

## TEOREMA DE TALES

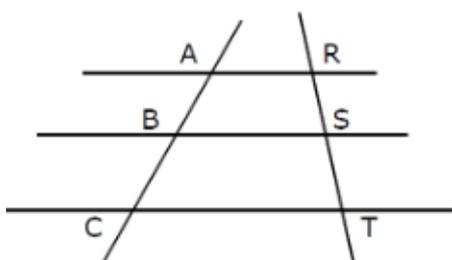
O teorema de Tales foi desenvolvido por Tales de Mileto, que foi um filósofo, astrónomo e matemático grego muito importante, que viveu antes de Cristo, no século VI. É conhecido como o pai da geometria descritiva, contribuindo não somente neste campo, mas em outras extensões da matemática.

Utilizando seus conhecimentos em geometria e proporcionalidade, conseguiu determinar a altura de uma pirâmide, Tales também observou que os raios solares que chegavam ao planeta Terra estavam em posição inclinada e paralela, e com base nisso, descobriu que havia uma proporcionalidade entre as medidas da sombra e da altura dos objetos. Observando a natureza descobriu uma situação de proporcionalidade que relaciona as retas paralelas e as transversais.

O Teorema de Tales possui várias formas de aplicação, nas mais variadas situações, envolvendo cálculos de distâncias inacessíveis e até mesmo aplicabilidade em questões relacionadas à Astronomia.

### ENUNCIADO DO TEOREMA DE TALES

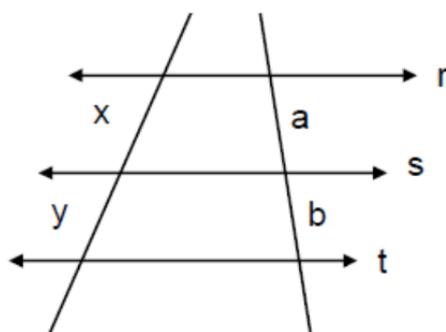
**“Um feixe de paralelas determina sobre duas transversais segmentos proporcionais.”**



A partir da figura, podemos escrever:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{RS}{ST} \quad \frac{AB}{AC} = \frac{RS}{RT} \quad \frac{BC}{AC} = \frac{ST}{RT}$$

Geralmente, em situações problema, estruturamos as resoluções a partir da figura, do seguinte modo:



r//s//t

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

## Aplicando o Teorema de Tales:

1º exemplo: vamos encontrar o valor de x (o segmento desconhecido):

	$\frac{3x+1}{5x-1} = \frac{4}{6}$ $20x - 4 = 18x + 6$ $20x - 18x = 6 + 4$ $2x = 10$ $x = 5$
--	---

2º exemplo: vamos determinar o valor de x na figura a seguir:

	$\frac{4x+8}{4x-8} = \frac{4x+20}{4x}$ $4x * (4x+8) = (4x-8) * (4x+20)$ $16x^2 + 32x = 16x^2 + 80x - 32x - 160$ $16x^2 - 16x^2 + 32x + 32x - 80x = -160$ $-16x = -160$ $x = 10$
--	---

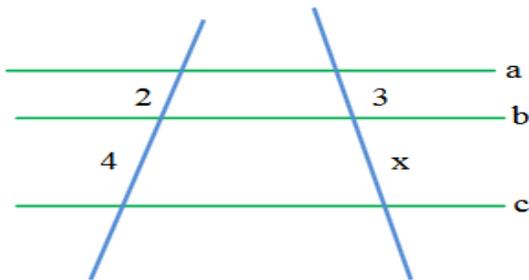
3º exemplo: vamos aplicar a proporcionalidade existente no Teorema de Tales, e com isso determinar o valor dos segmentos AB e BC no desenho abaixo:

	<p>Agora vamos encontrar o valor de x:</p> $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$ $\frac{2x-3}{x+2} = \frac{5}{6}$ $6 * (2x-3) = 5 * (x+2)$ $12x - 18 = 5x + 10$ $12x - 5x = 10 + 18$ $7x = 28$ $x = \frac{28}{7}$ $x = 4$ $AB = 2x - 3 \rightarrow 2 * 4 - 3 = 5$ $BC = x + 2 \rightarrow 4 + 2 = 6$
--	--

