

# Racionalização de denominadores

Para racionalizar o denominador de uma fração, devemos multiplicar os termos desta fração por uma expressão com radical, denominado fator racionalizante, de modo a obter uma nova fração equivalente com denominador sem radical.

Considere a fração,  $\frac{5}{\sqrt{3}}$  cujo denominador é um número irracional.

Vamos agora multiplicar o numerador e o denominador desta fração por ,  
obtendo uma fração equivalente:

$$\frac{5 \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{5 \sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} &= \sqrt{3^2} \\ \sqrt{3^2} &= 3 \end{aligned}$$

Observe que a fração equivalente  $\frac{5 \sqrt{3}}{3}$  possui um denominador racional.

A essa transformação, damos o nome de **racionalização de denominadores**.

## Principais casos de racionalização

**1º caso: O denominador é um radical de índice 2.** Exemplo:

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{a} \text{ é o fator racionalizante de } \sqrt{a}, \sqrt{a} \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a$$

**2º caso: O denominador é um radical de índice diferente de 2, ou a soma (ou diferença) de dois termos.**

Neste caso, é necessário multiplicar o numerador e o denominador da fração por um termo conveniente, para que desapareça o radical que se encontra no denominador. Exemplo:

$$\frac{3}{\sqrt[3]{7}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{7^2}} = \frac{3\sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7^3}} = \frac{3\sqrt[3]{7^2}}{7}$$

A seguir, os principais fatores racionalizantes, de acordo com o tipo do denominador.

$$\sqrt[n]{a^{n-m}} \text{ é o fator racionalizante de } \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} \text{ é o fator racionalizante de } \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \text{ é o fator racionalizante de } \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} + b \text{ é o fator racionalizante de } \sqrt{a} - b$$

Veja outros exemplos:

$$\bullet \frac{1}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{1 \cdot (2-\sqrt{3})}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} = \frac{2-\sqrt{3}}{1} = 2-\sqrt{3}$$

$$\frac{30}{\sqrt{15}} \Rightarrow \frac{30 \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{15} \cdot \sqrt{15}} \Rightarrow \frac{30\sqrt{15}}{15} \Rightarrow 2\sqrt{15}$$

$$\frac{7}{3\sqrt{21}} \Rightarrow \frac{7 \cdot \sqrt{21}}{3\sqrt{21} \cdot \sqrt{21}} \Rightarrow \frac{7\sqrt{21}}{3 \cdot 21} \Rightarrow \frac{\sqrt{21}}{9}$$

$$\frac{6+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{(6+\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \Rightarrow \frac{6\sqrt{3} + \sqrt{3}\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{6\sqrt{3} + 3}{3} \Rightarrow \frac{6\sqrt{3}}{3} + \frac{3}{3} \Rightarrow 2\sqrt{3} + 1$$

$$\frac{21}{5\sqrt[5]{7^2}} \Rightarrow \frac{21 \cdot \sqrt[5]{7^3}}{\sqrt[5]{7^2} \cdot \sqrt[5]{7^3}} \Rightarrow \frac{21\sqrt[5]{7^3}}{\sqrt[5]{7^{2+3}}} \Rightarrow \frac{21\sqrt[5]{7^3}}{\sqrt[5]{7^5}} \Rightarrow \frac{21\sqrt[5]{7^3}}{7} \Rightarrow 3\sqrt[5]{7^3}$$

$$\frac{9}{7\sqrt[7]{11^3}} \Rightarrow \frac{9 \cdot \sqrt[7]{11^4}}{\sqrt[7]{11^3} \cdot \sqrt[7]{11^4}} \Rightarrow \frac{9\sqrt[7]{11^4}}{\sqrt[7]{11^{3+4}}} \Rightarrow \frac{9\sqrt[7]{11^4}}{\sqrt[7]{11^7}} \Rightarrow \frac{9\sqrt[7]{11^4}}{11}$$

