância entre B e C de x, construímos a figura:



Observando o triângulo de base BC, temos:

$$tg45^o = \frac{T}{x}$$

$$1 = \frac{T}{x}$$

$$T = x$$

Observando o triângulo de base AC, temos:

$$tg30^o = \frac{T}{8+x}$$

Substituindo x por T:

$$tg30^o = \frac{T}{8+T}$$

$$0,6 = \frac{T}{8+T}$$

$$0,6(8+T) = T$$

$$4,8 + 0,6T = T$$

$$0,4T = 4,8$$

$$T = 12m$$

Com isso, temos que a altura da torre é 12 m.

b) A distância entre o ponto A e o ponto C é 8 m + 12 m = 20 m.

Questão 9 (Assunto: Sistemas de equações)

Considere o sistema a seguir.

$$\begin{cases} a(b+c) = 200 \\ b(a+c) = 221 \end{cases}$$

a) Encontre a representação em fatores primos dos números 200 e 221.

b) Se a, b e c são números naturais, qual o valor da soma a + b + c?

Gabarito

a) A forma fatorada de ambos é:

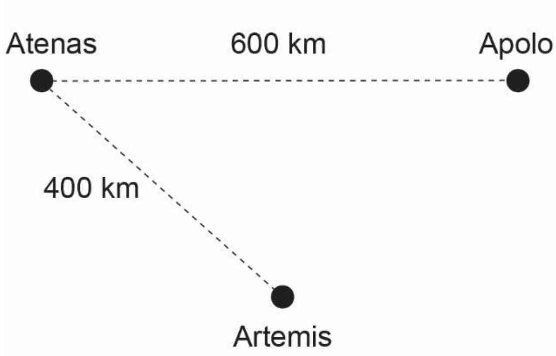
$$200 = 2^3 \cdot 5^2$$

$$221 = 13 \cdot 17$$

b) Note que, se b(a + c) = 13 · 17, então a = 13 e b + c = 17 ou a = 17 e b + c = 13. Em ambos os casos, a + b + c = 13 + 17 = 30.

Questão 10 (Assunto: Equações fracionárias)

Poliana e Eduardo moram em Atenas e realizaram, separadamente, uma viagem com destinos diferentes. Enquanto Poliana foi para Artemis, Eduardo foi para Apolo. A velocidade média desenvolvida por ambos foi a mesma, porém Poliana demorou x horas e Eduardo x + 3 horas.



a) Sabendo que a velocidade média é a razão entre o deslocamento e o tempo, ou seja $v = \frac{d}{t}$, encontre o tempo que Poliana demorou para concluir a viagem.

b) Se as três cidades podem ser consideradas como vértices de um triângulo retângulo, em que o ângulo de 90° está no vértice representado por Artemis, qual o tempo que Eduardo levará para visitar Poliana em Apolo se mantiver a mesma velocidade média?

Dado:

Considere $\sqrt{5} = \frac{9}{4}$.

Gabarito

a) Como a velocidade média desenvolvida por ambos foi a mesma, então temos que:

$$\frac{600}{x+3} = \frac{400}{x}$$
$$600x = 400(x+3)$$
$$3x = 2(x+3)$$
$$3x = 2x+6$$
$$3x - 2x = 6$$
$$x = 6$$

Poliana demorou 6 horas para concluir a viagem.

b) Por Pitágoras, temos que a distância y de Artemis até Apolo será:

$$Y^2 = 600^2 - 400^2$$
$$Y^2 = 100^2(36 - 16)$$
$$Y^2 = 100^2 \cdot 20$$
$$Y = 200\sqrt{5}$$
$$Y = 200 \cdot \frac{9}{4} = 450$$

Portanto, a distância de Artemis até Apolo é de 450 km.