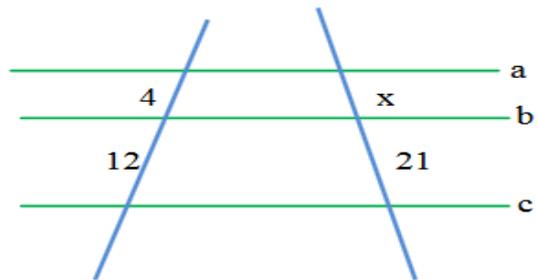
### EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

Nas figuras seguintes, as retas a, b e c são paralelas, determine o valor do segmento x :

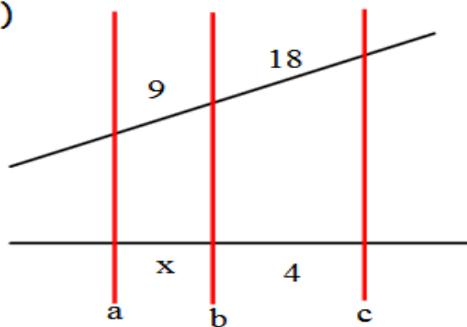
A)



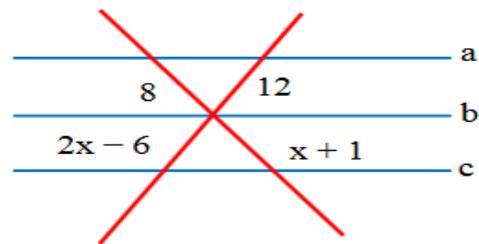
B)



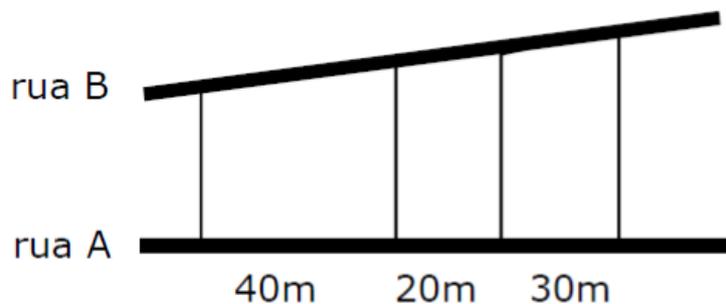
C)



D)

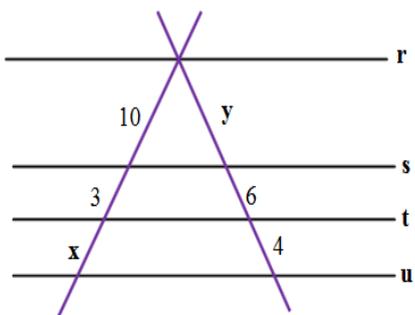


02. Três terrenos têm frente para a rua A e para a rua B, como na figura. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Qual a medida de frente para a rua B de cada lote, sabendo que a frente total para essa rua é 180m.

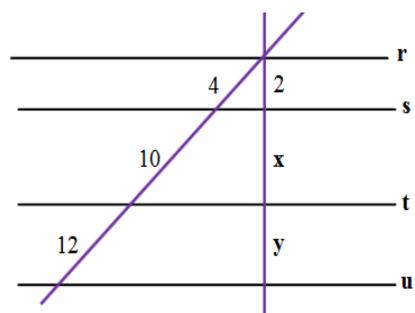


03. Determine x e y, sendo r, s, t e u retas paralelas:

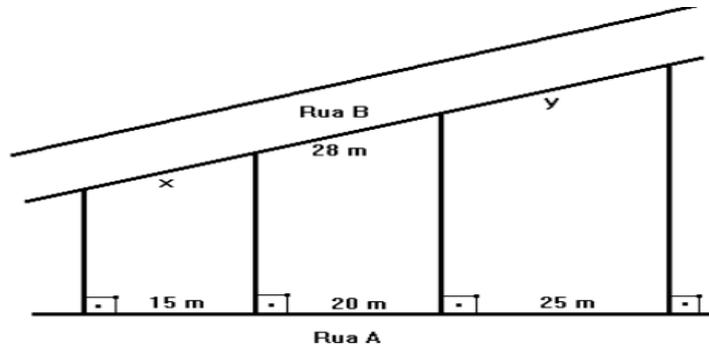
A)



B)



04. A figura ao lado indica três lotes de terreno com frente para a rua A e para rua B. as divisas dos lotes são perpendiculares à rua A. As frentes dos lotes 1, 2 e 3 para a rua A, medem, respectivamente, 15 m, 20 m e 25 m. A frente do lote 2 para a rua B mede 28 m. Qual é a medida da frente para a rua B dos lotes 1 e 3?