$$\frac{3}{3\sqrt[3]{6^7}} \Rightarrow \frac{3 \cdot \sqrt[3]{6^{-4}}}{\sqrt[3]{6^7} \cdot \sqrt[3]{6^{-4}}} \Rightarrow \frac{3\sqrt[3]{6^{-4}}}{\sqrt[3]{6^{7-4}}} \Rightarrow \frac{3\sqrt[3]{6^{-4}}}{\sqrt[3]{6^3}} \Rightarrow \frac{3\sqrt[3]{6^{-4}}}{6} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{6^{-4}}}{2}$$

$$\blacktriangleright \frac{5}{6 - \sqrt{7}} \Rightarrow \frac{5(6 + \sqrt{7})}{(6 - \sqrt{7})(6 + \sqrt{7})} \Rightarrow \frac{30 + 5\sqrt{7}}{36 - 7} \Rightarrow \frac{30 + 5\sqrt{7}}{29}$$

$$\blacktriangleright \frac{5}{\sqrt{23} + \sqrt{13}} \Rightarrow \frac{5(\sqrt{23} - \sqrt{13})}{(\sqrt{23} + \sqrt{13})(\sqrt{23} - \sqrt{13})} \Rightarrow \frac{5(\sqrt{23} - \sqrt{13})}{23 - 13} \Rightarrow \frac{5(\sqrt{23} - \sqrt{13})}{10} \Rightarrow \frac{\sqrt{23} - \sqrt{13}}{2}$$

$$\blacktriangleright \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}\sqrt{3} - \sqrt{6}\sqrt{2}}{3 - 2} \Rightarrow \frac{\sqrt{18} - \sqrt{12}}{1} \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 3^2} - \sqrt{2^2 \cdot 3} \Rightarrow 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

$$1) \frac{4}{\sqrt[2]{2}} = \frac{4}{\sqrt[2]{2}} \cdot \frac{\sqrt[2]{2}}{\sqrt[2]{2}} = \frac{4 \cdot \sqrt[2]{2}}{\sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[2]{2}} = \frac{4\sqrt[2]{2}}{2} = 2\sqrt[2]{2}$$

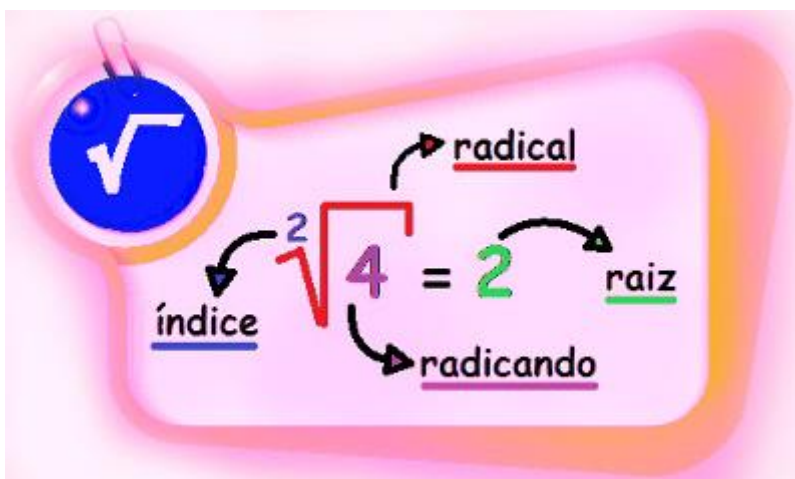
$$2) \frac{2}{3\sqrt[2]{5}} = \frac{2}{3\sqrt[2]{5}} \cdot \frac{\sqrt[2]{5}}{\sqrt[2]{5}} = \frac{2 \cdot \sqrt[2]{5}}{3\sqrt[2]{5} \cdot \sqrt[2]{5}} = \frac{2 \cdot \sqrt[2]{5}}{3 \cdot 5} = \frac{2\sqrt[2]{5}}{15}$$

$$3) \frac{\sqrt[2]{2}}{\sqrt[2]{8}} = \frac{\sqrt[2]{2}}{\sqrt[2]{8}} \cdot \frac{\sqrt[2]{8}}{\sqrt[2]{8}} = \frac{\sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[2]{8}}{\sqrt[2]{8} \cdot \sqrt[2]{8}} = \frac{\sqrt[2]{16}}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$4) \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{1 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{\sqrt[3]{2^2}}{2}$$