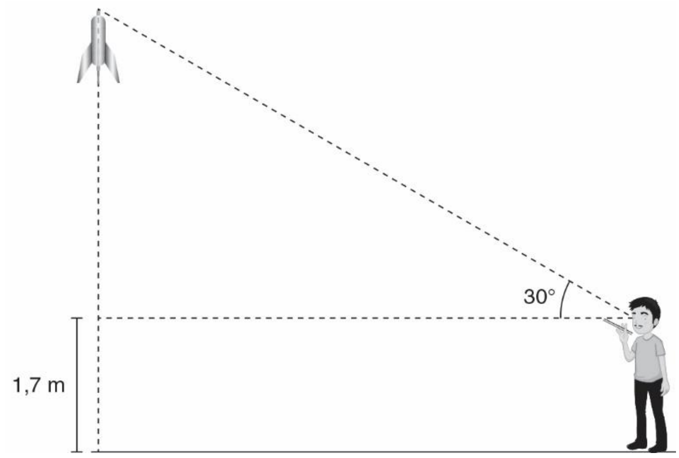
Assim:

$$t = \frac{450}{\frac{400}{6}} = \frac{27}{4} = 6{,}75$$

Portanto, Eduardo levará 6,75 horas, ou seja, 6 horas e 45 minutos.

Questão 11 (Assunto: Trigonometria no triângulo retângulo)

Em uma escola, todos os anos, os alunos participam de um campeonato de foguetes construídos com garrafas pet. Neste ano, para medir a altura que os foguetes iriam atingir, o professor de Matemática ficou a 10 metros do lançamento, com um teodolito, para medir o ângulo formado entre o nível de visão do professor e a altura máxima atingida pelo foguete, conforme a ilustração a seguir.



Nessas condições, encontre a altura máxima atingida pelo foguete. Utilize $\sqrt{3} = 1{,}71$.

Gabarito

Chamando de h a altura entre o nível de visão do professor e a altura máxima atingida pelo foguete, tem-se:

$$h = 10 \times tg(30°)$$

$$h = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$h = 10 \times \frac{1{,}71}{3}$$

$$h = 10 \times 0{,}57$$

$$h = 5{,}7 \text{ m}$$

Portanto, a altura máxima atingida pelo foguete será 5,7 + 1,7 = 7,4 m.

Questão 12 (Assunto: Domínio de uma expressão)

Encontre o conjunto-solução das equações a seguir.

a) $x - 1 = -(x - 1)$

b) $$\frac{1}{\frac{1}{x}} - 1 = -\left(\frac{1}{\frac{1}{x-1}}\right)$$

Gabarito

a) $x - 1 = -(x - 1)$

$x - 1 = -x + 1$

$x + x = 1 + 1$

$2x = 2$

$x = 1$

Portanto, $S = \{1\}$.

b) Observe que o domínio de validade dessa equação é $\mathbb{R} - \{1,0\}$.

Sendo assim:

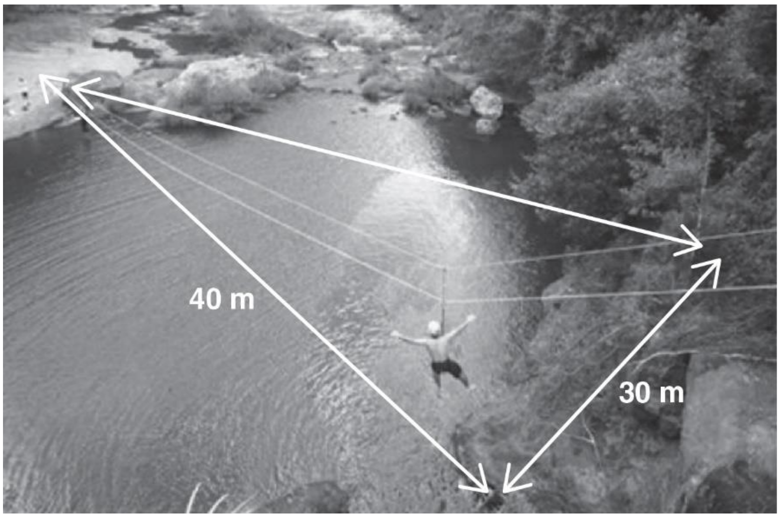
$$\frac{1}{\frac{1}{x}} - 1 = -\left(\frac{1}{\frac{1}{x-1}}\right)$$

$$x - 1 = -(x - 1)$$

Como a solução dessa última equação é $x = 1$, segue que o conjunto-solução da equação dada é vazio.

Questão 13 (Assunto: Teorema de Pitágoras)

Uma tirolesa é montada a uma altura de 30 metros e, com ela, uma pessoa precisa atravessar um rio que possui 40 metros de uma margem à outra. Observe a imagem a seguir.