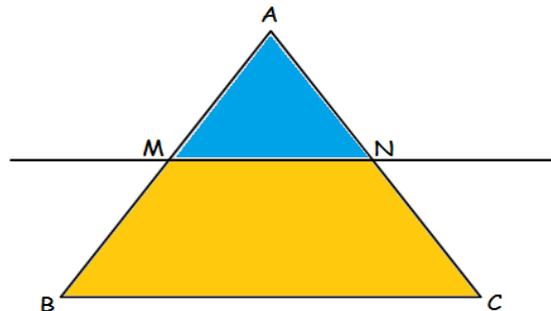


### Conseqüência do Teorema de Tales

Sempre que houver uma reta paralela a um dos lados de um triângulo, interceptando os outros dois lados, essa reta estabelecerá sobre eles pares de segmentos correspondentes e proporcionais.

Ou de outra maneira: “Toda reta paralela a quaisquer lados de um triângulo, determinará um novo triângulo semelhante ao primeiro triângulo dado.”

Veja na figura que  $\triangle ABC \sim \triangle AMN$



Na figura, como  $MN \parallel BC$ , temos:

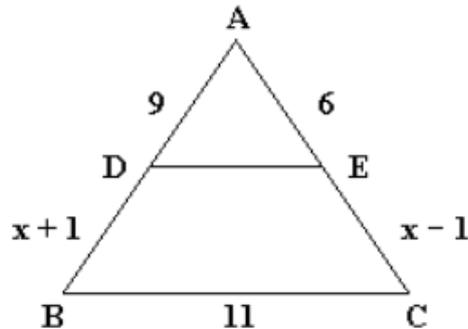
$$\frac{AM}{BM} = \frac{AN}{CN} \text{ ou } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \text{ ou } \frac{BM}{AB} = \frac{CN}{AC}$$

## EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

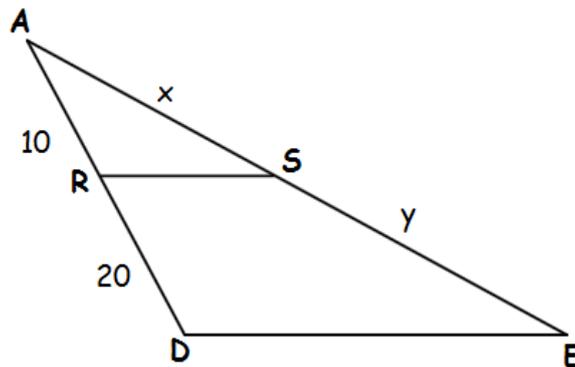
05. No Triângulo da a seguir,  $DE \parallel BC$  nessas condições determine:

A) A medida  $x$ .

B) O perímetro do  $\triangle ABC$ .



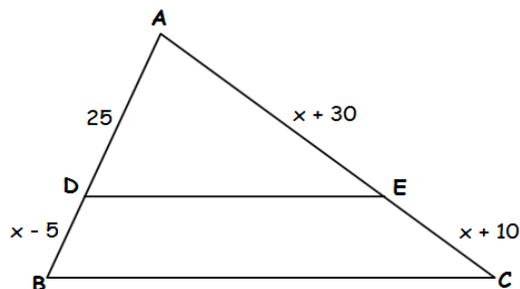
06. Na figura a seguir, sabe-se que  $RS \parallel DE$  e que  $AE = 42$  cm. Nessas condições, determine as medidas  $x$  e  $y$  indicadas.



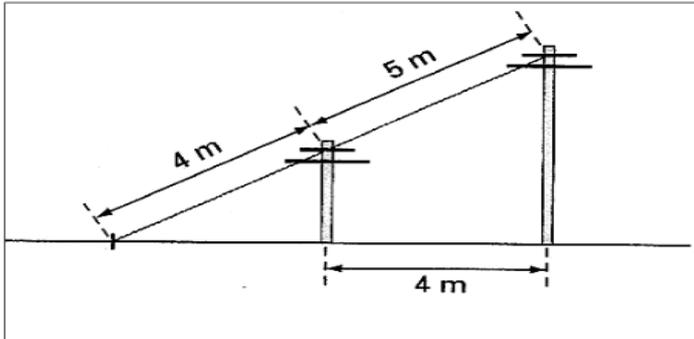
07. A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2 m. Se, mais tarde, a sombra do poste diminui 50 cm, a sombra da pessoa passou a medir:

08. No triângulo  $ABC$  da figura, sabe-se que  $DE \parallel BC$

. Calcule as medidas dos lados  $AB$  e  $AC$  do triângulo.