$$5) \frac{2}{\sqrt[4]{10}} = \frac{2}{\sqrt[4]{10}} \cdot \frac{\sqrt[4]{10^3}}{\sqrt[4]{10^3}} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{10^3}}{\sqrt[4]{10} \cdot \sqrt[4]{10^3}} = \frac{2\sqrt[4]{10^3}}{\sqrt[4]{10^4}} = \frac{2\sqrt[4]{10^3}}{10} = \frac{\sqrt[4]{10^3}}{5}$$

$$6) \frac{1}{2\sqrt[8]{5}} = \frac{1}{2\sqrt[8]{5}} \cdot \frac{\sqrt[8]{5^7}}{\sqrt[8]{5^7}} = \frac{1 \cdot \sqrt[8]{5^7}}{2\sqrt[8]{5} \cdot \sqrt[8]{5^7}} = \frac{\sqrt[8]{5^7}}{2\sqrt[8]{5^8}} = \frac{\sqrt[8]{5^7}}{2 \cdot 5} = \frac{\sqrt[8]{5^7}}{10}$$



# Propriedades da radiciação

As propriedades da radiciação facilitam cálculos de expressões numéricas e equações que envolvem raízes.

Quando estamos trabalhando com a radiciação, existem algumas propriedades que podem nos auxiliar em diversas situações. Vamos verificar como funciona cada uma delas:

**1ª propriedade:**  $\sqrt[n]{a^n} = a$

**Se o radical possuir índice igual ao expoente do radicando, a raiz será igual à base do radicando.**

Podemos afirmar que essa propriedade será válida sempre que **n** for um número natural e **a** for um número real não negativo. Vejamos alguns exemplos da aplicação dessa propriedade:

$$\text{a) } \sqrt[3]{5^3} = 5 \quad \text{b) } \sqrt[2]{10^2} = 10 \quad \text{c) } \sqrt[10]{567^{10}} = 567 \quad \text{d) } \sqrt[5]{0,9^5} = 0,9$$

Mas nós podemos considerar ainda outra situação em que essa situação é válida. Quando houver um radicando **a** negativo (**a < 0**) e **n** for ímpar, a propriedade também será válida.

$$\text{a) } \sqrt[3]{(-1)^3} = -1 \quad \text{b) } \sqrt[5]{(-3)^5} = -3$$

**2ª propriedade:**  $\sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}} = \sqrt[n]{a^m}$  e  $\sqrt[n \cdot q]{a^{m \cdot q}} = \sqrt[n]{a^m}$

**A raiz não sofre alteração se multiplicarmos ou dividirmos o índice do radical e o expoente do radicando por um mesmo valor.**

A segunda propriedade é válida desde que **n**, **p** e **q** sejam números naturais maiores do que **1** e que **q** seja divisor de **n** e **m**. Vejamos alguns exemplos da aplicação dessa propriedade:

$$\text{a) } \sqrt[3]{56^2} = \sqrt[12]{56^8} \quad \text{b) } \sqrt[2]{10^5} = \sqrt[4]{10^{10}} \quad \text{c) } \sqrt[10]{7^6} = \sqrt[5]{7^3} \quad \text{d) } \sqrt[15]{3^5} = \sqrt[3]{3}$$

**3ª propriedade:**  $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

**O produto de radicais de mesmo índice é igual ao produto de radicandos.**

Essa propriedade é válida desde que **n** seja um número natural maior do que **1** e **a** e **b** sejam números reais. Se **a** e **b** forem maiores ou iguais a zero, é necessário que **n** seja **par**. Vejamos alguns exemplos da aplicação dessa propriedade:

$$\text{a) } \sqrt[2]{40} = \sqrt[2]{4} \cdot \sqrt[2]{10} \quad \text{b) } \sqrt[4]{360} = \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[4]{10} \quad \text{c) } \sqrt[5]{-15} = \sqrt[5]{-5} \cdot \sqrt[5]{3}$$