Disponível em: <www.ojornal.net/horaemhora/images/stories/Tirolesa_009.jpg>.
Acesso em: 19 jul. 2012.

Desconsiderando o esticamento da corda, responda ao que se pede.

a) Qual a distância a ser percorrida através da corda?

b) Sabendo que a tirolesa leva cerca de 10 segundos para atravessar o rio, calcule sua velocidade média no percurso.

Gabarito

a) A distância a ser percorrida através da corda pode ser calculada com o Teorema de Pitágoras.

$$\text{distância} = \sqrt{30^3 + 40^2}$$
$$\text{distância} = \sqrt{900 + 1600}$$
$$\text{distância} = \sqrt{2500}$$
$$\text{distância} = 50 \text{ metros}$$

b) A velocidade média pode ser calculada pela razão entre a distância e o tempo de travessia. Sendo assim, tem-se:

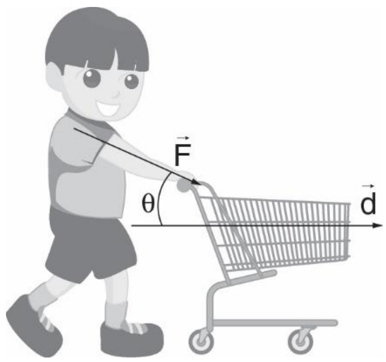
$$\text{velocidade média} = \frac{\text{distância}}{\text{tempo}}$$
$$\text{velocidade média} = \frac{50}{10}$$
$$\text{velocidade média} = 5 \text{ m/s}$$

Questão 14 (Assunto: Lei dos senos e dos cossenos)

O trabalho é uma grandeza que pode ser entendida como um agente com capacidade de modificar o estado de energia de um sistema. Por exemplo, se um automóvel se move com certa velocidade e, repentinamente, essa velocidade aumenta, pode-se associar que um trabalho está sendo realizado pelo motor através do ato de acelerar, fazendo com que o motor trabalhe mais. Matematicamente, o trabalho é calculado pela seguinte expressão.

$$\text{trabalho} = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

Considere que F é a força, d é o deslocamento e θ é o ângulo formado entre o vetor força e deslocamento do corpo. Suponha uma situação, conforme a figura a seguir, em que uma pessoa empurra um carrinho.



Com base nas informações apresentadas e nos conhecimentos sobre o assunto, responda ao que se pede.

a) Para qual ângulo θ a força é mais bem aproveitada?

b) Para uma força de 50 unidades e um ângulo de 60°, determine o valor do trabalho para um deslocamento igual a 20 unidades.

Gabarito

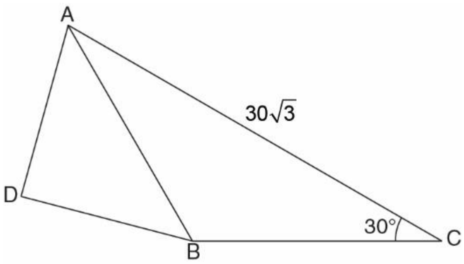
a) O ângulo que melhor aproveita a força é θ = 0°, já que, assim, o valor de cosseno é o maior possível: cosθ = 1.

b) Para uma força de 50 unidades, um ângulo de 60° e um deslocamento igual a 20 unidades, utilizando a fórmula e substituindo os dados, tem-se:
trabalho = 50 · 10 · cos 60°

$$\text{trabalho} = 500 \times \frac{1}{2} = 250 \text{ unidades}$$

Questão 15 (Assunto: Ponto médio; Teorema de Pitágoras)

Observe a figura a seguir.



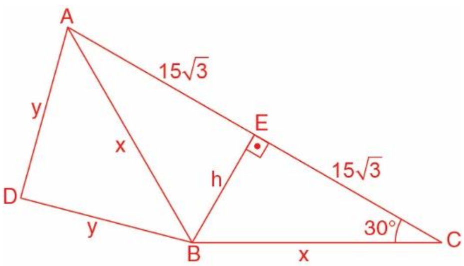
Considerando que a medida dos segmentos AB e BC são iguais e que a medida do segmento AC é $30\sqrt{3}$, responda ao que se pede.

a) Calcule a altura do triângulo ABC em relação ao lado AC.

b) Se o triângulo ADB é isósceles e retângulo em D, qual é a medida do segmento AD?