9. Dois postes perpendiculares ao solo estão a uma distância de 4 m um do outro, e um fio bem esticado de 5 m liga seus topos, como mostra a figura abaixo. Prolongando esse fio até prendê-lo no solo, são utilizados mais 4 m de fio. Determine a distância entre o ponto onde o fio foi preso ao solo e o poste mais próximo a ele.



10. Um homem de 1,80 m de altura projeta uma sombra de 2,70 m de comprimento no mesmo instante em que uma árvore projeta uma sombra de 9 m de comprimento. Qual é a altura da árvore?

11. Uma ripa de madeira de 1,5 m de altura, quando colocada verticalmente em relação ao solo, projeta uma sombra de 0,5 m. No mesmo instante, uma torre projeta uma sombra de 15 m. Calcule a altura da torre.

12. Um mastro usado para hasteamento de bandeiras projeta uma sombra cujo comprimento é 6 m no mesmo instante em que uma barra vertical de 1,8 m de altura projeta uma sombra de 1,20 m de comprimento. Qual é a altura do mastro?

#### GABARITO

01. A) 6 B) 7 C) 2 D) 15

02. 90m, 50m e 40m

03. A)  $x = 2$  e  $y = 20$       B)  $x = 5$  e  $y = 6$

04.  $x = 21$  e  $y = 35$

05. A) 5 B) 35

06.  $x = 14$  e  $y = 28$

07. B

08.  $ACB = 40$  e

$AC = 80$

09. 3,2m

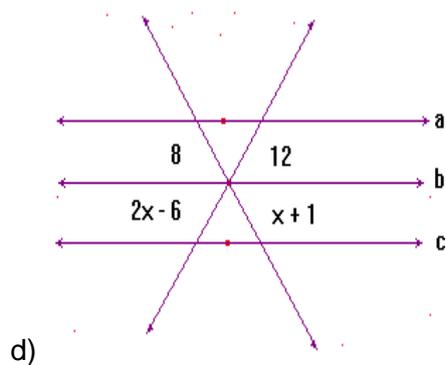
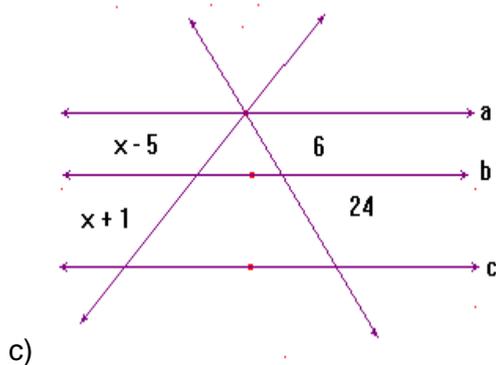
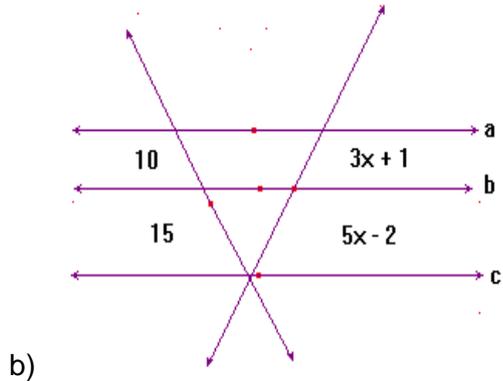
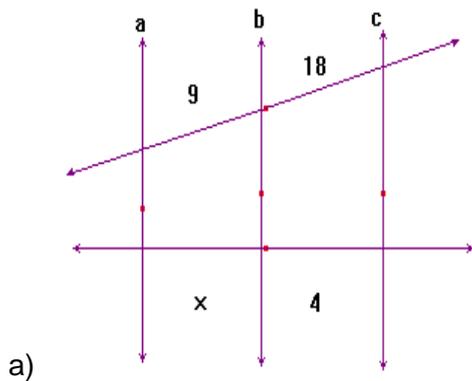
10. 6m