**4ª propriedade:**  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

**O quociente de radicais de mesmo índice é igual ao quociente de radicandos.**

A quarta propriedade é válida desde que **n** seja maior do que **1**. Além disso, **a** e **b** devem ser reais, de forma que **a** seja maior do que zero, e **b**, maior do que **1**. Vejamos alguns exemplos da aplicação dessa propriedade:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{10}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} \quad \text{b) } \sqrt[3]{\frac{76}{67}} = \frac{\sqrt[3]{76}}{\sqrt[3]{67}} \quad \text{c) } \sqrt[5]{\frac{9}{40}} = \frac{\sqrt[5]{9}}{\sqrt[5]{40}} \quad \text{d) } \sqrt{\frac{100}{25}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$$

## Aplicação das propriedades da radiciação

As propriedades da radiciação ajudam a simplificar cálculos que apresentam raízes.

Na Matemática, existem muitos atalhos que podem facilitar nosso trabalho. O cálculo de uma raiz cujo radicando, por exemplo, é um número “maior” pode ser muito cansativo. Para facilitar esse tipo de cálculo, podemos recorrer à aplicação das [propriedades da radiciação](#). Vamos recordar quais são essas propriedades:

	$\sqrt[n]{a^n} = a$
<b>1ª propriedade:</b>	Se o radical possuir índice igual ao expoente do radicando, a raiz será igual à base do radicando.
	${}^{n \cdot p}\sqrt{a^{m \cdot p}} = \sqrt[n]{a^m} \text{ e } {}^{n \cdot q}\sqrt{a^{m \cdot q}} = \sqrt[n]{a^m}$
<b>2ª propriedade:</b>	A raiz não sofre alteração se multiplicarmos ou dividirmos o <u>índice</u> do radical e o <u>expoente</u> do radicando por um mesmo valor.
	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
<b>3ª propriedade:</b>	O produto de radicais de mesmo índice é igual ao produto de radicandos.
	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
<b>4ª propriedade:</b>	O quociente de radicais de mesmo índice é igual ao quociente de radicandos.

Agora que já relembramos as propriedades da radiciação, vamos ver como aplicá-las. Inicialmente, calcularemos algumas raízes através da fatoraçoão:

**Exemplo 1:**  $\sqrt[2]{576}$

576		2
288		2
144		2
72		2
36		2
18		2
9		3
3		3
1		

Pela fatoraçoão demonstrada à esquerda,

$\sqrt[2]{576}$  pode ser expresso como:

$$\sqrt[2]{576} = \sqrt[2]{2^6 \cdot 3^2}$$

Aplicando a 3ª propriedade:

$$\sqrt[2]{2^6 \cdot 3^2} = \sqrt[2]{2^6} \cdot \sqrt[2]{3^2}$$

Por fim, aplicamos a 1ª propriedade para encontrar o resultado dessa raiz:

$$\sqrt[2]{2^6} \cdot \sqrt[2]{3^2} = 2^3 \cdot 3^1 = 24$$

Portanto,  $\sqrt[2]{576} = 24$ .

**Exemplo 2:**  $\sqrt[5]{7776}$ 

7776	2
3888	2
1944	2
972	2
486	2
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

Observando a fatoração de **7776**, podemos expressar  $\sqrt[5]{7776}$  como:

$$\sqrt[5]{7776} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 3^5}$$

Pela 3ª propriedade, separaremos essa raiz em outras duas raízes de mesmo índice:

$$\sqrt[5]{2^5 \cdot 3^5} = \sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{3^5}$$

Através da 1ª propriedade, podemos solucioná-la:

$$\sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{3^5} = 2 \cdot 3 = 6$$

Podemos então concluir que  $\sqrt[5]{7776} = 6$ .

**Exemplo 3:**  $\sqrt[3]{8232}$ 

8232	2
4116	2
2058	2
1029	3
343	7
49	7
7	7
1	

Observando a fatoração de **7776**, podemos expressar  $\sqrt[3]{8232}$  como:

$$\sqrt[3]{8232} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3 \cdot 7^3}$$

Aplicando a 3ª propriedade:

$$\sqrt[3]{2^3 \cdot 3 \cdot 7^3} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{7^3}$$

Aplicaremos a 1ª propriedade nas raízes em que o índice é igual ao expoente do radicando:

$$\sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{7^3} = 2 \cdot 7 \cdot \sqrt[3]{3} = 14 \cdot \sqrt[3]{3}$$

Por meio das aplicações das propriedades da radiciação foi possível observar que  $\sqrt[3]{8232}$  é uma raiz não exata e a melhor aproximação que podemos fazer, sem o uso da calculadora, é  $\sqrt[3]{8232} = 14 \cdot \sqrt[3]{3}$ .