Gabarito

a) Seja E o ponto médio do segmento AC. Dessa forma, BE é a altura do triângulo ABC em relação ao lado AC.



Calculando a tangente do ângulo de 30° do triângulo EBC, tem-se:

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{h}{15\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{15\sqrt{3}}$$

$$h = 15$$

b) Por Pitágoras, pode-se calcular a medida do segmento BC:

$$x^2 = 15^2 + \left(15\sqrt{3}\right)^2$$

$$x^2 = 225 + 225 \times 3$$

$$x^2 = 900$$

$$x = 30$$

Como o triângulo ABD é isósceles e retângulo, pode-se calcular o valor de seus catetos com o Teorema de Pitágoras:

$$y^2 + y^2 = 30^2$$

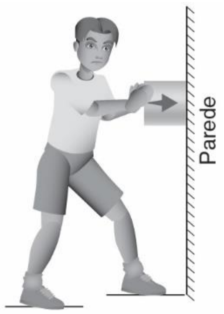
$$2y^2 = 900$$

$$y = \frac{30}{\sqrt{2}}$$

Racionalizando a resposta: $y = 15\sqrt{2}$

Questão 16 (Assunto: Equações; Força de atrito)

Uma pessoa segura um tijolo, de peso igual a 100 N, apertando-o contra uma parede.



A força de atrito entre dois corpos é dada pela seguinte expressão:

$$f_{atrito} = \mu \cdot N$$

na qual μ é o coeficiente de atrito e N é a força normal, perpendicular à superfície de contato. Considerando o exposto, responda ao que se pede.

a) Se a pessoa aplicou uma força de 200 N – menor força necessária para segurar esse bloco contra a parede –, qual é o coeficiente de atrito entre a parede e o tijolo?

b) Qual a força mínima que essa pessoa deveria aplicar para segurar o bloco se ele tivesse um peso de 300 N?

Gabarito

a) A força de atrito é igual a:

$f_{atrito} = \mu \cdot N$

Para segurar o tijolo, a força de atrito deverá ser igual à força peso, isto é, 100 N. A força normal é exatamente a força que a pessoa aplica sobre o tijolo, dessa maneira:

$100 = m \times 200$

$$m = \frac{100}{200}$$

$m = 0{,}5$

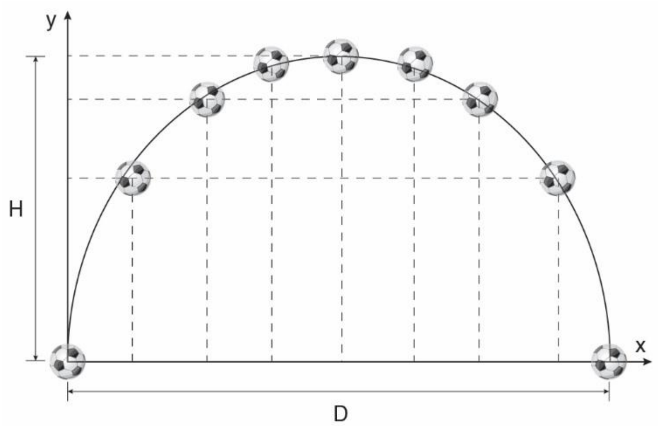
b) Como μ = 0,5, para que o bloco não escorregue, a força de atrito f deve ser maior ou igual à força peso, atingindo o menor valor necessário quando ambas são iguais, logo:

$N \cdot 0{,}5 = 300$

N = 600 N

Questão 17 (Assunto: Equações do 2º grau)

Em dado momento, em uma aula de Educação Física, uma bola é lançada formando uma trajetória de parábola, conforme a figura a seguir.



Se a posição vertical da bola no instante t, em minutos, é dada pela expressão $y = 10t - 5t^2$, enquanto a posição horizontal é dada pela expressão $x = 2t$, estando x e y em metros, responda ao que se pede.

a) Qual a altura máxima atingida pela bola?

b) A que distância do lançamento a bola tocou novamente no chão?

Gabarito

a) Para calcular a altura máxima atingida pela bola, vamos calcular o tempo total em que a bola permaneceu no ar por meio das duas soluções da equação da posição vertical da bola, para y = 0, ou seja, os momentos em que a bola sai do chão e toca o chão novamente. A altura máxima acontecerá na metade desse intervalo de tempo.