11. 45m

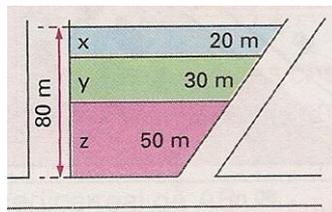
12. 9m

## Exercícios

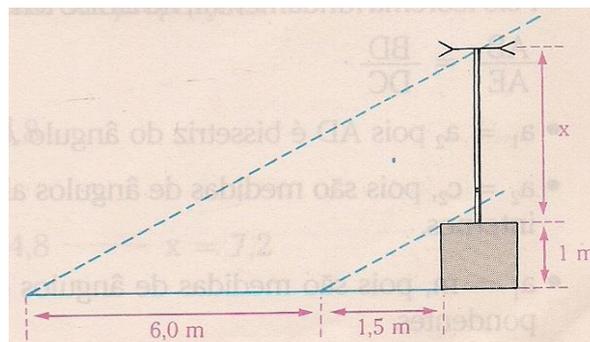
1) Determine o valor de "x nas figuras



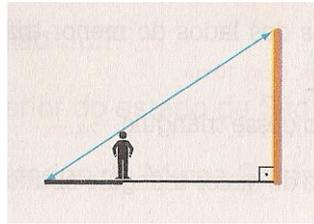
2) A planta abaixo não mostra três terrenos cujas laterais são paralelas. Calcule, em metros, as medidas x, y e z indicadas.



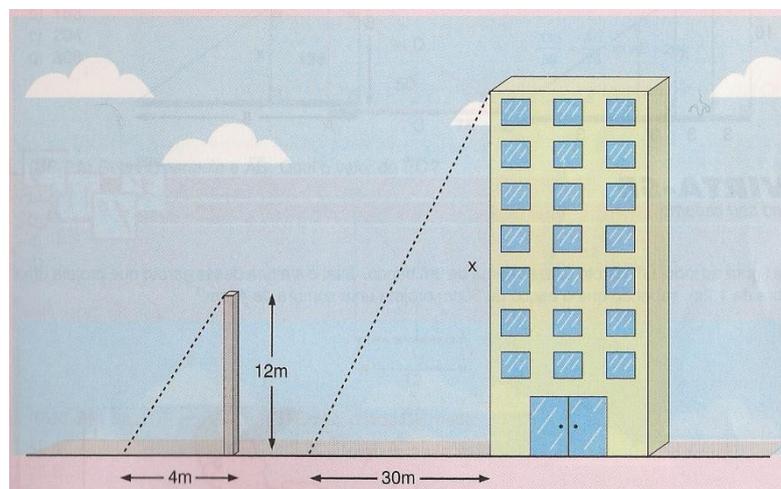
3) Uma antena de TV é colocada sobre um bloco de concreto. Esse bloco tem 1 m de altura. Em um certo instante, a antena projeta uma sombra de 6 m, enquanto o bloco projeta uma sombra de 1,5 m. Nessas condições, qual é a altura da antena?



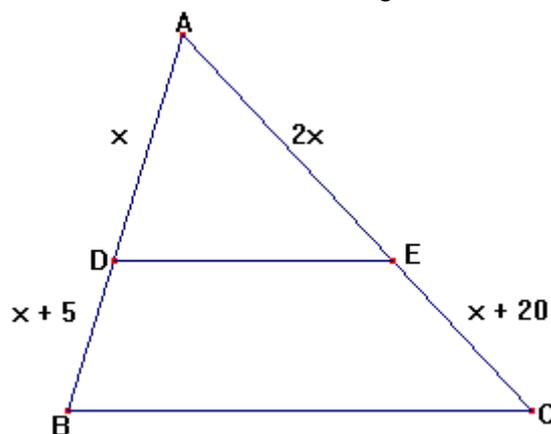
4) Uma pessoa se encontra a 6,30 m da base de um poste, conforme nos mostra a figura. Essa pessoa tem 1,80 m de altura e projeta uma sombra de 2,70 m de comprimento no solo. Qual é a altura do poste?



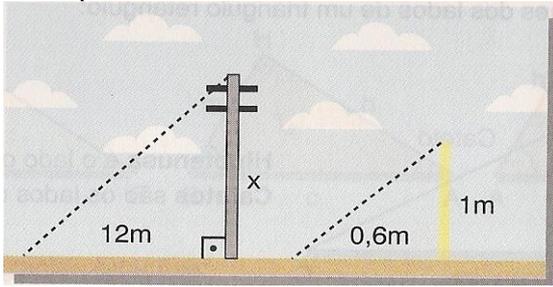
5) Um edifício projeta uma sombra de 30 m, ao mesmo tempo que um poste de 12 m projeta uma sombra de 4 m. Qual a altura do edifício, sabendo que o edifício e o poste são perpendiculares ao solo?