Exemplo 4:  $\sqrt[4]{405}$

405	3
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

Por meio da fatoração, podemos escrever  $\sqrt[4]{405}$  como:

$$\sqrt[4]{405} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 5}$$

Utilizando a 3ª propriedade, podemos separar  $\sqrt[4]{405}$  em duas raízes de índice 4:

$$\sqrt[4]{3^4 \cdot 5} = \sqrt[4]{3^4} \cdot \sqrt[4]{5}$$

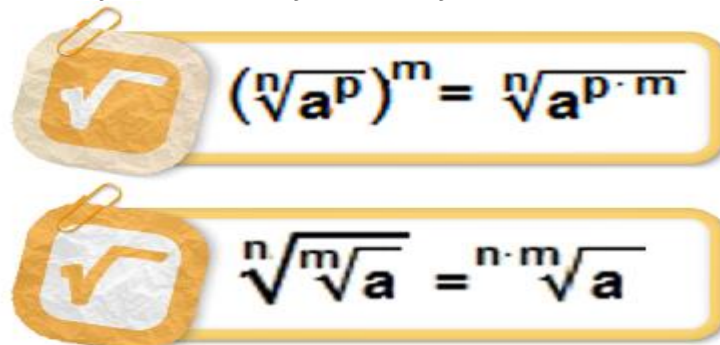
Aplicando a 1ª propriedade na raiz quarta de  $3^4$ :

$$\sqrt[4]{3^4} \cdot \sqrt[4]{5} = 3 \cdot \sqrt[4]{5}$$

Não há mais nada a ser feito na resolução dessa raiz porque ela não é exata. Sendo assim, podemos concluir que  $\sqrt[4]{405} = 3 \cdot \sqrt[4]{5}$

## Potenciação e radiciação de radicais

Podemos realizar as operações de potenciação e radiciação de radicais assim como fazemos com


$$(\sqrt[n]{a^p})^m = \sqrt[n]{a^{p \cdot m}}$$
$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

outros números.

Assim como acontece com qualquer outro número, também podemos calcular a potenciação e a radiciação de radicais

Um número contido dentro de um radical será sempre um número. Mesmo que o resultado seja um número racional ou irracional, ainda assim será um número. Por essa razão, é possível realizar [soma](#), [subtração](#), [multiplicação e divisão de radicais](#), bem como podemos aplicar a potenciação e a radiciação.

Quando aplicamos a [potenciação](#) a um número qualquer, nós multiplicamos a base por ela mesma quantas vezes indicar o expoente, isto é, se  $a$  é a base e  $n$  é o expoente, então  $a^n = a.a.a.a.a...a$  ( $n$  vezes). Nas operações com radicais, a ideia é a mesma. Veja a seguir alguns exemplos:



$$\begin{aligned}
 (\sqrt[5]{7})^2 &= \sqrt[5]{7} \cdot \sqrt[5]{7} = \sqrt[5]{7 \cdot 7} = \sqrt[5]{49} = \sqrt[5]{7^2} \\
 (\sqrt[2]{3})^3 &= \sqrt[2]{3} \cdot \sqrt[2]{3} \cdot \sqrt[2]{3} = \sqrt[2]{3 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt[2]{27} = \sqrt[2]{3^3} \\
 (\sqrt[3]{5})^4 &= \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \sqrt[3]{625} = \sqrt[3]{5^4}
 \end{aligned}$$

$$\boxed{(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}}$$

Observe como é feita a potenciação de radicais

Resolver uma potência em que **a base é um radical** equivale a fazermos simplesmente:  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ . Isso é válido se **n** for um número natural maior ou igual a **2**, se **m** for um número inteiro e **a** for um número real maior ou igual a zero.

