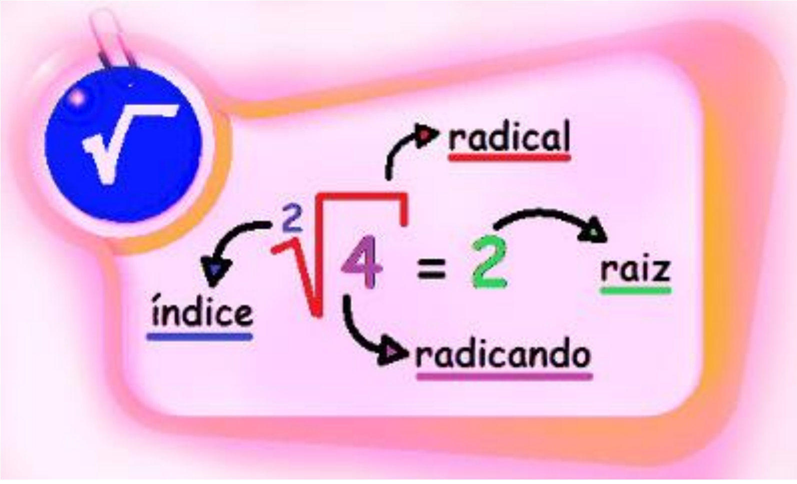
RADICAIS



Adição e subtração de radicais

Só podemos realizar a adição e a subtração de radicais quando eles apresentam índices e radicandos iguais.

Ao trabalhar com radicais, podemos aplicar todas as propriedades básicas da álgebra.. Veremos agora como determinar a soma e a diferença de raízes.O primeiro e mais importante detalhe que deve ser observado é que **só podemos realizar a adição e a subtração de radicais que apresentam índices e radicandos iguais.** Dizemos que esses são **radicais semelhantes**. Observe alguns exemplos de radicais semelhantes com os quais podemos operar a adição e a subtração:

- $2\sqrt{5}, -\sqrt{5}, \frac{\sqrt{5}}{2}$
- $-\sqrt[3]{2}, 4\sqrt[3]{2}, 10\sqrt[3]{2}$

Para efetuar a adição e a subtração de radicais, podemos utilizar uma conhecida técnica de fatoração: o fator comum. Nesse caso, teremos em comum o radical, que colocaremos em **evidência** para que possamos então somar ou subtrair seus coeficientes (números que acompanham os radicais). Vejamos alguns exemplos:

a) $-2\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{10}-3\sqrt[3]{10}$

Como dito acima, operaremos apenas os coeficientes: **– 2 + 1 – 3 = – 4**.

$$-2\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{10}-3\sqrt[3]{10}=(-2+1-3)\sqrt[3]{10}=-4\sqrt[3]{10}$$

b) $3\sqrt[2]{5}-\frac{1}{2}\sqrt[2]{5}$

Subtrairemos os coeficientes **3 e** – ½ para determinar a diferença dos radicais:

$$3\sqrt[2]{5}-\frac{1}{2}\sqrt[2]{5}=\left(3-\frac{1}{2}\right)\sqrt[2]{5}=\frac{5}{2}\sqrt[2]{5}$$

c) $\frac{1}{2}\sqrt[4]{6}+\frac{2}{3}\sqrt[4]{6}-\frac{1}{4}\sqrt[4]{6}$

Operaremos os coeficientes fracionários:

$$\frac{1}{2}\sqrt[4]{6}+\frac{2}{3}\sqrt[4]{6}-\frac{1}{4}\sqrt[4]{6}=\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right)\sqrt[4]{6}=\frac{11}{12}\sqrt[4]{6}$$

d) $2\sqrt[5]{7}-3\sqrt[9]{7}-\sqrt[5]{7}+5\sqrt[9]{7}$

Como já vimos, só podemos somar ou subtrair radicais de mesmo radicando e mesmo índice. Por essa razão, vamos organizar a expressão, colocando em evidência cada radical semelhante:

$$2\sqrt[5]{7}-3\sqrt[9]{7}-\sqrt[5]{7}+5\sqrt[9]{7}=(2-1)\sqrt[5]{7}+(-3+5)\sqrt[9]{7}=\sqrt[5]{7}+2\sqrt[9]{7}$$