$Y = 10t - 5t^2$

$0 = 10t - 5t^2$

$0 = t(10 - 5t) \Rightarrow t = 0$ s ou $t = 2$ s

Tempo total da bola no ar: 2 s

Instante da altura máxima: 1 s

Portanto:

Altura máxima: $10 \cdot (1) - 5 \cdot (1)^2 = 5$ m

b) A bola tocou o chão novamente no instante 2 s, então o alcance da bola é: $2 \cdot 2 = 4$ m

---

Questão 18 (Assunto: Inequações)

Considere que a, b e c são inteiros positivos e responda ao que se pede.

a) Qual o maior valor da expressão $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$?

b) Mostre que $3abc \geq ab + ac + bc$.

Gabarito

a) O valor máximo de cada uma das expressões $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ e $\frac{1}{c}$ é 1.

Logo, o maior valor da soma entre elas é 3.

b) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq 3$

Multiplicando ambos os lados da inequação pelo valor positivo abc, tem-se:

$$abc \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \leq 3 \cdot abc$$

$$ab + ac + bc \leq 3abc$$

Questão 19 (Assunto: Circunferências e tangências; Inscrição e circunscrição de polígonos regulares)

A circunferência a seguir está inscrita no quadrilátero ABCD.

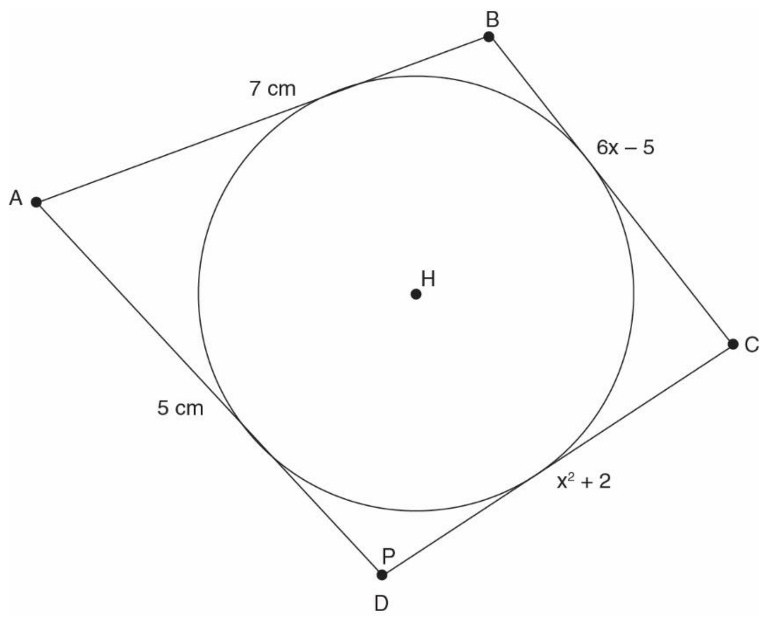


Ilustração fora de escala.

a) Encontre o valor de x.

b) Determine o perímetro desse quadrilátero.