**Mas e se o radicando (o número dentro da raiz) já possuir um expoente?**

Nesse caso, a resolução ocorrerá de forma análoga, mas há um detalhe importante: o expoente da potência será multiplicado pelo expoente do

radicando, isto é,  $(\sqrt[n]{a^p})^m = \sqrt[n]{a^{p \cdot m}}$ . Podemos afirmar novamente que essa regra é válida desde que **n** seja um número natural maior ou igual a **2**, **m** e **p** sejam números inteiros e **a** seja um número real maior ou igual a zero. Vejamos alguns exemplos de potenciação de radicais em que o radicando é também uma potência:

$$\begin{aligned}
 (\sqrt[3]{2^5})^2 &= \sqrt[3]{2^5} \cdot \sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{2^5 \cdot 2^5} = \sqrt[3]{2^{10}} = \sqrt[3]{2^{5 \cdot 2}} \\
 (\sqrt[5]{6^2})^3 &= \sqrt[5]{6^2} \cdot \sqrt[5]{6^2} \cdot \sqrt[5]{6^2} = \sqrt[5]{6^2 \cdot 6^2 \cdot 6^2} = \sqrt[5]{6^6} = \sqrt[5]{6^{2 \cdot 3}} \\
 (\sqrt[2]{4^3})^4 &= \sqrt[2]{4^3} \cdot \sqrt[2]{4^3} \cdot \sqrt[2]{4^3} \cdot \sqrt[2]{4^3} = \sqrt[2]{4^3 \cdot 4^3 \cdot 4^3 \cdot 4^3} = \sqrt[2]{4^{12}} = \sqrt[2]{4^{3 \cdot 4}}
 \end{aligned}$$

$$\boxed{(\sqrt[n]{a^p})^m = \sqrt[n]{a^{p \cdot m}}}$$

Assim como podemos realizar a potenciação de radicais, também podemos aplicar a **radiciação**. Para realizá-la, sempre encontraremos um radical “dentro” de outro radical, expressão essa que não nos é tão comum. Para simplificar esse cálculo, precisamos reduzi-lo a um único radical. Para isso, basta multiplicar pelos índices envolvidos. Genericamente, temos:

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$ . Podemos afirmar que essa expressão é válida desde que **a** seja um número real maior ou igual a zero e **m** e **n** sejam números naturais maiores ou iguais a **2**. Confira alguns exemplos de radiciação de radicais:

$$\begin{aligned}
 \sqrt[2]{\sqrt[2]{625}} &= \sqrt[2]{25} = 5 = \sqrt[4]{625} = \sqrt[2 \cdot 2]{625} \\
 \sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} &= \sqrt[3]{8} = 2 = \sqrt[6]{64} = \sqrt[3 \cdot 2]{64} \\
 \sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{6561}}} &= \sqrt[2]{\sqrt[2]{81}} = \sqrt[2]{9} = 3 = \sqrt[8]{6561} = \sqrt[2 \cdot 2 \cdot 2]{6561}
 \end{aligned}$$

$$\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}}$$

Para calcular a radiciação de radicais, basta multiplicar os índices envolvidos para ficarmos com apenas um radical

## RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES- EXERCÍCIOS

1) Racionalize o denominador de cada uma das seguintes expressões:

a)  $\frac{2}{\sqrt{10}}$       b)  $\frac{6}{\sqrt{6}}$       c)  $\frac{9}{\sqrt{3}}$

d)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$       e)  $\frac{20}{2\sqrt{5}}$       f)  $\frac{2\sqrt{5}}{5\sqrt{2}}$

2) Racionalize o denominador de cada expressão a seguir:

a)  $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$       b)  $\frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$       c)  $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

d)  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$       e)  $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$       f)  $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

3) Racionalize o denominador de cada expressão a seguir:

a)  $\frac{1}{3-\sqrt{6}}$       b)  $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

c)  $\frac{2-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$       d)  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

4) Racionalize o denominador de cada expressão a seguir:

a)  $\frac{1}{\sqrt[5]{6^3}}$       b)  $\frac{2}{\sqrt[9]{2^7}}$

c)  $\frac{4}{\sqrt[4]{8^3}}$       d)  $\frac{20}{\sqrt[11]{10^8}}$