Reorganizaremos também a expressão, agrupando radicais semelhantes e operando seus respectivos coeficientes:

e) $-5\sqrt{3}+\frac{1}{4}\sqrt[3]{2}+2\sqrt{3}-\frac{1}{3}\sqrt[3]{2}$

$$-5\sqrt{3}+\frac{1}{4}\sqrt[3]{2}+2\sqrt{3}-\frac{1}{3}\sqrt[3]{2}=(-5+2)\sqrt{3}+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)\sqrt[3]{2}=-3\sqrt{3}-\frac{1}{12}\sqrt[3]{2}$$

Multiplicação e divisão de radicais

A multiplicação e a divisão de radicais podem ser realizadas de duas formas distintas, a depender dos índices envolvidos.

1. **Quando os índices são iguais**

Para realizar o quociente ou a multiplicação de radicais que possuem o mesmo índice, basta fazer a operação desejada entre os radicandos. Vejamos a seguir como realizamos essas operações entre radicais com o mesmo índice:

1) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{4 \cdot 12} = \sqrt[3]{48}$

2) $\sqrt[2]{11} \cdot \sqrt[2]{5} = \sqrt[2]{11 \cdot 5} = \sqrt[2]{55}$

3) $\dfrac{\sqrt[2]{81}}{\sqrt[2]{3}} = \sqrt[2]{\dfrac{81}{3}} = \sqrt[2]{27}$

4) $\dfrac{\sqrt[4]{49}}{\sqrt[4]{7}} = \sqrt[4]{\dfrac{49}{7}} = \sqrt[4]{7}$

5) $\dfrac{\sqrt[5]{15} \cdot \sqrt[5]{10}}{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[5]{\dfrac{15.10}{5}} = \sqrt[5]{30}$

2. **Quando os índices são diferentes**

Para realizar uma multiplicação ou uma divisão entre raízes que apresentam índices distintos, precisamos modificá-las para que todas tenham o mesmo índice. Podemos aplicar a propriedade da radiciação, que afirma que "***a raiz não sofre alteração se multiplicarmos ou dividirmos o índice do radical e o expoente do radicando por um mesmo valor.***" Uma das alternativas mais práticas é encontrar o mínimo múltiplo comum entre os índices, reescrevendo os radicais com o novo valor:

1) $\sqrt[2]{5} \cdot \sqrt[3]{3} \rightarrow \text{MMC } (2,3) = 6$

$\sqrt[2]{5} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[2 \cdot 3]{5^3} \cdot \sqrt[3 \cdot 2]{3^2} = \sqrt[6]{5^3} \cdot \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{5^3 \cdot 3^2} = \sqrt[6]{1125}$

2) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[6]{2} \rightarrow \text{MMC } (4,6) = 12$

$\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[6]{2} = \sqrt[4 \cdot 3]{3^3} \cdot \sqrt[6 \cdot 2]{2^2} = \sqrt[12]{3^3} \cdot \sqrt[12]{2^2} = \sqrt[12]{3^3 \cdot 2^2} = \sqrt[12]{108}$

3) $\dfrac{\sqrt[2]{3}}{\sqrt[5]{2}} \rightarrow \text{MMC } (2,5) = 10$

$\dfrac{\sqrt[2]{3}}{\sqrt[5]{2}} = \dfrac{\sqrt[2 \cdot 5]{3^5}}{\sqrt[5 \cdot 2]{2^2}} = \sqrt[10]{\dfrac{3^5}{2^2}} = \sqrt[10]{\dfrac{243}{4}}$

4) $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{4}} \rightarrow \text{MMC } (3,6) = 6$

$\dfrac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{4}} = \dfrac{\sqrt[3 \cdot 2]{3^2}}{\sqrt[6]{4}} = \sqrt[6]{\dfrac{3^2}{4}} = \sqrt[6]{\dfrac{9}{4}}$