6) No triângulo da figura abaixo, temos  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ . Qual é a medida do lado  $\overline{AB}$  e a medida do lado  $\overline{AC}$  desse triângulo?

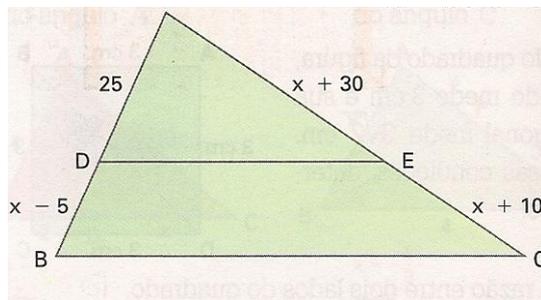


7) A sombra de um poste vertical, projetada pelo sol sobre um chão plano, mede 12 m. Nesse mesmo instante, a sombra de um bastão vertical de 1 m de altura mede 0,6 m. A altura do poste é:

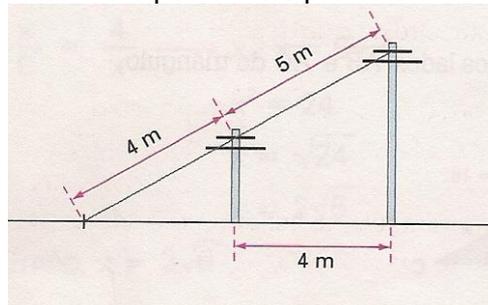


8) No triângulo ABC da figura, sabe-se que  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ . Calcule as medidas dos lados  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$  do triângulo.

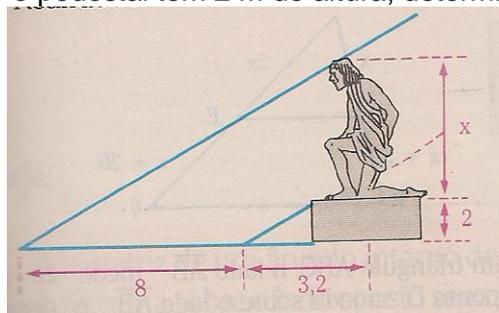
A



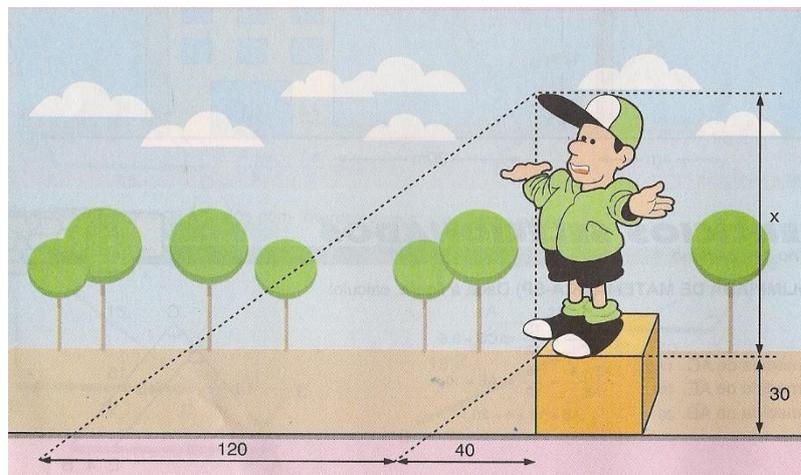
9) Dois postes perpendiculares ao solo estão a uma distância de 4 m um do outro, e um fio bem esticado de 5 m liga seus topos, como mostra a figura abaixo. Prolongando esse fio até prende-lo no solo, são utilizados mais 4 m de fio. Determine a distância entre o ponto onde o fio foi preso ao solo e o poste mais próximo a ele.



10) Uma estátua projeta uma sombra de 8 m no mesmo instante que seu pedestal projeta uma sombra de 3,2 m. Se o pedestal tem 2 m de altura, determinar a altura da estátua.



11) Na figura abaixo, um garoto está em cima de uma caixa. Qual é a altura desse garoto que projeta uma sombra de 1,2 m, sabendo que a caixa de 30 cm projeta uma sombra de 40 cm ?



#### RESPOSTAS

1) a)  $X = 2$     b)  $x = 7$     c)  $x = 7$     d)  $x = 5$

2)  $x = 16$      $y = 24$      $z = 40$

3) 4m

4) 9m

5) 90 m

6) 10

7) 20m

8)  $AB = 40$      $AC = 80$

9) 3,2 m

10) 5m

11) 90 cm