Gabarito

a) $x^2 + 2 + 7 = 6x - 5 + 5$

$x^2 - 6x + 9 = 0$

$(x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ cm

b) Perímetro $= x^2 + 2 + 6x - 5 + 7 + 5$

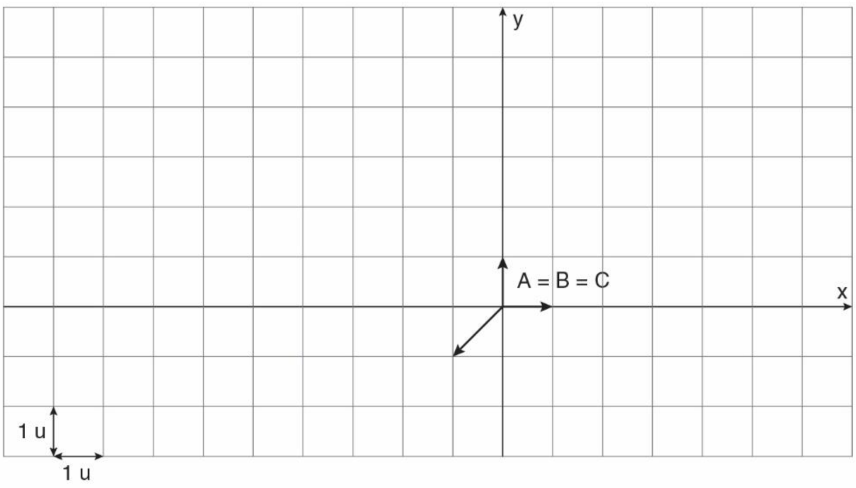
$= x^2 + 6x + 9$

$= 3^2 + 6 \cdot 3 + 9$

$= 36$ cm

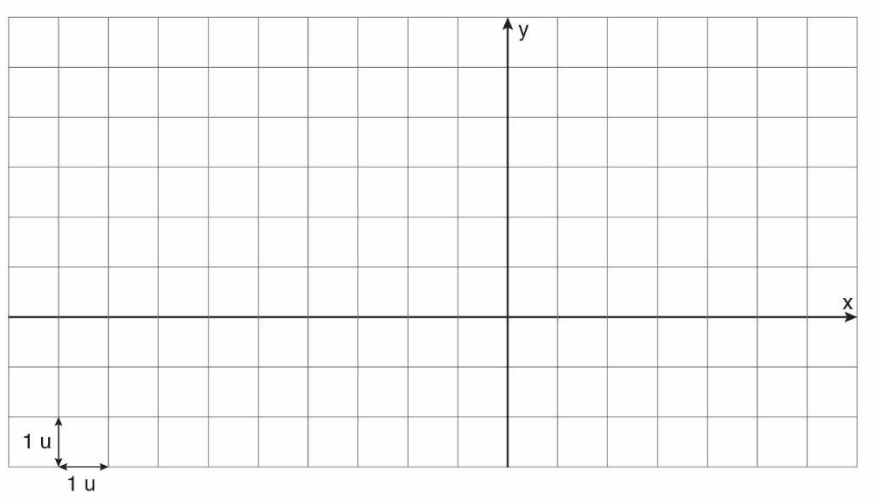
Questão 20 (Assunto: Plano cartesiano)

No instante t = 0, três partículas, A, B e C, se encontraram na origem de um sistema de coordenadas cartesianas, conforme mostra a figura a seguir.



A partícula A está a uma velocidade constante de 2 u por segundo e viajando sobre o eixo y, a B está a uma velocidade constante de 3 u por segundo e viajando sobre o eixo x, e a C está a uma velocidade constante de $\sqrt{2}$ u por segundo e viajando sobre a diagonal do quadriculado. Supondo que as partículas mantenham o sentido indicado pelas setas, faça o que se pede.

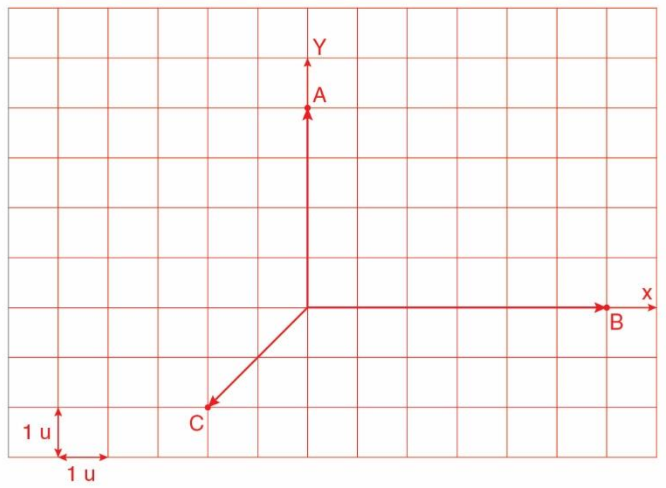
a) Mostre no plano cartesiano qual será a posição das partículas no instante t = 2 segundos.



b) Qual a distância entre as partículas no instante t = 2 segundos?

Gabarito

a)



b) A distância entre as partículas A e C será:

$$d(A,C) = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}\,u$$

A distância entre as partículas A e B será:

$$d(A,B) = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}\,u$$

E a distância entre as partículas B e C será:

$$d(B,C) = \sqrt{8^2 + 2^2} = 2\sqrt{17}\,u$$

Questão 21 (Assunto: Inequações)

Oswaldo e Sabrina são recém-casados e estão indecisos sobre o número de filhos que terão. Eles pediram opinião para vários casais de amigos e, de cada casal, escutaram um palpite diferente, observe:

1º casal de amigos: "Nós achamos bom ter, no máximo, 6 filhos."

2º casal de amigos: "Nós sempre achamos bom ter entre 3 e 7 filhos."

3º casal de amigos: "Para serem felizes, é preciso ter, no mínimo, 2 filhos."

4º casal de amigos: "O ideal é sempre ter uma quantidade ímpar de filhos."

a) Se Oswaldo e Sabrina seguirem o palpite dos quatro casais de amigos, quantos filhos eles terão?

b) Se eles seguirem o palpite do 1º, 3º e 4º casais, quantos filhos terão?

Gabarito

a) Sendo x a quantidade de filhos que eles planejarão ter, do enunciado, têm-se as condições $x \leq 6$, $3 < x < 7$ e $x \geq 2$, sendo x um número natural ímpar. A interseção desses intervalos é $x = 5$. Logo, esse casal teria 5 filhos.

b) Sendo x a quantidade de filhos que eles planejarão ter, do enunciado, têm-se as condições $x \leq 6$ e $x \geq 2$, sendo x um número natural ímpar. A interseção desses intervalos é $x = 3$ ou $x = 5$. Logo, o casal teria ou 3 ou 5 filhos.

Questão 22 (Assunto: Funções)

Isabela sonhava em ser, por um dia, a diretora da escola em que estuda, para montar a grade horária que julgava perfeita para suas aulas. Para isso, ela listou os professores de quem mais gostava, conforme mostra o quadro a seguir:

Gilberto (Geografia)
Adriana (Artes)
Cleiton (Inglês)
Beatriz (Matemática)
Fábio (Música)
Eduardo (Filosofia)

No entanto, na grade horária de Isabela cabem somente 4 aulas: 1ª aula, 2ª aula, 3ª aula e 4ª aula. Sabe-se que cada aula é ministrada por apenas um professor.

a) Explique por que a relação que associa cada uma das 4 aulas do dia a um único professor é uma função.

b) Para o horário de um certo dia, Isabela escolheu os professores Fábio, Adriana e Cleiton. Como ela gosta muito de Música, resolveu colocar duas aulas para essa disciplina. Nessas condições, qual o total de horários possíveis em que as duas aulas do Professor Fábio aparecem juntas?

Gabarito

a) A relação dada é uma função porque associa cada elemento do domínio (no caso, os 4 horários de aulas distintos) a um único elemento do contradomínio (no caso, um único professor para cada aula).

b) Denotando A para Adriana, C para Cleiton e F para Fábio, temos 12 possibilidades: FFCA, FFAC, FCFA, FAFC, FCAF, FACF, CFFA, AFFC, CFAF, AFCF, CAFF, ACFF. Percebe-se que, em 6 delas, as letras F aparecem juntas. Portanto, as duas aulas do Professor Fábio aparecem juntas em 6 possíveis horários.

Questão 23 (Assunto: Construção de tabelas; Expressões)

Uma concessionária vende unidades de um mesmo modelo de carro popular. Em janeiro de 2014, o gerente da loja observou que, ao vender cada unidade a R$ 20.000,00, ele conseguia vender 4.000 unidades por mês. Visando aumentar a receita gerada pela venda dos carros, ele resolveu aumentar o preço de cada unidade em R$ 200,00 a cada mês. O que o gerente não previu, no entanto, foi que, a cada aumento de R$ 200,00 realizado, 40 unidades deixaram de ser vendidas.

a) Construa uma tabela que mostre, nos seis primeiros meses do ano, o preço unitário de venda dos carros e o número de unidades vendidas.

b) Obtenha as expressões que relacionem o preço unitário da venda (P) e o número de unidades vendidas (Q), com a quantidade x de aumentos de R$ 200,00.

Gabarito

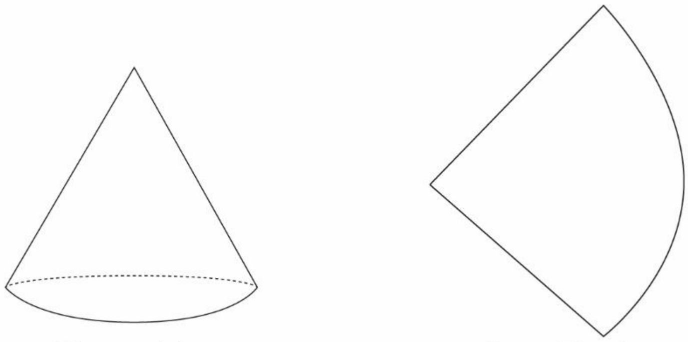
a) A tabela pedida é dada por:

Mês	**Preço unitário (R$)**	**Unidades vendidas**
Janeiro	20.000,00	4.000
Fevereiro	20.200,00	3.960
Março	20.400,00	3.920
Abril	20.600,00	3.880
Maio	20.800,00	3.840
Junho	21.000,00	3.800

b) Do enunciado, tem-se $P = 20.000 + 200x$ e $Q = 4.000 – 40x$, sendo x um número natural.

Questão 24 (Assunto: Setor circular)

Pedro fará uma festa para comemorar seu décimo aniversário. Ele faz questão de que todos os convidados presentes usem chapeuzinhos de festa feitos com cartolina. Para produzi-los, Pedro recorta, de uma cartolina quadrada, um setor circular, como mostram as figuras a seguir:



Chapeuzinho   Setor Circular

Ao medir algumas dimensões de um chapeuzinho, Pedro obteve a medida do raio do setor circular, igual a 8 cm, e do comprimento de seu arco, que media 12 cm.
Sabendo que o lado da cartolina mede 16 cm e que Pedro dispõe de 50 cartolinas, supondo que todos os convidados presentes, exceto Pedro, usem chapeuzinho, qual será o número máximo de pessoas que ele convidará? Adote $\pi = 3$.

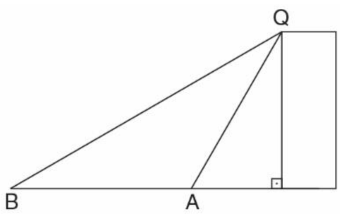
Gabarito

Nota-se que o ângulo central do setor circular pode ser obtido por $\frac{12}{2 \times p \times 8} \times 360^{o} = 90^{o}$. Logo, em cada cartolina quadrada, cabem, exatamente, 4 chapeuzinhos. Com 50 cartolinas, teremos $50 \cdot 4 = 200$ chapeuzinhos. Portanto, Pedro poderá convidar, no máximo, 200 pessoas.

Questão 25 (Assunto: Triângulos; Senos)

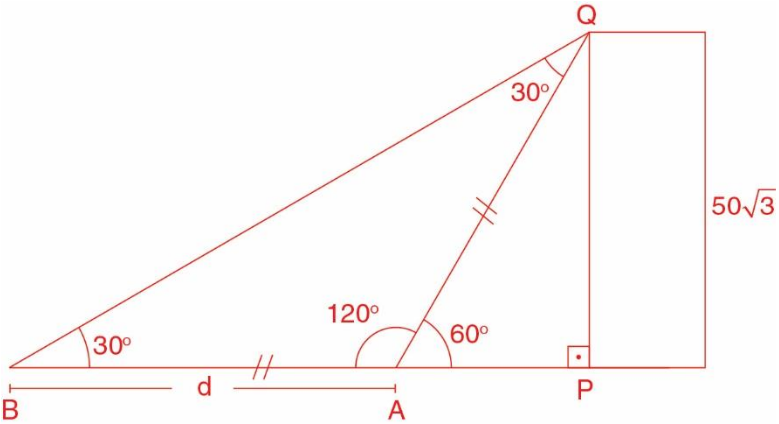
Duas pessoas, A e B, estão em uma mesma rua e observam o topo de um mesmo prédio, Q, cada uma enxergando esse topo inclinando a cabeça, respectivamente, a 60° e a 30° em relação à horizontal, conforme a figura. A altura do prédio foi calculada e obteve-se $50\sqrt{3}$ m.

Desprezando a altura das pessoas em relação ao prédio, determine a distância entre elas.



Gabarito

A partir do enunciado, tem-se a figura:



Sendo d a distância pedida em metros, nota-se que o triângulo ABQ é isósceles e, portanto, AQ = d. No triângulo retângulo APQ, tem-se $\text{sen}\,60^{\circ} = \frac{PQ}{d}$, ou seja, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{50\sqrt{3}}{d}$. Portanto, d = 100 m.